doi: 10.11720/wtyht.2019.0043

崔亚形,郭良辉.磁异常和梯度的频率域三维成像方法[J].物探与化探,2019,43(3):589-597.http://doi.org/10.11720/wtyht.2019.0043 Cui Y T,Guo L H.3-D imaging of magnetic anomalies and gradients in the frequency domain[J].Geophysical and Geochemical Exploration,2019,43(3): 589-597.http://doi.org/10.11720/wtyht.2019.0043

# 磁异常和梯度的频率域三维成像方法

## 崔亚彤,郭良辉

(中国地质大学(北京)地球物理与信息技术学院,北京 100083)

摘要:三维反演在磁数据定量解释中具有重要作用。常用的空间域三维反演方法通常需要大量的正演和反演计算,因此对大规模数据的反演效率较低。三维成像是另一种定性和定量解释磁数据的重要方法。文中给出了一种 磁异常与梯度三维成像的频率域迭代方法,该方法可以提高成像效率,适用于大规模数据的快速成像。笔者推导 了磁总场异常和异常梯度频率域正演公式和成像公式,并将一种深度尺度因子引人成像公式中,提高了深度精度; 笔者采用了迭代优化算法,减小了拟合误差,进一步提高了成像精度。通过理论模型数据试验和中国新疆某金属 矿床实测数据,验证了本文方法的有效性、可行性。

关键词:磁异常;梯度;三维成像;正演;频率域;深度尺度因子

中图分类号: P631 文献标识码: A 文章编号: 1000-8918(2019)03-0589-09

### 0 引言

磁力勘探方法是地球物理方法的主要分支之 一,长期在资源勘查、工程勘察与区域构造研究中发 挥着重要作用。传统的磁力勘探是测量总磁场或3 个分量。近年来,磁梯度因其较高的分辨率,在磁力 勘探领域拥有了举足轻重的地位。三维反演是对磁 数据进行定量解释的重要工具,它可以反演出地下 半空间磁化强度或磁化率的三维分布情况,从而圈 定深部地质体的赋存状态[1-5]。该方法假设观测面 为平面,地下模型即可分为多个水平层,每个水平层 由一组大小相同、物理性质各异的规整排列的直立 长方体组成。在空间域中,每个直立长方体在观测 面上任意一点产生的磁场,可以应用简单的数学解 析式进行正演计算得到[6-7], 而观测面上每一个测 点的理论磁场值则是由正演计算得到的地下所有长 方体在该点引起的磁场的累加求和。而反演问题的 求解通常采用基于 Tikhonov 正则化算法<sup>[8]</sup>的线性 或非线性反演理论来实现,以达到观测磁场值与理 论磁场值之间偏差的最小化,进而反演估计地下异 常体的物理性质及其赋存状态。

然而,三维磁反演常常是一个病态的、不稳定的 问题,而且反演结果的深度精度低,还会产生趋肤效 应,不符合实际地质关系。因此,很多学者针对上述 问题提出了相关约束算法和理论,如深度加权约束 算法<sup>[1]</sup>、物性约束算法<sup>[9-11]</sup>、聚焦反演理论<sup>[12-13]</sup>、先 验地质信息约束算法[14-16]、结构倾向约束算法[17]等 等。传统三维反演方法另一个很重要的问题是其计 算量大、计算机内存占用量大。因此,在处理大规模 数据体时,灵敏度矩阵庞大,需要占用大量的计算机 内存,使得计算效率极低。为此,很多学者给出了相 关快速算法,如数据压缩算法<sup>[9,13,18]</sup>、随机子空间 快速算法<sup>[19]</sup>、随机奇异值分解算法(RSVD)<sup>[20]</sup>等 等。虽然基于快速算法的反演效率显著提高,但这 些算法在迭代过程中仍需要进行大量的正演和反演 计算,甚至对于大规模数据的反演也有难以克服的 困难。

频率域方法因其计算简单、快速,在地球物理数 据处理和反演中得到了广泛的应用。Parker<sup>[21]</sup>提出 了一种获取由非均匀层引起的重磁异常的频率域方 法。Oldenburg<sup>[22]</sup>在 Parker<sup>[21]</sup>提出的理论基础上, 给出了基于频率域的重力异常迭代反演算法。 Cribb<sup>[23]</sup>提出了磁偶极子频率域的广义线性成像方

收稿日期: 2019-01-08; 修回日期: 2019-03-12

基金项目:国家自然科学基金面上项目(41774098);中央高校基本科研业务费专项资金(2652018266)

作者简介: 崔亚彤(1993-),女,博士在读,主要研究方向为重磁数据处理和反演算法。Email:3010170005@ cugb.edu.cn

法,并且其过程与频率域向上延拓算法相类似。Kobrunov 和 Varfolomeev<sup>[24]</sup>提出了一种基于重力异常 的频率域成像反褶积方法。Pedersen<sup>[25]</sup>对磁场数据 的功率谱进行分析,进而估计地下半空间磁化强度 分布情况。根据 Kobrunov 和 Varfolomeev<sup>[24]</sup>的理 论.Priezzhev<sup>[26-27]</sup>简化了重力异常频率域的反褶积 滤波算子,同时该算子可以降低吉布斯效应,使模型 得到光滑解,根据泊松方程,其反褶积滤波算子可以 应用于磁异常成像算法中。Kobrunov<sup>[28]</sup>进一步给 出了显式频率域成像公式及其较为复杂的迭代算 法。上述频率域成像方法可以快速获得地下三维半 空间的等效物性分布结果,因此,它们属于三维成像 方法,而不是传统意义上的三维反演方法。然而,针 对磁异常及其梯度数据成像方法,上述方法很少涉 及,或是简而言之,也很少提及相关约束方法及迭代 优化算法。

笔者基于 Priezzhev 的频率域成像原理<sup>[26-27]</sup>,给 出了一种磁异常与梯度三维成像的频率域迭代方 法:首先,推导了磁总场异常和梯度的正演和成像的 频率域公式,同时,在成像过程中引入了一种深度尺 度因子来提高深度精度;为了进一步提高成像精度, 采用了迭代优化算法;最后,结合理论模型数据和中 国新疆某金属矿区实测数据,对本文方法进行了验 证。

1 磁异常和梯度的频率域三维成像方法

#### 1.1 磁异常与梯度的频率域三维正演公式

假设观测面为平面,则三维网格模型可以从上 到下划分为多个水平层。假设其中一个水平层的上 界面深度为 z<sub>1</sub>,下界面深度为 z<sub>2</sub>, z<sub>2</sub>>z<sub>1</sub>。因此,在频 率域中,该水平层引起的磁位 U(**p**<sub>0</sub>)为<sup>[6]</sup>:

$$\mathcal{F}_{2-D}[U(\boldsymbol{p}_{0})] = \frac{\mu_{0}}{2 + \boldsymbol{k} + 2} \psi_{m} e^{i \, \boldsymbol{k} | \, \boldsymbol{z}_{0}} (e^{-i \, \boldsymbol{k} | \, \boldsymbol{z}_{1}} - e^{-i \, \boldsymbol{k} | \, \boldsymbol{z}_{2}}) \cdot \\ \mathcal{F}_{2-D}[M(\boldsymbol{p})], \qquad (1)$$

其中: $\mathscr{F}_{2-D}$ [·]代表二维 FFT 变换; $p_0 = (x_0, y_0, z_0)$ 为观测点位置,p = (x, y, z)代表场源内任意点; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  Henry/m 为真空磁导率; $k = (k_x, k_y) \& x, y$ 方向的波数; $|k| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ 为径向波数; $z_0$  是观测面 高度,且有  $z_2 > z_1, z_1 > z_0; \psi_m$  是磁化强度方向单位矢 量  $\hat{M} = (M_x, M_y, M_z)$ 与波数 k 的函数, $\psi_m = (iM_x k_x + iM_y k_y + M_z |k|); M(p)$ 为磁化强度模量。为了方便 表达,因此将式(1)简化成<sup>[6]</sup>

$$\mathscr{F}_{2-\mathrm{D}}[U(\boldsymbol{p}_0)] = \mathscr{F}_{2-\mathrm{D}}[\boldsymbol{\xi}] \cdot \mathscr{F}_{2-\mathrm{D}}[M(\boldsymbol{p})],$$

根据磁位与磁总场异常的函数关系,可以得到 水平层引起的磁总场异常的频率域公式<sup>[6]</sup>:

 $\mathscr{F}_{2:D}[\Delta T(\boldsymbol{p}_{0})] = H_{\Delta T} \cdot \mathscr{F}_{2:D}[M(\boldsymbol{P})], \quad (3)$ 其中: $H_{\Delta T}$ 为磁总场异常频率域正演滤波算子; $\psi_{f}$ 是 地磁场方向单位矢量  $\hat{\boldsymbol{F}} = (F_{x}, F_{y}, F_{z})$ 与波数  $\boldsymbol{k}$  的函 数, $\psi_{f} = (iF_{x}k_{x}+iF_{y}k_{y}+F_{z}|\boldsymbol{k}|),$ 即:

$$H_{\Delta T} = \psi_f \cdot \mathscr{F}_{2\text{-D}}[\xi]_{\circ} \tag{4}$$

令  $\alpha = (x, y, z)$ ,根据傅里叶求导原理和位场理 论,可以分别求得 x, y 和 z 方向磁异常梯度的频率 域公式:

$$\mathcal{F}_{2\text{-D}}[\Delta T_{\alpha}(\boldsymbol{p}_{0})] = H_{\Delta T_{\alpha}} \cdot \mathcal{F}_{2\text{-D}}[M(\boldsymbol{p})], \quad (5)$$
$$H_{\Delta T_{\alpha}} = \varphi_{\alpha} \cdot \psi_{\beta} \mathcal{F}_{2\text{-D}}[\xi], \quad \varphi_{\alpha} = \begin{cases} \varphi_{x} = \mathrm{i}k_{x} \\ \varphi_{y} = \mathrm{i}k_{y} \\ \varphi_{z} = \mathrm{i}k_{z} \end{cases} \quad (6)$$

其中,H<sub>Δr<sub>a</sub></sub>为磁异常梯度频率域正演滤波算子。 因此,单一水平层的各参量异常频率域正演公式可 以很容易地通过磁化强度频谱与相应参量的正演滤 波算子相乘得到,如式(3)、(5)。然后,对上述异常 频谱进行二维快速傅里叶逆变换(IFFT),即可在空 间域中获得每个水平层的二维异常。对于由多个水 平层组成的三维模型,通过对每个水平层产生的异 常进行简单的累加求和,最终可计算出该三维模型 在平面观测面上任意一点所产生的异常。在实际应 用中,可以在模型 x、y 方向的边缘外补充多个点再 进行正演计算,计算结束后再消去相应的补充点,这 样可以压制由 FFT 产成的混叠效应、边缘效应问题 对正演计算的影响。

#### 1.2 磁异常与梯度的频率域三维成像公式

假设观测面为平面,则磁场  $U(p_0)$  与磁源内一 点的函数关系为<sup>[6]</sup>

$$U(\boldsymbol{p}_0) = \frac{1}{4\pi} \int_{R^3} M(\boldsymbol{p}) \, \hat{\boldsymbol{M}} \cdot \nabla \left(\frac{1}{|\boldsymbol{r}|}\right) d\boldsymbol{p}, \quad (7)$$

其中: $R^3$ 将积分函数定义在一个有限的三维空间;⊽ 为场源点p的梯度表示符号,r为观测点 $p_0$ 到场源 点p的矢量, $r=p_0-p_0$ 。式(7)可以由三重积分化为 二重积分:一重是沿x,y平面积分,另一重是沿z方 向积分。因此,式(7)可进一步推导为

$$U(\boldsymbol{p}_0) = \frac{1}{4\pi} \int_{S} \mathrm{d}S \int_{z=z_0}^{\infty} M(\boldsymbol{p}) \, \hat{\boldsymbol{M}} \cdot \nabla \left(\frac{1}{|\boldsymbol{p}_0 - \boldsymbol{p}|}\right) \mathrm{d}z,$$
(8)

其中:S将积分函数定义在有限的二维空间。对式

(10)

(8)两端同时进行二维 FFT 变换可得

$$\mathscr{F}_{2-D}[U(\boldsymbol{p}_0)] = \frac{\psi_m}{2|\boldsymbol{k}|} \int_{z=z_0}^{\infty} \mathscr{F}_{2-D}[M(\boldsymbol{p})] e^{-|\boldsymbol{k}|z} dz,$$
(9)

为了方便后续演算,将式(9)表示为

$$\widetilde{U}(k_{x},k_{y},z_{0}) = \frac{\psi_{m}}{2 + k} \int_{z=z_{0}}^{\infty} \widetilde{M}(k_{x},k_{y},z) e^{-ikz} dz,$$

式(10)为三维磁化强度分布引起的磁势场频率域 表达公式。根据磁势场与磁总场异常的频率域函数 关系,即 $\Delta T(k_x,k_y,z_0) = \mu_0 \psi_f \tilde{U}(k_x,k_y,z_0)$ ,则由一个 三维异常体引起的磁总场异常的频率域表达公式为

$$\Delta \tilde{T}(k_x, k_y, z_0) = \mu_0 \frac{\psi_m \psi_f}{2 \mid \boldsymbol{k} \mid} \int_{z=z_0}^{\infty} \tilde{M}(k_x, k_y, z) e^{-|\boldsymbol{k}| z} dz_0$$
(11)

基于 Kobrunov 和 Varfolomeev<sup>[24]</sup>提出的理论, 可以由式(11)推导出各水平层磁化强度的频率域 成像公式

$$\widetilde{M}_{j}(k_{x},k_{y},z_{j}) = \frac{2|\mathbf{k}|}{\mu_{0}\psi_{m}\psi_{f}} \cdot h_{j}(k_{x},k_{y},z_{j}) \cdot \Delta \widetilde{T}(k_{x},k_{y},z_{0}), \qquad (12)$$

$$h_{j}(k_{x},k_{y},z_{j}) = \frac{K(k_{x},k_{y},z_{j})}{\int_{z=z_{0}}^{\infty} K(k_{x},k_{y},z) e^{-|k|z} dz}, \quad (13)$$

其中: $h_j(k_x,k_y,z_j)$ 为单一水平层的深度反褶积滤波 算子,j=1,2,3,...;N为沿z方向各个水平层的顺序 编号,为水平层的总个数; $z_j$ 为每个水平层j的掩埋 深度; $K(k_x,k_y,z_j)$ 是与成像深度相关的函数。Priezzhev<sup>[26-27]</sup>将式(13)简化为

$$h_{j}(k_{x},k_{y},z_{j}) = \frac{(n+1)^{n+1}}{n!}(z_{j})^{n} + k + \sum_{j=1}^{n+1} e^{-n|k|z_{j}},$$
(14)

其中:n 为垂向导数幂次,且为正整数,n ∈ [1,10]。 使用上述深度反褶积滤波算子可以有效地削弱吉普 斯现象,使成像结果更加平滑。然而,仅仅使用上述 深度反褶积滤波算子得到的成像结果往往容易出现 明显的趋肤效应,使深度精度降低。为了压制趋肤 效应,提高深度精度,本文在深度反褶积滤波算子中 引入一种深度尺度因子 λ,即,

$$h_{\text{mod}_j}(k_x, k_y, z_j) = \frac{(n+1)^{n+1}}{n!} \left(\frac{z_j}{\lambda}\right)^n |\mathbf{k}|^{n+1} e^{-n|\mathbf{k}| \left(\frac{z_j}{\lambda}\right)},$$
(15)

其中: $\lambda$  为深度尺度因子, $\lambda \ge 1$ 。式(15)为改进的 深度反褶积滤波算子。基于先验信息(如已知地质 和钻井资料,或其他地球物理资料), $\lambda$  最优值可以 通过试错法来获得,例如,将不同的 $\lambda$ 值带入式 (16)中,可以得到一系列不同的磁化强度三维成像 模型;再根据先验信息或其他深度估计方法,得到异 常体的大致埋深情况,然后将其与三维成像结果对 比,即可选择最佳深度尺度因子 $\lambda$ 。

$$\widetilde{M}_{j}(k_{x},k_{y},z_{j}) = H_{\Delta \widetilde{T}_{j}}(k_{x},k_{y},z_{j}) \cdot \Delta \widetilde{T}(k_{x},k_{y},z_{0}) \circ$$
(16)

式(16)即为各水平层磁化强度改进的频率域 磁总场异常成像公式。其中  $H_{\Delta r_j}(k_x, k_y, z_j) = \frac{2|k|}{\mu_0 \psi_m \psi_f} h_{mod_j}(k_x, k_y, z_j) 为磁总场异常频率域成像滤$ 波算子。

基于傅立叶求导定理,可以得到磁总场异常3 个方向梯度的频率域成像公式

$$\widetilde{M}_{j}(k_{x},k_{y},z_{j}) = H_{\Delta \overline{T}_{\alpha,j}}(k_{x},k_{y},z_{j}) \cdot \Delta \widetilde{T}_{\alpha}(k_{x},k_{y},z_{0})_{\circ}$$
(17)

其中: $H_{\Delta \bar{r}_{\alpha,j}}(k_x,k_y,z_j) = \frac{2|k|}{\mu_0 \varphi_{\alpha} \psi_m \psi_f} h_{mod,j}(k_x,k_y,z_j) 为$  磁梯度频率域成像滤波算子, $\alpha = (x,y,z), \varphi_{\alpha}$ 与式 (6)中表达方式一致: 综上所述,将各参量异常 二维频谱与相应成像滤波算子相乘,即可得到各参 量异常的频率域成像公式。因此,应用式(16)、 (17),可以获得每一水平层的磁化强度的二维频谱 分布情况,对上述磁化强度频谱进行 IFFT 变换,即 可在空间域中获得每个水平层磁化强度的二维分布 情况,然后,沿着 z 方向将获得的水平层磁化强度顺 序排列,即可得到最终的三维磁化强度成像模型。 然而,在实际应用中,观测面往往是起伏的,因此在 进行成像流程之前,需要将观测面进行曲化平处 理<sup>[29-31]</sup>。

#### 1.3 迭代算法

为了进一步提高成像精度,可以将迭代的思想 引入到频率域成像过程中。频率域迭代算法流程见 图1。

下述将以磁总场异常频率域三维成像为例,其 他参数只需替换相应的频率域成像滤波算子即可。

步骤 1:对观测磁总场异常进行二维 FFT 变换, 得到其二维异常频谱。

步骤 2:根据先验信息,对深度尺度因子进行筛 选,选取最佳λ值。应用式(16)可计算成像出每个 水平层的磁化强度二维频谱。对其进行 IFFT 变换, 即可得到每个水平层的磁化强度分布情况。然后沿 z方向顺序排列各个水平层,即可获得三维成像模 型。此外,可以对三维成像模型进行物性范围硬约 束。根据先验信息,如果研究区内的物性值在[m<sub>1</sub>,



#### 图1 频率域迭代算法流程

# Fig.1 The flow chart for frequency-domain iterative approach

 $m_2$ ]范围之间,对于一个三维网格模型数据,遍历每个网格单元,当物性值小于 $m_1$ 时,修改其物性值, 使其强制等于 $m_1$ 。同理,当物性值大于 $m_2$ 时,使其强制等于 $m_2$ 。进行上述步骤后,可获得基于物性约束的三维成像模型 $M_1$ 。

步骤 3:应用式(3)对上述三维成像模型  $M_1$ 进行正演计算,得到其理论磁总场异常  $F_1$ 。

步骤 4:计算理论异常  $F_1$  与观测异常  $F_0$  的偏 差,即  $\delta F_1 = F_0 - F_1$ 。

步骤 5:如果偏差  $\delta F_1$  的均方差(RMS)没有达 到规定阈值,则继续对  $\delta F_1$  进行三维成像计算,得 到三维偏差模型  $\delta M_1$ 。随后更新三维成像模型,即  $M_2 = M_1 + \delta M_1$ ,并对其进行物性范围硬约束,进入下 一次迭代计算。

步骤 6:重复步骤 3~5,直到 RMS 达到规定阈 值。结束迭代计算后,即可获得最终三维成像模型。

#### 2 理论模型数据试验

假设一个理论模型由 2 个大小不同、掩埋深度 不同的直立长方体组成(表 1,图 2a)。该模型是一 个规则的三维网格模型,网格大小为 101×101×31, *x*,*y*,*z* 方向的间距均为 50 m;假设磁倾角为 30°,偏 角为 45°,且磁化方向与地磁场方向一致;观测面高 度为 0 m。根据频率域三维正演公式,上述三维模 型引起的磁总场异常和其垂直梯度可分别由式(3) 和(5)计算得到,并加入了 2%的高斯白噪声。如图 2 可见,小而浅的长方体产生的磁场波长较短,频率 高,而大而深的长方体产生的磁场波长较长,频率 低。利用这两种含噪异常数据验证前述频率域迭代 方法,根据已知信息,利用试错法可确定成像相关参 数为:垂向导数幂次 *n*=10,深度尺度因子 λ=2.5。

首先,应用含噪磁总场异常对本文方法进行验



表1 直立长方体的几何和物性参数

| Table 1         The parameters about geometry and magnetization | i of | two | cuboids |
|---|------|-----|---------|
|---|------|-----|---------|

a一理论模型三维示意;b-含噪磁总场异常;c-含噪垂直梯度异常

a-the 3-D diagram of synthetic model; b-the noisy total magnetic anomaly; c-the noisy vertical gradient

图 2 理论模型及其含噪数据

Fig.2 Synthetic model and noisy data

证。图 3 给出了迭代 1 次和迭代 10 次的磁总场异 常成像结果。迭代 1 次后得到两个不同深度和尺寸 的异常体,在空间位置上都与模型的真实长方体近 似,但尺寸略大,磁化强度相对较小,最大值约为 0.195 A/m(图 3a)。随着迭代次数的增加,成像结 果逐渐改善,异常偏差逐渐下降。经过 10 次迭代 后,成像得到的两个异常体在形状和尺寸上都更接 近真实长方体模型,磁化强度提高到 0.451 A/m(图 3b)。图 4a 为 10 次迭代后的理论磁异常与原始含 噪异常的偏差,图 4b 为磁总场异常成像收敛曲线,随着迭代次数的增加,异常均方根值(RMS)快速下降,最后逐渐趋于一个最小值。显然,成像模型的理论异常与原始含噪异常相近,偏差较小(-2.64~0.81 nT),RMS 为 0.73 nT。



#### a—迭代1次成像结果;b—迭代10次成像结果

a-after one iteration; b-after ten iterations



Fig.3 The 3-D imaging results of the noisy total magnetic anomaly by using the presented frequency-domain approach





图 4 成像结果误差评价



其次,应用含噪磁异常垂直梯度对本文频率域 迭代方法进行验证。经过10次迭代后,磁垂直梯度 三维成像的结果及其偏差图分别如图5a和5b所 示。垂直梯度成像结果(图5a)与磁总场异常成像 结果(图3b)十分相似。其成像结果显示浅层和深 部两个异常体都非常接近实际模型的两个长方体的 掩埋位置,最大磁化强度为0.456 A/m, RMS为 0.0013 nT/m。

最后,将空间域反演方法(UBC-地球物理数据 处理软件)与由 MATLAB(R2017b)编译的频率域迭 代方法进行运行时间对比。电脑的中央处理器 (CPU)为 Intel Xeon E5-2620,随机存取存储器 (RAM)为16 GB。图6为基于3种不同网格大小的 三维网格模型的成像时间对比,网格大小分别为51 ×51×21,101×101×21,201×201×21。很明显,本文 方法的运行时间远低于空间域方法(UBC),这意味 着本文方法的计算效率明显高于空间域方法。

3 实际数据试验

实测数据来自中国新疆某金属矿区<sup>[32]</sup>。研究



a-迭代10次三维成像结果;b-理论垂直梯度异常与实际异常的偏差

a-the 3-D imaging result after ten iterations; b-the deviation between the theoretical noisy vertical gradient and the observed noisy ones

图 5 基于本文频率域方法的含噪磁异常垂直梯度成像结果及误差







# Fig.6 The calculation time comparison between the frequency-domain approach and space-domain approach (UBC) based on three size of the 3-D regular grid model

区内结构自上而下分别为无磁性的第四纪松散堆积物、弱磁性或中等磁性(约(0~100)×10<sup>-3</sup> SI)的泥 盆纪凝灰岩地层和弱磁性(约(0~16)×10<sup>-3</sup> SI)的 泥盆纪石英云闪长岩地层。该研究区内的金属矿主

要赋存于凝灰岩地层内部,包含磁铁矿、黄铁矿和黄铜矿。这些金属矿表现为强磁性,且磁化率约为(30~1000)×10<sup>-3</sup> SI。同时,在该区域内存在两口不同深度的钻井zk1和zk3(图7)。zk1钻孔实测资



a—磁总场异常;b—异常垂直梯度;黑色虚线 A-B 为图 8 所示成像结果剖面位置,zk1 和 zk3 为两口深度不同的钻井

a-the total magnetic anomalies; b-magnetic vertical gradient; black dashed line A-B locates the profile shown in Figure 8, and zk1 and zk3 locate two boreholes

#### 图 7 新疆某金属矿区实测数据

Fig.7 The real data from a metallic deposit area in Xinjiang

料显示,浅层为强磁性金属矿,深部为弱磁性蚀变凝 灰岩地层。zk3 钻孔实测资料显示,浅层为弱磁性 蚀变凝灰岩地层,深部为弱磁性角页岩凝灰岩地层。

研究区磁总场异常(图 7a)和垂直梯度异常(图 7b)数据均为 91×98 的规则网格数据, E 向、N 向的 网格间距均为 10 m。磁倾角和磁偏角分别为 64.3°和-0.4°。整个区域呈现低磁异常, 而在钻孔 zk1 周 围区域出现一个小而闭合的高磁异常、高磁梯度异常, 推断该异常很有可能是由金属矿引起。

利用本文给出的频率域迭代方法对磁总场异常 和垂直梯度异常分别进行了三维成像计算,得到了 地下半空间磁化率的三维分布情况。成像深度范围 为-400~0 m,深度步长为 10 m。成像相关参数为: 垂向导数幂次 *n*=3,深度尺度因子 λ=1。图 8 显示 了沿剖面 A-B 深度切片的磁总场异常和垂直梯度 的三维成像结果。两种结果在 zk1 浅部周围均呈现 强磁性分布,成像异常形状大致为透镜状。磁总场 异常三维成像结果(图 8a)最大磁化率约为0.84 SI, 磁异常垂直梯度成像结果(图 8b)最大磁化率约为 0.612 SI,这种两种成像结果所显示的强磁性异常体 与 zk1 钻孔揭示的小尺度强磁性金属矿相吻合,并 且这种强磁异常体掩埋位置与实际钻井数据显示的 金属矿顶底界面轮廓线也具有很好的一致性。同 时,在 zk1 和 zk3 钻井深部均呈现弱中磁性分布,最 大磁化率约为0.16 SI 左右,而这种弱中磁性分布与 两口钻井揭示的深部泥盆纪大型凝灰岩地层相对 应。





图 8 基于本文频率域方法的三维成像结果

#### Fig.8 The 3-D imaging results by using the presented frequency-domain approach

### 4 结论

文中给出了一种磁异常与梯度三维成像的频率 域迭代方法,为了改善成像深度精度,在成像方法中 加入了深度尺度因子。同时,为了进一步提高成像 精度,采用了迭代优化算法。此外,该方法要求磁数 据的观测面必须为平面,若观测面为起伏面,则在进 行成像计算之前要对其进行曲化平处理。

本文频率域迭代方法,简单、快速、易于实现,适 用于三维大尺度数据的正演和成像,并能够快速模 拟出地下半空间物性大致分布情况。通过对理论模 型数据和新疆某金属矿区实测数据试验,验证了该 方法的可行性、有效性。

**致谢:**衷心感谢王万银教授及物探与化探编辑部提 出的宝贵意见。

#### 参考文献(References):

- Li Y, Oldenburg D W. 3-D inversion of magnetic data [J]. Geophysics, 1996, 61(2): 394-408.
- [2] Pilkington M. 3D magnetic data-space inversion with sparseness constraints [J]. Geophysics, 2009, 74(1): L7 - L15.
- [3] 杨文采. 地球物理反演的理论与方法[M]. 北京: 地质出版 社, 1997.

Yang W C. Theory and Method of Geophysical Inversion [M]. Beijing: Geological Publishing House, 1997.

- [4] 管志宁,侯俊胜,黄临平,等.重磁异常反演的拟 BP 神经网络方法及其应用[J].地球物理学报,1998,41(2):242-251.
  Guan Z N, Hou J S, Huang L P, et al. Inversion of gravity and magnetic anomalies using pseudo-BP neural network method and its application[J]. Chinese Journal of Geophysics, 1998, 41(2): 242-251.
- [5] 王万银,冯旭亮,高玲举,等.重磁方法在吐尔库班套铜镍矿 区勘查中的应用[J].物探与化探,2014,38(3):423-429.
   Wang W Y, Feng X L, Gao L J, et al. The application of gravity and magnetic techniques to the prospecting for the Tuerkubantao copper-nickel ore district [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2014, 38(3):423-429.

- [6] Blakely R J. Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [7] 李焓, 邱之云, 王万银. 复杂形体重、磁异常正演问题综述
  [J].物探与化探, 2008, 32(1): 36-43.
  Li H, Qiu Z Y, Wang W Y. A review of the forward calculation of gravity and magnetic anomalies caused by irregular models [J].
  Geophysical and Geochemical Exploration, 2008, 32(1): 36-43.
- [8] Tikhonov A N, Arsenin V Y. Solutions of III-posed problems [M].
   Washington D.C. V. H. Winston & Sons, 1977.
- [9] Li Y, Oldenburg D W. Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and a logarithmic barrier method[J]. Geophysics Journal International, 2003, 152(2): 251-265.
- [10] Commer M. Three-dimensional gravity modelling and focusing inversion using rectangular meshes [J]. Geophysical Prospecting, 2011, 59(5): 966-979.
- [11] 姚长利,郝天珧,管志宁.重磁反演约束条件及三维物性反演 技术策略[J].物探与化探,2002,26(4):253-257.
  Yao C L, Hao T Y, Guan Z N. Restrictions in gravity and magnetic inversions and technical strategy of 3D properties inversion[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2002, 26(4):253-257.
- [12] Portniaguine O, Zhdanov M S. Focusing geophysical inversion images[J]. Geophysics, 1999, 64(3): 874-887.
- [13] Portniaguine O, Zhdanov M S. 3-D magnetic inversion with data compression and image focusing[J]. Geophysics, 2002, 67(5): 1532-1541.
- [14] 罗凡, 严加永, 付光明. 基于已知信息约束的重磁三维反演在 深部磁铁矿勘查中的应用——以安徽泥河铁矿为例[J]. 物探 与化探, 2018, 42(1):50-60.
  Luo F, Yan J Y, Fu G M. The application of gravity and magnetic three-dimensional inversion based on known information constraint

in deep magnetite exploration: A case study of the Nihe iron deposit in Anhui Province[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2018, 42(1):50-60.

- [15] Lv Q, Qi G, Yan J. 3D geologic model of Shizishan ore field constrained by gravity and magnetic interactive modeling: A case history[J]. Geophysics, 2012, 78(1): B25 - B35.
- [16] Zhang Y, Yan J, Li F, et al. A new bound constraints method for 3-D potential field data inversion using Lagrangian multipliers[J]. Geophysical Journal International, 2015, 201(1): 267-275.
- [17] Li Y, Oldenburg D W. Joint inversion of surface and three-component borehole magnetic data[J]. Geophysics, 2000, 65(2): 540 - 552.
- [18] 姚长利,郝天珧,管志宁,等.重磁遗传算法三维反演中高速 计算及有效存储方法技术[J].地球物理学报,2003,46(2): 252-258.

Yao C L, Hao T Y, Guan Z N, et al. High-speed computation and efficient storage in 3-D gravity and magnetic inversion based on genetic algorithms [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2003, 46 (2):252-258.

[19] 姚长利,郑元满,张聿文.重磁异常三维物性反演随机子域法 方法技术[J].地球物理学报,2007,50(5);1576-1583. Yao C L, Zheng Y M, Zhang Y W. 3-D gravity and magnetic inversion for physical properties using stochastic subspaces[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2007, 50(5):1576-1583.

- [20] Vatankhah S, Renaut R A, Ardestani V E. A fast algorithm for regularized focused 3D inversion of gravity data using randomized singular-value decomposition [J]. Geophysics, 2018, 83 (4): G25 - G34.
- [21] Parker R L. The rapid calculation of potential anomalies [J]. Geophysical Journal International, 1973, 31(4): 447-455.
- [22] Oldenburg D W. The inversion and interpretation of gravity anomalies[J]. Geophysics, 1974, 39(4): 526-536.
- [23] Cribb J. Application of the generalized linear inverse to the inversion of static potential data[J]. Geophysics, 1976, 41(6): 1365 - 1369.
- [24] Kobrunov A I, Varfolomeev V A. On one method of ε-equivalent redistribution and its practical application in the interpretation of gravity fields [J]. Earth Physics USSR Academy of Science, 1981, 10: 25-44.
- [25] Pedersen L B. Relations between potential fields and some equivalent sources [J]. Geophysics, 1991, 56(7): 961-971.
- [26] Priezzhev I I. Integrated interpretation technique of geophysical data for geological modeling [D]. Moscow: State university of Sergo ordjonikidze, 2010.
- [27] Priezzhev I I, Scollard A, Lu Z, Schlumberger. Regional production prediction technology based on gravity and magnetic data from the Eagle Ford formation, Texas, USA[C]//SEG Technical Program Expanded Abstracts, 2014, 1354 - 1358.
- [28] Kobrunov A I. The method of functional representations in the solution of inverse problems of gravimetry[J]. Izvestiya Physics of the Solid Earth, 2015, 51(4): 459-468.
- [29] 王万银, 刘金兰, 邱之云, 等. 频率域偶层位曲面位场处理和 转换方法研究[J]. 地球物理学报, 2009, 52(10): 2652 2665.
   Wang W Y, Liu J L, Qiu Z Y, et al. The research of the frequen-

cy domain dipole layer method for the processing and transformation of potential field on curved surface[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2009, 52(10):2652-2665.

[30] 程振炎. 重磁场的有限元法曲化平[J]. 物探与化探, 1981, 5 (3):153-158.

Cheng Z Y.Curved leveling of gravity and magnetic field by finite element method [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 1981, 5(3):153-158.

 [31] 刘天佑,刘大为,詹应林,等.磁测资料处理新方法及在危机 矿山挖潜中的应用[J].物探与化探,2006,30(5):377-381, 396.

Liu T Y, Liu D W, Shan Y L, et al. A new method of magnetic survey data processing and its application in tapping potential of crisis mines [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2006, 30(5):377-381,396.

[32] Guo L, Yan J. 3-D wavelet-based fusion approach for comprehensively analyzing multiple physical-property voxel models inverted from magnetic data [J]. Journal of Applied Geophysics, 2017, 139: 47 ~ 53.

#### 3-D imaging of magnetic anomalies and gradients in the frequency domain

CUI Ya-Tong, GUO Liang-Hui

(School of Geophysics and Information Technology, China University of Geosciences (Beijing), Beijing 100083, China)

Abstract: 3-D inversion plays an important role in the quantitative interpretation of magnetic data. However, the commonly used spacedomain 3-D inversion algorithms usually require a large number of forward modeling and inversion calculations. Hence, the inversion based on a large-scale data is usually inefficient. 3-D imaging is another significant algorithm for the qualitative and quantitative interpretation of magnetic data. This paper implements a frequency-domain iterative approach for 3-D imaging of magnetic anomalies and gradients, which can improve imaging efficiency and is suitable for rapid imaging of large-scale data. The frequency-domain forward formulae and imaging formulae of magnetic total field anomaly and magnetic gradients are derived in this paper. A depth scaling factor is added to the imaging formulae to significantly improve the depth resolution. In order to reduce the fitting error and improve the imaging accuracy, this paper adopts an iterative optimization algorithm. The effectiveness and feasibility of the presented approach were verified by the synthetic data and real data from a metallic deposit area in Xinjiang.

Key words: magnetic anomalies; gradients; 3-D imaging; forward modeling; frequency domain; depth scaling factor

(本文编辑:王萌)