doi: 10.11720/wtyht.2019.1279

赵涵,景旭,李貅,等.多辐射场源地空瞬变电磁一维反演方法研究[J].物探与化探,2019,43(1):132-142.http://doi.org/10.11720/wtyht.2019. 1279

Zhao H, Jing X, Li X, et al. A study of 1D inversion of multi-source ground-airborne transient electromagnetic method [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2019, 43(1): 132-142. http://doi.org/10.11720/wtyht.2019.1279

多辐射场源地空瞬变电磁一维反演方法研究

赵涵,景旭,李貅,刘文韬

(长安大学 地质工程与测绘学院,陕西 西安 710054)

摘要:地空瞬变电磁法融合了地面与航空瞬变电磁的方法原理与观测模式,将发射源置于地表,并利用航空器在 空中接收响应信号。因此,地空瞬变电磁法同时具有地面装置大测深、高信噪的优势以及航空装置中采集高效的 优势。先有研究偏重于单一辐射源,忽略了多辐射场源在勘探深度与信噪比上的优势。因此需要研究适用于多辐 射场源地空装置的数据解释方法。在解决多辐射场源地空瞬变电磁正演问题之后,以 Occam 反演理论为基础,对 多辐射场源地空瞬变电磁一维反演进行研究。首先要构建目标函数,本文通过引入拉格朗日乘子,将数据拟合差 及模型粗糙度组合起来进而构建目标函数;其次解决灵敏度矩阵的构建问题。模型计算结果表明本文多辐射场源 地空瞬变电磁法一维反演算法的有效性,可为三维反演与精细解释提供良好的基础。通过对典型模型的反演计 算,从其理论模型及反演结果的对比可以看出,Occam 反演方法可以应用到多辐射场源地空瞬变电磁系统中,为多 辐射场源地空瞬变电磁解释增加了新途径。

关键词:多辐射场源;地空瞬变电磁法;Occam 反演方法

中图分类号: P631 文献标识码: A 文章编号: 1000-8918(2019)01-0132-11

0 引言

由于当前勘探的矿床大都处于埋藏深度较浅、 地质构造环境及地形环境简单的地质环境,在现阶 段深部找矿和深度空间矿产勘查中,急需要解决探 测仪器的勘探深度及其分辨率这一技术难题。且对 于西部偏远地区,地质条件复杂,地区面积广,工作 量大,探测设备及人员很难进入,导致勘探难度大, 因此更需要努力找出能够在这种复杂地形情况下的 高效率探测的问题^[14]。地空瞬变电磁法融合了地 面与航空瞬变电磁的方法原理与观测模式,将发射 源置于地表,并利用航空器在空中接收响应信号。 因此,地空瞬变电磁法同时具有地面装置的大测深、 高信噪优势和航空装置的采集高效优势。首先,值 得一提的就是 FLAIRTEM 系统的产生。FLAIRTEM 系统^[5-6]是由 Elliot 于 1991~1993 年期间研制的,该

系统的研制是为了解决深部勘探问题,是针对澳大 利亚导电地表覆盖层这种特殊情况下对地下结构进 行勘探而研制的。其次,值得关注的另一成就就是 TerraAir 系统的产生。TerraAir 系统是 Fugro 公司于 1997 年研制的^[7],该系统的发射装置为发射线圈, 运用航空电磁系统的接收装置进行信号接收。在 2000年.Smith 等^[7]在加拿大的一个硫化物矿区进 行了实验,并对航空电磁系统、半航空电磁系统和地 面电磁系统进行对比,根据对比结果可以看出地空 瞬变电磁法结合了航空瞬变电磁法及地面瞬变电磁 法各自的优点,具有信噪比高、勘探深度大、工作效 率高的特点。到目前为止,地空瞬变电磁法都是采 取成像的方式来进行数据解释。例如,2015年,李 貅等^[8]定义了全域视电阻率,运用电阻率成像的方 法来进行地空瞬变电磁法的数据解释计算:2015 年,李貅等^[9]研究了地空逆合成孔径成像体系,进 一步完善了地空瞬变电磁法的解释理论体系;2016

收稿日期: 2018-07-18;修回日期: 2018-10-08

基金项目:国家自然科学基金重点项目(41830101);国家自然科学基金项目(41704108)

作者简介:赵涵(1995-),女,长安大学硕士,研究方向为瞬变电磁探测。

年.李貅等^[10]根据等效导电平面原理,讨论了多源 地空瞬变电磁法的快速成像方法,进一步完善了地 空瞬变电磁法的解释理论体系。我国针对地空瞬变 电磁反演问题研究至今没有实质性进展,近年来实 际情况表明我国地空瞬变电磁资料解释应向定量 化、自动化、可视化、三维反演的目标不断努力,而一 维反演正是实现这一目标所必需的基础工作。本文 采用 Occam 反演方法对地空瞬变电磁数据进行反 演,它不仅考虑拟合差的问题,还充分考虑到了实际 地层典型参数分布情况,该方法对初始模型的依赖 性弱,还具有很好的平滑度,符合实际的要求。Occam 方法在实际工作中是一种常用的反演方法^[11], 许多电磁反演软件亦是采用 Occam 反演方法进行 计算,如电磁测深反演程序 Interper1X1D、GeoElectro 电法软件系统等。因此,采用 Occam 反演方法来实 现多辐射场源地空瞬变电磁法的一维反演研究具有 现实意义。

1 基本原理和方法

1.1 单辐射场源地空瞬变电磁法正演原理

针对本文的电性源瞬变响应求解问题,提出了 剖分、叠加、求和的方式来解决该问题。现以场源 AB 为例,首先将长度为 ds 的场源 AB 剖分成 n 段电 偶极子,其剖分的俯视图如图 1,点 P 为测点在 xoy 平面的投影点,第 j 段的电偶极子长度为 ds_j,第 j 段 的电偶极子到点 P 的距离为 r_j ,第 j 段电偶极子的 中点与 P 点的连线与 x 轴夹角为 φ_j 。再对每个电 偶极子在点 P 处产生的频率域电磁响应进行计算, 最后将所有的电偶极子在点 P 处产生的频率域电 磁响应叠加在一起近似为场源 AB 在点 P 处的频率 域电磁响应。

1.1.1 各向同性水平层状大地频率域瞬变响应

现有各向同性水平层状大地模型如图 2 所示, 其层数为 n,各层电阻率分别为 $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_n$,对 应各层厚度为 $h_1, h_2, h_3, \dots, h_{n-1}$,直角坐标系的原点 为 O,将长度为 ds 的电偶极子 AB 置于地表,其中心



图1 单辐射场源剖分俯视图

Fig.1 The platform of single-radiation source subdivision



图 2 层状大地地表电偶极子坐标系示意 Fig.2 The diagram of layered earth surface electric dipole coordinate system

位于点 *O*,位于空中的测点 *M* 在地表的投影为 *P*,距 原点 *O* 的距离|*OP*|=*r*,线段 *OP* 与 *x* 轴正方向即电 偶极子 *AB* 的夹角为 *φ*,点 *M* 到地表的距离为 *z*。

由此可知,在距地表高度为 h 处放置的电偶极 子对于各向同性水平层状大地在空中产生的电矢量 位为^[14-15]

$$A_{x0} = \frac{P_E}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0 |z+h|} + \frac{-\frac{\lambda}{u_0} \frac{u_1}{R_1} + \lambda}{u_0 + \frac{u_1}{R_1}} e^{-u_0 h} e^{u_0 z} \right] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1)$$

通过对电矢量位进行一系列变换(见附录),再 求取旋度,并做进一步的整理可得地表电偶极子在 空中产生的频率域磁感应强度表达式为

$$\begin{cases} B_x(\omega) = \frac{P_E}{2\pi} \mu_0 \sin\varphi \cos\varphi \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{\lambda + u_1/R_1} e^{\lambda z} J_0(\lambda r) \, \mathrm{d}\lambda - \frac{P_E}{2\pi} \frac{\mu_0 \sin\varphi \cos\varphi}{r} \int_0^\infty \frac{2\lambda}{\lambda + u_1/R_1} e^{\lambda z} J_1(\lambda r) \, \mathrm{d}\lambda \\ P_E(\omega) = \frac{P_E}{2\pi} e^{\lambda z} J_1(\lambda r) \, \mathrm{d}\lambda + \frac{P_E}{2\pi} \frac{\mu_0 (\cos^2\varphi - \sin^2\varphi)}{r} \int_0^\infty \frac{2\lambda}{\lambda + u_1/R_1} e^{\lambda z} J_1(\lambda r) \, \mathrm{d}\lambda \end{cases}$$
(2)

$$\begin{cases} B_{y}(\omega) = \frac{T_{E}}{2\pi}\mu_{0}\sin^{2}\varphi \int_{0}^{\omega} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda z} J_{0}(\lambda r) d\lambda + \frac{T_{E}}{2\pi}\frac{\mu_{0}(\cos\varphi - \sin\varphi)}{r} \int_{0}^{\omega} \frac{\lambda}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda z} J_{1}(\lambda r) d\lambda , \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix}
B_z(\omega) = \frac{F_E}{2\pi} \mu_0 \sin\varphi \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{\lambda + u_1/R_1} e^{\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda \\
\vdots \\
R_1 = \operatorname{cth} \left[u_1 h_1 + \operatorname{arcth} \frac{u_1}{u_2} \operatorname{cth} \left(u_2 h_2 + \dots + \operatorname{arcth} \frac{u_{n-1}}{u_n} \right) \right] \circ \tag{3}$$

其中:

· 134 ·

 $u_i = \sqrt{\lambda^2 + k_i^2}, k_i^2 = -i\omega\mu\sigma_i - \omega^2\mu\varepsilon$,在导电介质中,若忽略位移电流 $k_i^2 = -i\omega\mu\sigma_i, \sigma_i$ 是第 *i* 层地层的电导率。

在计算单辐射场源地空瞬变电磁响应时,首先 要运用剖分的思想,可以把一个电性源分成若干小 段,而每一小段又都可以被看成是一个电偶极子。 因此,在计算单辐射场源地空瞬变响应时就在电偶 极子的基础上进行计算,将每个电偶极子在测点上 产生的瞬变响应都计算之后,然后再将剖分成的每 个电偶极子产生的瞬变响应均换算到整体坐标系 下,最后在整体坐标系下,对所剖分的各个电偶极子 产生瞬变响应进行叠加、求和,就可得层状大地单辐 射场源在空中产生的频率域磁感应强度表达式为

$$\begin{cases} B_{x}(\omega) = \sum_{j=1}^{m} \left[-\frac{P_{Ej}}{2\pi} \frac{\mu_{0} \sin\varphi_{j} \cos\varphi_{j}}{r_{j}} \int_{0}^{\infty} \frac{2\lambda}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda z} J_{1}(\lambda r_{j}) d\lambda + \frac{P_{Ej}}{2\pi} \mu_{0} \sin\varphi_{j} \cos\varphi_{j} \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda z} J_{0}(\lambda r_{j}) d\lambda \right] \\ B_{y}(\omega) = \sum_{j=1}^{m} \left[\frac{P_{Ej}}{2\pi} \frac{\mu_{0}(\cos^{2}\varphi_{j} - \sin^{2}\varphi_{j})}{r_{j}} \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda z} J_{1}(\lambda r_{j}) d\lambda + \frac{P_{Ej}}{2\pi} \mu_{0} \sin^{2}\varphi_{j} \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda z} J_{0}(\lambda r_{j}) d\lambda \right] \\ B_{z}(\omega) = \sum_{j=1}^{m} \frac{P_{Ej}}{2\pi} \mu_{0} \sin\varphi_{j} \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda z} J_{1}(\lambda r_{j}) d\lambda \end{cases}$$

1.1.2 频率域瞬变响应与时间域瞬变响应的变换 当发射波形为阶跃波时可知

$$I = \begin{cases} I_0, & t < 0; \\ 0, & t \ge 0 \end{cases}$$
(5)

由频谱分析理论,可知谐变场量 $F(\omega)$ 与时间场量 f(t)之间的转换关系为^[14,16-17]

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(\omega)}{-i\omega} e^{-i\omega t} d\omega , \qquad (6)$$

又由积分变换可得到频率域与时间域磁感应强度之间的转换关系^[18-19]:

$$B(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B(\omega)}{-i\omega} e^{-i\omega t} d\omega \quad (7)$$

最后,经过化简就可得

$$B(t) = B_0 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Im}B(\omega)}{\omega} \cos(\omega t) \, d\omega$$
$$B(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Re}B(\omega)}{\omega} \sin(\omega t) \, d\omega$$
(8)

进而可得对应的时间导数:

$$\frac{\partial B(t)}{\partial t} = -\frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} \operatorname{Im}B(\omega)\sin(\omega t) d\omega
\frac{\partial B(t)}{\partial t} = -\frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} \operatorname{Re}B(\omega)\cos(\omega t) d\omega$$
(9)

根据式(8)、式(9)所体现的频率域瞬变响应向

时间域瞬变响应转换的关系,结合式(4)就可得到 单辐射场源情况下各向同性水平层状大地时间域瞬 变响应。

1.2 多辐射场源地空瞬变电磁法正演原理

前面已经研究了单辐射场源地空瞬变电磁法的 正演问题,现在对于多辐射场源的情况,可以将其看 作单辐射场源的叠加。在这里应用到坐标系的转 换,也就是说在计算出每个电偶极子源在其自身的 坐标系下产生的频率域瞬变响应后,要将其响应均 转换到整体坐标系下并叠加,从而得到多辐射场源 的频率域瞬变响应,然后再根据时频转换的相关理 论进行转换,从而得到多辐射场源时间域瞬变响应。 1.2.1 各向同性水平层状大地频率域瞬变响应

针对多辐射场源的情况,本文中将继续采用剖 分叠加的方法,以单辐射场源时的瞬变响应为基础, 从而得到多辐射场源情况下的瞬变响应。

图 3 所示为多辐射场源所在坐标系俯视图,如 图所示,本文以其中一个电性源所在的坐标系为整 体坐标系,图 3 中就是以源 A₁B₁ 所在的坐标系为 准;而后,将所有源产生的瞬变响应转换到整体坐标 系下并叠加,便可得到各向同性水平层状大地多辐 射场源在空中产生的频率域瞬变响应如式(10):

(4)



图 3 多辐射场源所在坐标系俯视图



$$\begin{cases} B_{x}(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n_{i}} \cos\alpha_{i} \Biggl[-\frac{P_{Eij}}{2\pi} \frac{\mu_{0} \sin\varphi_{ij} \cos\varphi_{ij}}{r_{ij}} \int_{0}^{\infty} \frac{2\lambda}{\lambda + u_{1}} e^{\lambda t} J_{1}(\lambda r_{ij}) d\lambda \Biggr] \\ + \frac{P_{Eij}}{2\pi} \mu_{0} \sin\varphi_{ij} \cos\varphi_{ij} \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}} e^{\lambda t} J_{0}(\lambda r_{ij}) d\lambda \Biggr] \\ - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n_{i}} \sin\alpha_{i} \Biggl[\frac{P_{Eij}}{2\pi} \frac{\mu_{0}(\cos^{2}\varphi_{ij} - \sin^{2}\varphi_{ij})}{r_{ij}} \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda t} J_{1}(\lambda r_{ij}) d\lambda \Biggr] \\ \Biggl\} \Biggl\} \Biggl\} \Biggr\} \Biggr\} \Biggr\} \Biggr\} \Biggr\} \Biggr\} \Biggr\}$$

$$\begin{cases} B_{y}(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n_{i}} \sin\alpha_{i} \Biggl[-\frac{P_{Eij}}{2\pi} \frac{\mu_{0} \sin\varphi_{ij} \cos\varphi_{ij}}{r_{ij}} \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda t} J_{0}(\lambda r_{ij}) d\lambda \Biggr] \\ + \frac{P_{Eij}}{2\pi} \mu_{0} \sin\varphi_{ij} \cos\varphi_{ij} \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda t} J_{0}(\lambda r_{ij}) d\lambda \Biggr] \\ + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n_{i}} \cos\alpha_{i} \Biggl[\frac{P_{Eij}}{2\pi} \frac{\mu_{0} (\cos^{2}\varphi_{ij} - \sin^{2}\varphi_{ij})}{r_{ij}} \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda t} J_{0}(\lambda r_{ij}) d\lambda \Biggr] \\ + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n_{i}} \cos\alpha_{i} \Biggl[\frac{P_{Eij}}{2\pi} \mu_{0} \sin\varphi_{ij} \cos\varphi_{ij} \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda t} J_{0}(\lambda r_{ij}) d\lambda \Biggr] \\ \\ B_{z}(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n_{i}} \frac{P_{Eij}}{2\pi} \mu_{0} \sin\varphi_{ij} \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda t} J_{0}(\lambda r_{ij}) d\lambda \Biggr] \\ \\ B_{z}(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n_{i}} \frac{P_{Eij}}{2\pi} \mu_{0} \sin\varphi_{ij} \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda t} J_{0}(\lambda r_{ij}) d\lambda \Biggr]$$

1.2.2 频率域瞬变响应与时间域瞬变响应的变换

在单辐射场源地空瞬变响应的计算中,采用正 余弦变换的方法对其频率域瞬变响应和时间域瞬变 响应进行转换,而对于多辐射场源产生的瞬变响应 这种方法同样适用,因此,在进行多辐射场源的瞬变 响应的频率域与时间域之间的转换本文仍然采用正 余弦变换方法,即式(8)与式(9)。

1.3 多辐射场源地空瞬变电磁法一维 Occam 反演 原理

Occam 反演方法其实是一种带平滑约束的最小

二乘反演方法,即在一定的拟合误差标准下使模型 的粗糙度最小。

模型的粗糙度表示的是模型的光滑程度。模型 粗糙度的表示形式为

$$R = \int \left(\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}z}\right)^2 \mathrm{d}z \quad , \tag{11}$$

其中:z 是深度,m(z)是模型每个深度下与之相对应 的地电参数,在本文中则为电阻率。为使计算简便, 将模型的地电参数表示为

$$m(z) = m_i, i = 1, 2, \dots, N;$$
 (12)
随后,将模型粗糙度即式(11)进行离散化,可得

(22)

$$R_{1} = \sum_{i=2}^{N} (m_{i} - m_{i-1})^{2}$$
(13)

可以将式(13)由离散形式改写成矩阵形式:

 $R_{1} = \|\partial m\|^{2}, \qquad (14)$ 其中 ∂ 为粗糙度矩阵,表示为

$$\partial = \begin{bmatrix} 0 & & & 0 \\ -1 & 1 & & \\ & -1 & 1 & \\ & & \dots & \dots \\ & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \circ (15)$$

对于模型计算数据与实测数据的拟合差 X²,可 以由

$$X^{2} = \sum_{i=1}^{M} \frac{(d_{i} - F_{i}(m))^{2}}{\sigma_{i}^{2}}$$
(16)

得到。其中: d_i ($i = 1, 2, 3, \dots, M$)是观测数据, $F_i(m)$ ($i = 1, 2, 3, \dots, M$)是正演数据, σ_i ($i = 1, 2, 3, \dots, M$)是对应数据的标准差。而 Occam 反演方法 就是对于测定的数据结果及其标准差,找到一个粗 糙度尽可能的小而拟合差又能够达到期望能够达到 的值,因此引入拉格朗日乘子 μ 继而建立目标函数:

$$X^{2} = \sum_{i=1}^{M} \frac{(d_{i} - F_{i}(m))^{2}}{\sigma_{i}^{2}} , \qquad (17)$$

其中: $d_i(i=1,2,3,\dots,M)$ 是观测数据, $F_i(m)(i=1, 2,3,\dots,M)$ 是正演数据, $\sigma_i(i=1,2,3,\dots,M)$ 是对应数据的标准差。

根据 Occam 反演方法的基本原理,可以建立目标函数^[20-23,29]:

$$U = R_1 + \mu^{-1} \{ \| Wd - WF[m] \|^2 - X_{\infty}^2 \} ,$$
(18)

式中: μ 是拉格朗日乘子,d 是观测数据向量,F 是正 演算子, X_{*}^{2} 是反演所要求达到的拟合差,W = diag $\{1/\sigma_{1}, 1/\sigma_{2}, \dots, \sigma_{j}, \dots, 1/\sigma_{M}\}, \sigma_{j}$ 是第j 个数据的 标准差, R_{1} 是模型粗糙度。

首先构建初始模型 m₁,然后在其附近将该非线 性问题进行线性化,则可以得到结果^[24-28]:

$$F[m_1 + \Delta] = F[m_1] + J_1 \Delta_{\circ} \qquad (19)$$

式中: $\Delta = m_2 - m_1$ 是模型修改量, m_2 是反演一次迭代的解, J_1 是初始模型 m_1 的偏导数矩阵,其元素就可表示为 $J_{ij} = \partial F_i[m] / \partial m_j$ 。

将式(19)代入式(20)并整理就可得到:

$$U = \|\partial m_2\|^2 + \mu^{-1} \{\|W(d - F[m_1] + J_1m_1) - WJ_1m_2\|^2 - X_{\infty}^2\}$$
。 (20)

反演迭代的目的就是使目标函数达到最小,因 此通常求取其梯度并令梯度值为零即∇ U=0。由此 便可得到

$$\mu^{-1}(WJ_{1})^{\mathsf{T}}WJ_{1}m_{2} - \mu^{-1}(WJ_{1})^{\mathsf{T}}Wd_{1} + \partial^{\mathsf{T}}\partial m_{2} = 0$$
(21)

在 Occam 反演求 μ 的方法是在每次迭代中搜索找 到一个 μ^* , 使得数据残差平方和的值最小, 即 $X_{k+1}^2(\mu^*) = \min\{ \| Wd - WF[m_{k+1}(\mu^*)] \|^2 \}$ 。

而在这里,对于μ值的求取方法本文采用的线性搜 索的办法来找到能够满足条件的数值。在求解过程 中,满足条件的值可能会出现多个,这时选取其中 最大的,因为可以使得模型的粗糙度最小。

2 模型计算

针对本章的模型计算,其场源的位置及测点坐标均如图4所示,将两个长度均为1000m的电性源平行放置,平行电性源的电流方向如图中箭头所示, 二者的电流大小均为100A,飞行高度为100m,偏移距为500m。观测点 *M*在*xyz*坐标系中对应的坐标为(300m,400m,-100m)。





2.1 典型三层模型

运用各个模型所得瞬变响应 $B_p(t)(p=x,y,z)$ 进行反演计算时,以电阻率 100 $\Omega \cdot m$ 为的半空间 模型为初始模型,共 30 层,迭代的终止条件为拟合 差小于 5%或最大迭代次数为 30 次。以下模型系统 装置如无特殊说明都是如此。

图 5b、图 2b 中可以看出两种模型的反演的计 算结果与理论模型拟合情况。图 5c、d、e,图 6c、d、e 分别为反演模型与理论模型关于瞬变响应 $B_p(t)$ (p=x,y,z)的拟合曲线。从理论模型和反演模型计 算所得的 $B_p(t)(p=x,y,z)$ 曲线图中可以看出 $B_p(t)$ (p=x,y,z)的曲线形态越简单其拟合效果越好,通



图 5 A 型模型示意图及反演结果对比

Fig.5 The diagram and inversion results comparison chart of A-type



图 6 Q型模型示意图及反演结果对比

Fig.6 The diagram and inversion results comparison chart of Q-type

过对比可以看出在 $B_p(t)(p=x,y,z)$ 的曲线图中, $B_y(t)$ 的曲线拟合的最好,几乎完全重合,而 $B_p(t)$ (p=x,z)的曲线在中间拐点处拟合程度较差,误差 较大。对比图 5b、图 6b 可以发现,在此情况下运用 瞬变响应 $B_y(t)$ 所得的反演结果与理论模型拟合相 对较好。因此,在反演计算的过程中应尽量运用曲 线形态相对简单的瞬变响应数据进行反演计算。

2.2 四层模型计算

设计 KH 型、HK 型模型,其各项参数如图7a、图 8a 所示。每层厚度为 15 m。图 7b、图 8b 中可以看 出两种模型的反演的计算结果与理论模型拟合情 况。图 7c、d、e,图 8c、d、e 分别为反演模型与理论 模型关于瞬变响应 $B_p(t)(p=x,y,z)$ 的拟合曲线,从 理论模型和反演模型计算所得的 $B_p(t)(p=x,y,z)$ 曲线图中可以看出 $B_p(t)(p=x,y,z)$ 的曲线形态越 简单其拟合效果越好,通过对比可以看出在 $B_p(t)$ (p=x,y,z) 的曲线图中, $B_y(t)$ 的曲线拟合的最好, 几乎完全重合,而 $B_p(t)(p=x,z)$ 的曲线在中间拐点 处拟合程度较差,误差较大。对比图 7b、图 8b 可以 发现,在此情况下运用瞬变响应 B_y(t)所得的反演结果与理论模型拟合相对较好。

2.3 五层模型计算

设计五层模型,其各项参数如图 9a 所示。每层 厚度为15m。根据上述模型的计算,验证了多辐射 场源地空瞬变电磁法一维 Occam 反演方法的可靠 性,因此应用该方法对五层模型进行反演计算,在计 算过程中将多辐射场源地空瞬变电磁法的正演结果 作为实测数据继而进行反演计算。计算结束后,将 计算得到最终结果与给定的理论模型进行比较。图 9b 中可以看出该模型的反演的计算结果与理论模 型拟合情况。图 9c、d、e 分别为反演模型与理论模 型关于瞬变响应 $B_{p}(t)(p=x,y,z)$ 的拟合曲线,从理 论模型和反演模型计算所得的 $B_{a}(t)(p=x,y,z)$ 曲 线图中可以看出 $B_{p}(t)(p=x,y,z)$ 的曲线形态越简 单 其拟合效果越好,通过对比可以看出:在B_a(t) (p=x,y,z)的曲线图中, $B_{y}(t)$ 的曲线拟合的最好, 几乎完全重合,而 $B_{n}(t)(p=x,z)$ 的曲线在中间拐点 处拟合程度较差,误差较大。通过对比可以发现,在

 $\rho/(\Omega \cdot m)$



图 7 KH 型模型示意及结果对比

Fig.7 The diagram and inversion results comparison chart of KH-type

· 139 ·







此情况下运用瞬变响应 B_y(t) 所得的反演结果与理论模型拟合相对较好。

Occam 反演方法具有的最大特点就是它不依 赖初始模型的选择,而且反演出的模型具有很好 的圆滑度,符合实际要求,不会出现过度解释的现 象。在反演过程中,针对灵敏度矩阵的计算,采用 差分形式代替其微分形式,可使运算化简,使得计 算更加便捷。本文采用线性搜索拉格朗日乘子的 方法,最终求得拟合差达到精度且粗糙度达到最 小的拉格朗日乘子,从而保证了计算的准确性。 对典型三层模型、四层模型及五层模型进行了反 演计算,从理论模型及反演结果的对比可以看出, Occam 反演方法可以应用到多辐射场源地空瞬变 电磁系统中,为多辐射场源地空瞬变电磁解释增 加了新途径。而根据图 5~图 9 可以看出, Occam 反演对模型具有平滑效果,在实际地层中电阻率 突变的分界处, Occam 反演的电阻率结果在此有一 个渐变过渡,能够较好地反映出地下地质体的电 性分布特征,并且对于形态简单的瞬变响应数据, 其反演结果相对较好,因此应尽量运用曲线形态 相对简单的瞬变响应数据进行反演计算。

3 结论

本文针对多辐射场源地空瞬变电磁法的一维 反演问题进行了研究与讨论。主要解决了以下两 方面的问题:第一,解决多辐射场源地空瞬变电磁 法的正演问题;第二,以 Occam 反演理论为基础, 针对多辐射场源地空瞬变电磁法一维反演进行研 究,实现对多辐射场源地空瞬变响应的反演计算; 随后,本文采用多辐射场源地空系统对地下层状 模型进行计算,而后对所得数据进行反演,从而得 到相应的地电模型进行地球物理解释。以 Occam 反演理论为基础的多辐射场源地空瞬变电磁一维 反演方法还不够完善,仍存在许多问题需要继续 研究和改进,本文采用线性搜索的方法来搜索合 适的拉格朗日乘子,该方法虽简单,但其运算时间 较长。因此可以考虑运用其他方法来解决拉格朗 日乘子搜索的问题,使得运用该方法进行计算的 速度得到提升,也为实现三维反演做准备。



图 9 五层模型示意及结果对比



参考文献(Reference):

- [1] 滕吉文. 地球深部物质和能量交换的动力过程与矿产资源的 形成[J]. 大地构造与成矿学, 2003, 27(1): 3-21.
 Teng J W. The dynamic process of material and energy exchange and the formation of mineral resources in deep earth[J]. Geotectonics and Metallogenesis, 2003, 27(1): 3-21.
- [2] 邓军,杨立强,葛良胜,等.胶东矿集区形成的构造体制研究 进展[J].自然科学进展,2006,16(5):513-518.
 Deng J, Yang L Q, Ge L S, et al. Research progress on the tectonic system formed in the Jiaodong ore concentration area[J]. Advances in Natural Science,2006,16(5):513-518.
- [3] 滕吉文,杨立强,刘洪臣,等.岩石圈内部第二深度空间金属 矿产资源形成与集聚的深层动力学响应[J].地球物理学报, 2009,52(7):1734-1756.
 Teng J W, Yang L Q, Liu H C, et al. Deep dynamic response of metal mineral resources formation and accumulation in the second deep space of the lithosphere[J]. Chinese Journal of Geophysics,
- [4] 刘光鼎,郝天珧,刘伊克.中国大地构造宏观格架及其与矿产 资源的关系[J].科学通报,1997,42(2):113-118.
 Liu G D, Hao T Q, Liu Y K. The macroscopic framework of China's geotectonics and its relationship with mineral resources[J]. Chinese Science Bulletin, 1997, 42(2):113-118.

2009, 52(7): 1734-1756.

[5] Nabighian M N. Electromagnetic methods in applied geophysicstheory (Volume 1) [M]. Tulsa OK: Society of Exploration,

- 1988, 217 231.
- [6] Elliott P. New airborne electromagnetic method provides fast deeptarget data turnaround [J]. The Leading Edge, 1996(4):309 – 310.
- [7] Smith R S, Annan P, McGowan P D. A comparison of data from airborne, semi-airborne, and ground electromagnetic systems [J]. Geophysics, 2001, 66(5): 1379-1385.
- [8] 张莹莹,李貅,姚伟华,等.多辐射场源地空瞬变电磁法多分量全域视电阻率定义[J].地球物理学报,2015,58(8):2745-2758.

Zhang Y Y, Li X, Yao W H, et al. Determination of apparent resistivity of multi-component global TEM in multi-radiation field [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58 (8): 2745-2758.

- [9] 李貅,张莹莹,卢绪山,等.电性源瞬变电磁地空逆合成孔径 成像[J].地球物理学报,2015,58(1):277-288.
 Li X,Zhang Y Y,Lu X S, et al. Simulation of transient apertureinverse synthetic aperture imaging of electrical source transients
 [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58(1):277-288.
- [10] 张莹莹,李貅,李佳,等. 多辐射场源地空瞬变电磁法快速成 像方法研究[J]. 地球物理学进展, 2016, 31(2):869-876.
 Zhang Y Y, Li X, Li J, et al. Fast imaging method of ground-to-air transient electromagnetic method for multi-radiation field source
 [J]. Progress in Geophysics, 2016, 31(2): 869-876.
- [11] 翁爱华. Occam 反演及其在瞬变电磁测深中的应用[J]. 地质 与勘探, 2007, 43(5):74-76.

Weng A H. Occam inversion and its application in transient electromagnetic sounding [J]. Geology and exploration, 2007, 43 (5):74-76.

- [12] 杨文采. 非线性地震道的混沌反演—— II.关于 Lyapunov 指数 和吸引子[J]. 地球物理学报, 1993, 36(3):376-387.
 Yang W C. Chaotic inversion of nonlinear seismic traces—II. on Lyapunov exponents and attractors [J]. Chinese Journal of Geophysics, 1993, 36(3): 376-387.
- [13] 江玉乐, 雷宛. 地球物理数据处理教程[M].北京:地质出版 社, 2006.

Jiang Y L, Lei W. Geophysical data processing course [M]. Beijing: Geological Publishing House, 2006.

[14] 朴化荣. 电磁测深法原理[M]. 北京: 地质出版社, 1990:83-101, 112-126.

Piao H R. Principles of electromagnetic sounding [M].Beijing: Geological Publishing House, 1990;83-101,112-126.

- [15] Kaufman A A, Keller G V. 频率域和时间域电磁测深[M]. 王 建谋,译.北京:地质出版社, 1987:153-194, 257-279.
 Kaufman A A, Keller G V. Frequency and transient soundings(in Chinaese)[M].Translated by Wang J M.Beijing: Geological Publishing House, 1987:153-194,257-279.
- [16] 李貅. 瞬变电测深的理论与应用[M]. 西安:陕西科学技术出版社,2002:49-51,79-82.
 Li X. Theory and application of transient electrical sounding[M]. Xi'an:Shaanxi Science and Technology Press, 2002:49-51,79-
- [17] 方文藻, 李子国, 李貅. 瞬变电磁测深法原理[M]. 西安: 西 北大学工业出版社, 1993.
 Fang W Z, Li Y G, Li X. Principle of transient electromagnetic sounding [M]. Xi´an: Northwestern University Industrial Press, 1993.
- [18] 何继善. 广域电磁法和伪随机信号电法[M]. 北京:高等教育 出版社, 2010:77-88.
 He JS. Wide-area electromagnetic method and pseudo-random signal electrical method[M].Beijing:Higher Education Press, 2010: 77-88.
- [19] 王华军. 正余弦变换的数值滤波算法[J]. 工程地球物理学报, 2004, 1(4): 329-335.
 Wang H J.Numerical screening algorithm for several cross-forming

transformation [J]. Journal of engineering geophysics, 2004, 1 (4): 329-335.

[20] 李永兴,强健科,汤井田.航空瞬变电磁一维正反演研究[J].地 球地球物理学报,2010,53(3):751-759. Li Y X, Qian J K, Tang J T.Study on one-dimensional forward and inversion of aeronautical transient electromagnetic method[J].Chinese Journal of Geophysics, 2010, 53(3):751-759.

- [21] 毛立峰,王绪本,陈斌.直升机航空瞬变电磁自适应正则化一维 反演方法研究[J].地球物理学进展,2011,26(1):300-305.
 Mao L F, Wang X B, Chen B.Study on one-dimensional inversion method of helicopter aviation transient electromagnetic adaptive regularization[J].Progress in Geophysics,2011,26(1):300-305.
- [22] Constable B S C, Parker R L, Constable C G. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth model from electromagnetic sounding data[C]// Geophysics. 1987.
- [23] 吴小平.大地电磁数据的 Occam 反演改进[J]. 地球物理学报, 1998, 41(4):547-554.
 Wu X P. Improvement of Occam inversion of magnetotelluric data [J].Chinese Journal of Geophysics, 1998, 41(4): 547-554.
- [24] 周道卿, 谭捍东, 王卫平. 频率域航空电磁资料 Occam 反演研究[J]. 物探与化探, 2006, 30(2):162-165.
 Zhou D Q, Tan H D, Wang W P. Occam inversion of aeronautical electromagnetic data in frequency domain [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2006, 30(2): 162-165.
- [25] 何梅兴, 胡祥云, 叶益信,等. 2.5 维可控源音频大地电磁法 Occam 反演理论及应用[J]. 地球物理学进展, 2011, 26(6): 2163-2170.
 He M X, Hu X Y, Ye Y X, et al. Occam inversion theory and application of 2.5D controllable source audio magnetotelluric method

plication of 2.5D controllable source audio magnetotelluric method [J]. Progress in Geophysics,2011,26(6):2163-2170.

- [26] 刘方镐. 海洋可控源电磁法一维正演与 Occam 反演研究[D]. 成都:成都理工大学, 2012.
 Liu F D. 1D direct problem and Occam inversion of ocean controlled source electromagnetic method[D]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2012.
- [27] 张君涛,周军,王绪本,等.一维大地电磁 Occam 反演拉格朗日乘子的搜索[J].物探化探计算技术,2015(6):687-692.
 Zhang J T, Zhou J, Wang X B, et al. Search of one-dimensional magnetotelluric Occam inversion of Lagrange multiplier[J]. Computing Techniques For Geophysical and Geochemical Exploration, 2015,37(6):687-692.
- [28] 陈小斌,赵国泽,汤吉,等.大地电磁自适应正则化反演算法
 [J].地球物理学报,2005,48(4):937-946.
 Chen X B, Zhao G Z, Tang J, et al. Magneto-electromagnetic adaptive regularization inversion algorithm[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2005,48(4):937-946.

A study of 1D inversion of multi-source ground-airborne transient electromagnetic method

ZHAO Han, JING Xu, LI Xiu, LIU Wen-Tao

(College of Geological Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China)

Abstract: The ground-airborne transient electromagnetic method combines the principle and observation mode of ground and air transient electromagnetic survey, places the emission source on the surface, and uses the aircraft to receive the response signal in the air.

82

Therefore, the ground-airborne transient electromagnetic method has the advantages of large sounding depth of the ground device, high signal-to-noise ratio and high efficiency of aviation equipment acquisition. Previous studies have focused on a single source of radiation, ignoring the advantages of multi-radiation field sources in exploration depth and signal-to-noise ratio. Therefore, it is necessary to study the data interpretation method applicable to the ground device of the multi-radiation field source. After solving the problem of the ground-airborne transient electromagnetic forward modeling and on the basis of the principle of Occam inversion, the authors studied one-dimensional inversion of multi-source ground-airborne transient electromagnetic survey. First of all, the important problem is the construction of objective function, and the objective function is constituted by the misfit and model roughness by introducing the Lagrange multiplier. Secondly, the problem of the construction of the sensitivity matrix is solved. The model calculation results show 1D Inversion of Multi-source Ground-airborne Transient Electromagnetic Method is effective, which can provide a good foundation and fine interpretation for three-dimensional inversion and fine interpretation. Through the inversion calculation of the typical model, it can be seen from the comparative study of its theoretical model and inversion results that the Occam inversion method can be applied to the Multi-source Ground-airborne Transient Electromagnetic Method, and adds a new approach to the interpretation of the Multi-source Ground-airborne Transient Electromagnetic Method, and adds a new approach to the interpretation of the Multi-source Ground-airborne TEM.

Key words: multi-source; ground-airborne transient electromagentic method; Occam inversion method

(本文编辑:沈效群)

附录A:

根据位置的不同,电矢量位 A_{x0}可分别表示为

$$\begin{cases} A_{x0} = \frac{P_E}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0(z+h)} + \frac{-\frac{\lambda}{u_0} \frac{u_1}{R_1} + \lambda}{u_0 + \frac{u_1}{R_1}} e^{-u_0 h} e^{u_0 z} \right] J_0(\lambda r) d\lambda (|z| < h) , \\ A_{x0} = \frac{P_E}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\lambda}{u_0} e^{u_0(z+h)} + \frac{-\frac{\lambda}{u_0} \frac{u_1}{R_1} + \lambda}{u_0 + \frac{u_1}{R_1}} e^{-u_0 h} e^{u_0 z} \right] J_0(\lambda r) d\lambda (|z| > h) , \end{cases}$$
(1A)

本文中,应使用1z1>h 对应的电矢量位公式来 进行对空中电磁场的求解,即:

$$A_{x0} = \frac{P_E}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\lambda}{u_0} e^{u_0(z+h)} + \frac{-\frac{\lambda}{u_0} \frac{u_1}{R_1} + \lambda}{u_0 + \frac{u_1}{R_1}} e^{-u_0 h} e^{u_0 z} \right] J_0(\lambda r) d\lambda$$
(2A)

令电偶极子位于地表,则在空中的电矢量位为 h=0时的电矢量位。将 h=0代入式(2A)可得空中 电矢量位为

$$A_{x0} = \frac{P_E}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\lambda}{u_0} e^{u_0 z} + \frac{-\frac{\lambda}{u_0} \frac{u_1}{R_1} + \lambda}{u_0 + \frac{u_1}{R_1}} e^{u_0 z} \right] J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{P_E}{4\pi} \int_0^\infty \frac{2\lambda e^{\lambda z}}{\lambda + u_1/R_1} J_0(\lambda r) d\lambda_\circ \qquad (3A)$$

假设层状大地地表电偶极子在空中产生的电矢 量位 A_ao为

$$A_{z0} = \frac{P_E}{4\pi} \cos\varphi \int_0^\infty d_0 e^{u_0 z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad , \qquad (4A)$$

现已知层状大地地表电偶极子在地表处产生的电矢量位 A_a为

$$A_{21} = \frac{P_E}{2\pi} \cos\varphi \int_0^\infty \frac{\lambda}{\lambda + u_1/R_1} J_1(\lambda r) \,\mathrm{d}\lambda \quad , \quad (5A)$$

由于电矢量位在地表处满足边界条件 $A_{a0}|_{z=0} = A_{z1}$, 将式(4A)与式(5A)代入即可得到

$$d_0 = \frac{2\lambda}{\lambda + u_1/R_1} \circ \tag{6A}$$

将式(6A)代入式(4A)即得到层状大地地表电偶极 子在空中产生的电矢量位 A_n:

$$A_{z0} = \frac{P_E}{4\pi} \cos\varphi \int_0^\infty \frac{2\lambda}{\lambda + u_1/R_1} e^{\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda_o \quad (7A)$$