

doi: 10.11720/wtyht.2022.1232

张宇哲, 孟麟, 王智. 基于 Gmsh 的起伏地形下井—地直流电法正演模拟[J]. 物探与化探, 2022, 46(1): 182–190. <http://doi.org/10.11720/wtyht.2022.1232>

Zhang Y Z, Meng L, Wang Z. Forward modeling of well-ground direct current resistivity method for undulating terrain based on Gmsh[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2022, 46(1): 182–190. <http://doi.org/10.11720/wtyht.2022.1232>

基于 Gmsh 的起伏地形下井—地直流电法正演模拟

张宇哲, 孟麟, 王智

(长江大学 电子信息学院, 湖北 荆州 434023)

摘 要: 采用 Gmsh 软件对起伏地形下的异常体模型进行建模和不规则网格剖分, 将剖分网格数据应用到 2.5D 有限元正演程序中, 并使用井—地联合观测方法对正演计算结果进行分析。分析结果表明: 采用不规则网格剖分拟合起伏地形和使用井—地联合观测方法来进行起伏地形下的地质情况勘探能得到较好的结果, 同时还研究了使用不同观测装置时山谷地形对下方异常响应的影响, 研究结果对实际勘探工作有借鉴意义。研究证明了有限元软件 Gmsh 在地球物理有限单元法正演建模和网格剖分方面有良好的应用价值。

关键词: Gmsh; 井—地观测装置; 起伏地形; 有限单元法

中图分类号: P631

文献标识码: A

文章编号: 1000-8918(2022)01-0182-09

0 引言

Gmsh 是一个具有 CAD 内核和后处理器的开源三维网格生成软件, 提供了一种带有参数输入和高级可视化功能的快速、轻便和用户友好的网格剖分工具^[1], 它由几何建模、网格剖分、求解器和后处理 4 个部分组成。自 1971 年, Coggon^[2] 首次将有限单元法应用到二维线电流场的正演数值模拟过程后, 很多学者对利用有限单元法解决直流电法正演问题进行了深入研究。如: Rijo^[3] 引入通用性网格, 提高了正演的计算速度和精度; Dey 等^[4] 对井—地电法和地表电法的各自装置类型的特点进行了对比分析; Wu X P^[5] 将不完全 Cholesky 共轭梯度方法应用在有限单元法的正演模拟中, 提升了运算速率; Cardarelli 等^[6] 利用艾米特插值进行傅里叶反变换, 提高了正演结果的精度; Tang J T 等^[7] 使用非结构化网格来拟合复杂地形的电阻率模型; Ren Z Y 等^[8-10] 提出自适应有限元算法自动进行网格加密, 提高正演的准确性; Pan K J 等^[11] 将外推瀑布式多重网格法应用在 2.5D 和 3D 直流电法正演中; Zhang

Q J 等^[12] 研究了加密—收缩的网格在有限元模拟中的应用; Kuang X T 等^[13] 对起伏地形条件下长方体磁场无解析解奇点表达式进行了研究; 王智等^[14] 结合井—地观测方法和改进的异常电位法, 确定了适用于起伏地表的自然边界条件; 武建平等^[15] 将有限单元法应用在电磁法三维正演模拟中, 取得了不错的结果; 严波等^[16] 将对偶加权后验误差估计方法应用在自适应有限元正演模拟中, 提高了自适应有限元网格加密的有效性。本文采用不规则网格剖分拟合起伏地形, 使用井—地联合观测方法来进行起伏地形下的异常响应的观测, 研究使用不同观测装置时山谷地形对下方异常响应的影响。

1 2.5D 有限元正演模拟

在三维无限半空间 Ω 中, 点电源 A 的坐标为 (x_A, y_A, z_A) , 若要求解直流电法勘探的点源 2.5D 边值问题, 需要通过傅里叶变换将空间域电位 $u(x, y, z)$ 转化为波数域电位 $U(x, k, z)$ 。波数域电位 U 满足的偏微分方程^[17] 如下:

收稿日期: 2021-04-26; 修回日期: 2021-08-02

基金项目: 国家自然科学基金(41604093)资助

第一作者: 张宇哲(1999-), 男, 湖北荆州人, 硕士在读, 主要研究方向为电磁法数值模拟。Email: 2795484843@qq.com

通讯作者: 王智(1985-), 男, 湖北省武汉市人, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为电磁法数值模拟和机器学习。Email: 1324385898@qq.com

$$\begin{cases} -\nabla \cdot [\sigma(x,z) \nabla U(x,k,z)] + \\ k^2 \sigma(x,z) \cdot U(x,k,z) = \frac{1}{2} I \delta(r-r_A), \\ \frac{\partial U}{\partial n} = 0, \quad \in \Gamma_s \\ \frac{\partial U}{\partial n} + U k \cos(\mathbf{r}, \mathbf{n}) \frac{K_1(kr)}{K_0(kr)} = 0, \quad \in \Gamma_\infty \end{cases} \quad (1)$$

式中: σ 是地下介质电导率; I 是供电电流强度; δ 是 Delta 脉冲函数; Γ_s 和 Γ_∞ 分别为三维无线半空间的地表边界和无穷远边界; $\mathbf{n}$ 代表边界的外法向向量; $\mathbf{r}$ 是 Γ_∞ 上任意一点到点电源的向量; K_1 和 K_0 分别为一阶和零阶修正贝塞尔函数; k 为波数。该偏微分方程的边界条件分别为: ①地表边界采用 Newman 边界条件; ②无穷远边界采用混合边界条件。

用有限单元法解决上述边值问题时, 需推导边值问题对应的变分问题, 式(1)对应的变分问题为:

$$\begin{cases} F(U) = \int_{\Omega} \left[\frac{\sigma}{2} (\nabla U)^2 + \frac{1}{2} k^2 \sigma U^2 - I \delta(r-r_A) \right] \cdot \\ d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Gamma_\infty} \sigma k \cos(\mathbf{r}, \mathbf{n}) \frac{K_1(kr)}{K_0(kr)} U^2 d\Gamma, \\ \delta F(U) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

得到对应变分问题后, 用三角形单元将求解区域离散化; 然后在每个离散单元 e 上用多项式函数和对应的形函数来近似待求量; 最后将每个单元合并, 求解大型稀疏线性方程组, 得到各个节点处的波

数域电位值 U , 进行傅里叶反变换便可得到空间中的电位值 u 。本文选用的波数 k_i 与傅里叶反变换系数 g_i 选自文献[17]中采用最优化方法得到的 5 个波数和对应的傅里叶反变化系数。

2 建模及观测装置

在 Gmsh 建立模型和网格剖分过程中, 有 2 种建模方式: ①采用 Gmsh 软件左侧的 GUI 进行交互建模; ②在 geo 格式文件中采用 Gmsh 自己的脚本语句进行建模。本文选择后一种方式, Gmsh 脚本建模原理请参考本文附录 A。

井—地电阻率观测装置由井下供电电极和地表测量电极共同组成, 由于井中的观测电极距离地下的异常体更近, 所以得到的观测数据量更大且更精确, 还可以分别移动供电电极和测量电极的相对位置, 来观测和研究不同水平位置 and 不同深度的地下介质情况。根据实际使用的观测装置的不同, 井—地电阻率观测装置可以细分为井—地二极观测装置、井—地三极观测装置、井—地偶极观测装置等。在记录和作图时, 井—地二极装置(图 1a)以井中供电电极 A 的纵坐标为记录点纵坐标, 地表观测电极 M 的横坐标为记录点横坐标; 井—地三极装置(图 1b)以井中供电电极 A 的纵坐标为记录点纵坐标, 地表观测电极 MN 中点的横坐标为记录点横坐标。

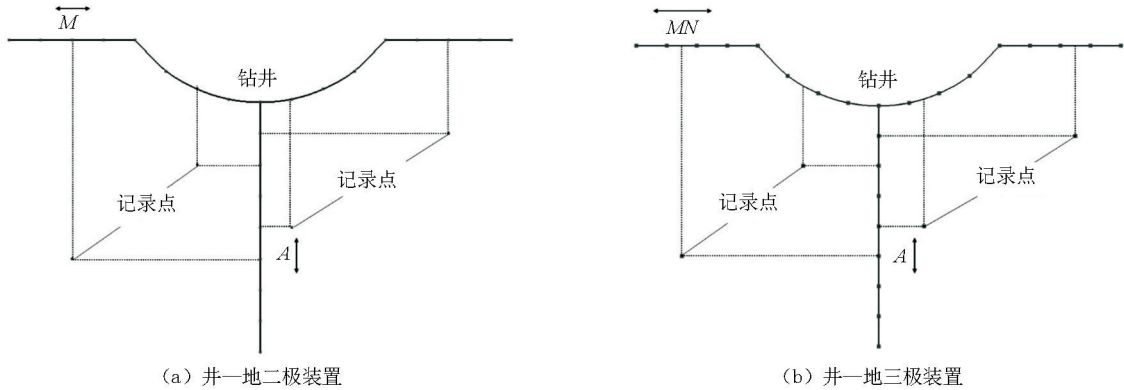


图 1 观测装置示意^[18]

Fig.1 Example of observation device^[18]

3 数值模拟及分析

地质模型的建立和网格剖分是使用有限单元法解决地球物理正演问题的重要环节。用 Gmsh 软件对地质模型进行不规则的网格剖分时进行局部加密, 能更精确地拟合各种地形情况, 提高正演结果的

准确性。2.5D 有限单元正演数值模拟程序采用 CSR 格式来压缩储存大型稀疏矩阵; 选用 Eigen 库中的 BiCGSTAB(biconjugate gradient stabilized method)求解器解正演过程中的线性方程组。首先, 为了验证 Gmsh 在正演问题中的适用性和有限单元正演数值模拟算法的正确性, 选用具有解析解的层状模型进行正演模拟; 然后, 使用井—地二极和井—地

三极电阻率观测装置进行观测,对两种山谷地形下异常体的异常响应进行正演模拟,讨论山谷地形对方异常体的异常响应的影响。

3.1 算法验证

水平层状模型如图 2 所示,采用二极装置进行观测,得到的电位解析解和数值解的对比如图 3 所示。从结果可以看出数值解和解析解的误差主要集中在靠近供电电极的位置,其余位置的误差较小,证明了 Gmsh 在正演问题中的适用性和有限单元正演数值模拟算法的正确性。

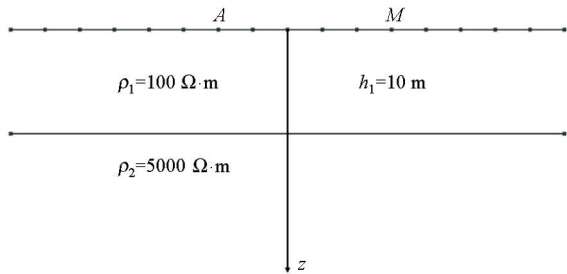


图 2 水平层状模型

Fig.2 Two-layers geo-electric cross section

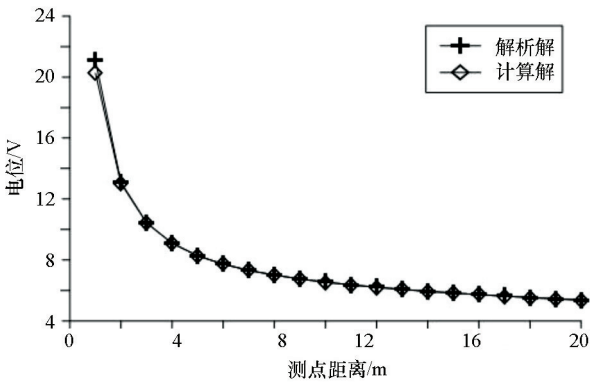


图 3 电位数解和解析解对比

Fig.3 The curve for analytical solution and calculation solution of potential

3.2 计算实例

所设 3 个模型如图 4 所示,分别为平坦地形、底部平缓的山谷地形以及底部尖锐的山谷地形下的异常体模型,井中供电电极 A 的变换范围为 $0 \sim 20 m$,间距 $1 m$;地表观测电极的变换范围为 $0 \sim 50 m$,间距 $1 m$;山谷地形底部深度为 $5 m$;异常体顶部埋深为 $8.5 m$,长 $4 m$,高 $2 m$ 。为了比较各种地形和装置的观测视电阻率异常,围岩电阻率设定为 $100 \Omega \cdot m$,低阻体电阻率为 $5 \Omega \cdot m$,高阻体电阻率为 $5000 \Omega \cdot m$ 。在作图时,超出测量点范围的数据由 Surfer 软件根据测量范围内的数据推导画出。

采用井—地二极装置对模型一进行正演模拟所得视电阻率断面如图 5 所示。在图 5a 中,低阻异常

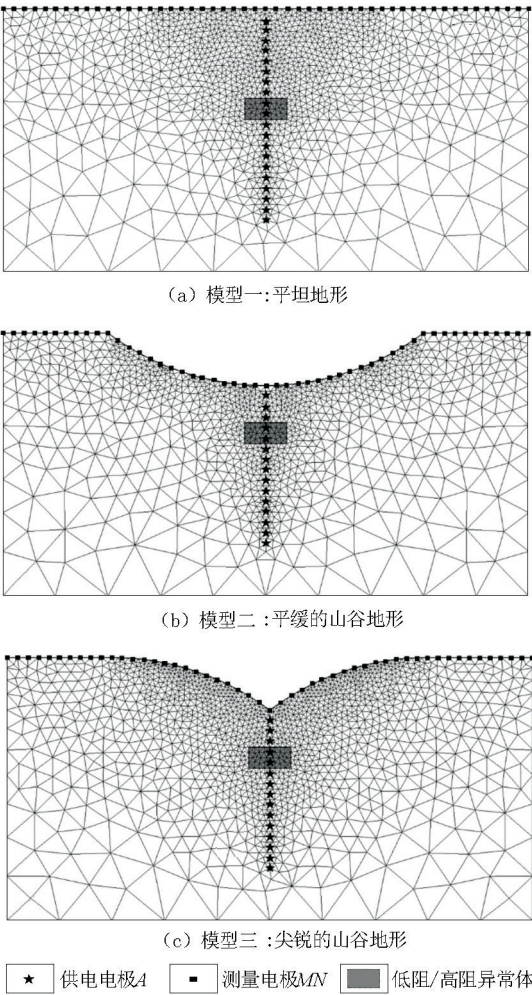


图 4 模型示意

Fig.4 Sketch map of model

体的视电阻率断面中只存在独立的椭圆形低阻异常,是由于低阻异常体对电流的吸引作用而形成;垂直方向上低阻异常中心深度 $z = 8.5 m$,与异常体的顶部埋深一致,最低幅值为 $76 \Omega \cdot m$,水平方向上低阻异常中心的范围 $x = 23 \sim 27 m$,与异常体的宽度相同。图 5b 显示,高阻异常体的视电阻率断面垂直方向上存在对称的高阻异常和低阻异常,当源点在异常体上方时,由于高阻体对电流的排斥作用,异常体上方地表的电流密度大于正常电流密度,因此呈现出大于背景值的高阻异常,当源点在异常体下方时,由于高阻体的屏蔽电流作用,异常体上方地表的电流密度小于正常电流密度,因此呈现小于背景值的低阻异常;上部高阻异常的最高幅值为 $120 \Omega \cdot m$,下部低阻异常的最低幅值为 $84 \Omega \cdot m$,异常分界面为 $z = 9.5 m$,和异常体中心深度相同;在水平方向上,高阻、低阻异常的分布范围都为 $x = 23 \sim 27 m$,与异常体的宽度相同。两种情况下均可通过视电阻率断面图中的异常响应准确推断异常体位置。

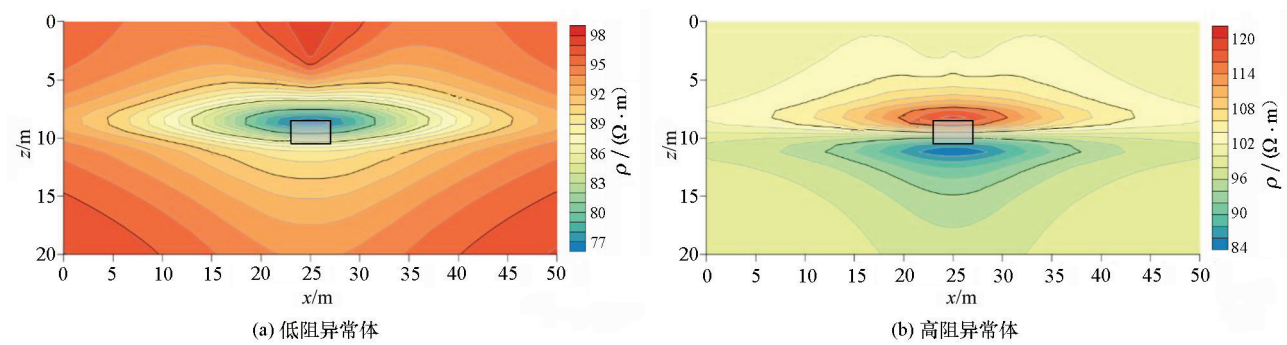


图 5 模型一的视电阻率断面(井—地二极装置)

Fig.5 Apparent resistivity cross-section view of model 1 (borehole-ground pole-pole device)

图 6 为模型二对应的纯山谷地形的视电阻率断面。采用井—地二极装置观测时,在水平方向上视电阻率等值线最为密集的地方在山谷地形和平坦地形的分界处(图 6a),山谷地形最低处下方存在一个相对左右两侧的高阻异常,异常幅值为 $95\ \Omega\cdot\text{m}$;在垂直方向上,相对左右两侧的高阻异常的顶部和山谷地形的底部的深度平齐。采用

井—地三极装置,在水平方向从左到右依次为低阻—高阻—低阻趋势(图 6b),两侧的低阻脉冲异常位于山谷地形和平坦地形的分界处,最低异常幅值为 $46\ \Omega\cdot\text{m}$;高阻异常位于山谷地形最低处下方,最高异常幅值为 $106\ \Omega\cdot\text{m}$;在垂直方向上,两侧低阻脉冲异常最低幅值等值线顶部高度和山谷地形的底部的深度相等。

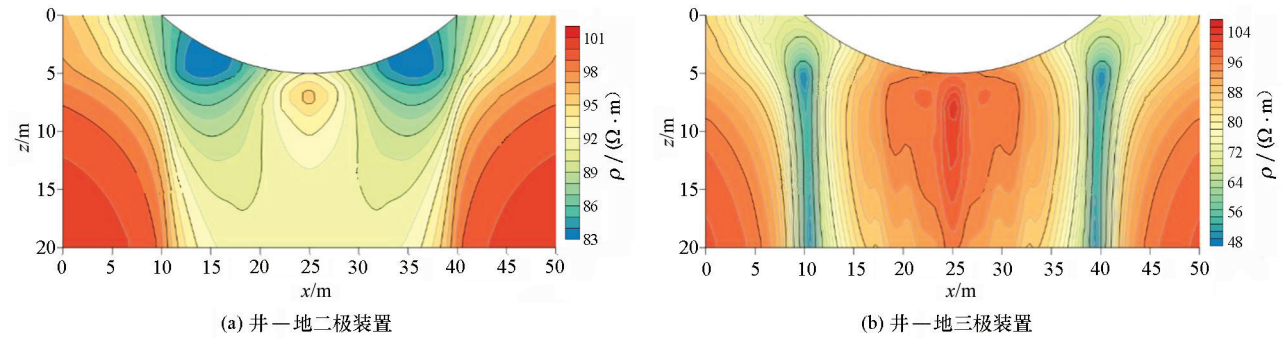


图 6 模型二的视电阻率断面

Fig.6 Apparent resistivity cross-section view of model 2

模型二正演结果的视电阻率断面如图 7 所示。采用井—地二极观测装置,低阻异常体的视电阻率断面图(图 7a)上存在一个独立的椭圆形低阻异常,和平坦地形下的低阻异常相比,该异常的范围明显缩小,其中心深度位于 $z=8.5\text{ m}$,与异常体的顶部埋深一致,最低幅值为 $54\ \Omega\cdot\text{m}$ 。山谷地形底部存在相对左右两侧的高阻异常,异常中心深度和山谷地形底部深度一致,幅值为 $83\ \Omega\cdot\text{m}$;低阻异常中心的范围为 $x=23\sim 27\text{ m}$,与异常体的宽度相同。高阻异常体的视电阻率断面图(图 7b)中高阻、低阻并存,和平坦地形下的异常响应相比,上部分高阻异常的范围有所缩小;高阻异常和低阻异常不完全对称,上部高阻异常的最高幅值为 $128\ \Omega\cdot\text{m}$,下部低阻异常的最低幅值为 $66\ \Omega\cdot\text{m}$,异常分界线为 $z=9.5\text{ m}$,和异常体中心深度相同;在水平方向上,高阻、低阻异常的分布范围都在 $x=23\sim 27\text{ m}$ 中,与异常体的宽度

相同。山谷地形下异常体模型断面图中,低阻异常体所产生的低阻异常区域基本和低阻异常体模型重合,高阻异常区域中心位于山谷底部最深处;高阻异常体产生的高阻异常区域和低阻异常区域基本对称,分界线和异常体中心埋深一致,据此可以判断山谷地形下方为低阻异常体还是高阻异常体。图 7c、d 为采用井—地三极观测装置所得。图 7c 中可见,低阻异常体的视电阻率断面存在山谷地形下方的高阻异常和独立的椭圆形低阻异常,高阻异常中心位于山谷地形的最低处,最高幅值为 $105\ \Omega\cdot\text{m}$;低阻异常中心深度 $z=9.5\text{ m}$,与异常体中心的埋深平齐,高、低阻异常分界线为 $z=8.5\text{ m}$,与异常体的顶部埋深一致;在水平方向上,低阻异常中心的范围与异常体的宽度相同,位于山谷地形和平坦地形的分界处的低阻脉冲异常依然明显存在。图 7d

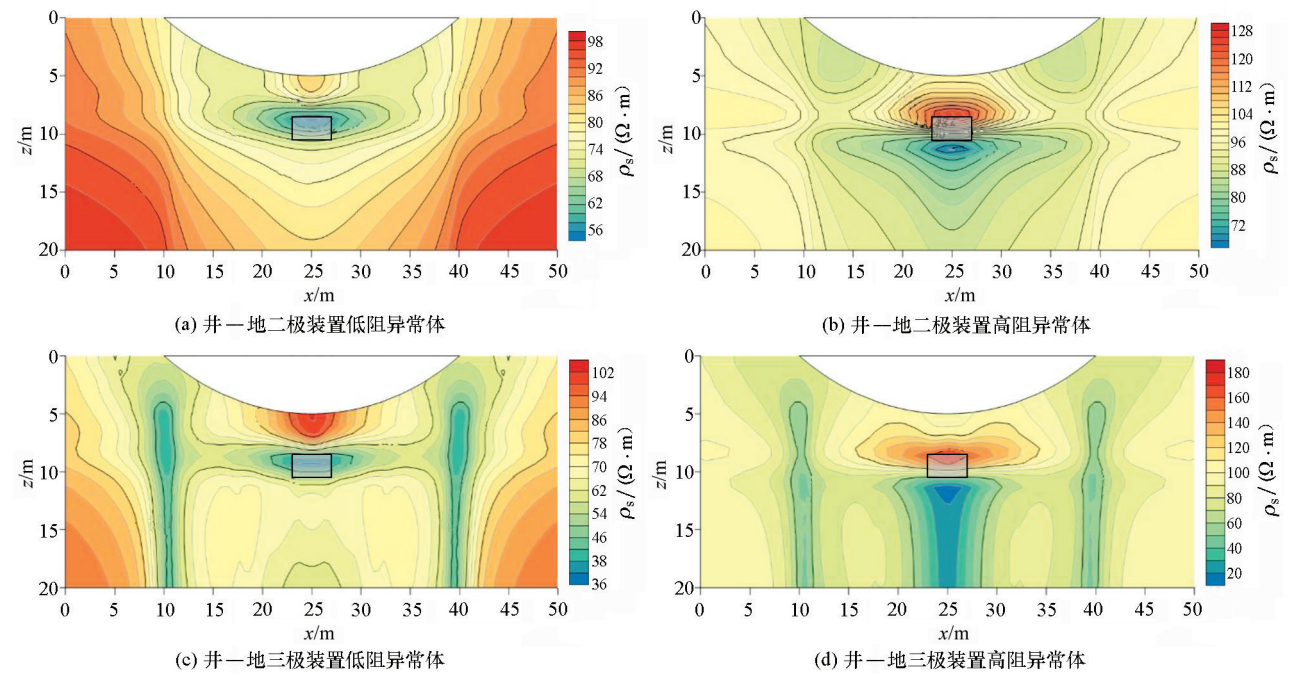


图 7 模型二的正演结果

Fig.7 Apparent resistivity cross-section view of the forward result of model 2

显示高阻异常体的视电阻率断面中同样存在高阻和低阻异常,高阻异常中心深度 z 与异常体的顶部埋深一致,其电阻率最高幅值为 $180\ \Omega\cdot\text{m}$,低阻异常最低为 $10\ \Omega\cdot\text{m}$,高、低阻异常的分界线为 $z=10.5\ \text{m}$,与异常体的底部深度相同;在水平方向上,两侧的低阻脉冲异常位于山谷地形和平坦地形的分界处,高、低阻异常中心的范围均为 $x=23\sim27\ \text{m}$,与异常体的宽度相同。

图 8 为模型三对应的纯山谷地形的视电阻率断面。采用井—地二极装置观测时,视电阻率断面存在方向向下的低阻脉冲异常(图 8a),从左到右依次为高阻—低阻—高阻趋势,等值线最密集的位置在山谷地形和平坦地形的分界处;低阻异常位于山谷地形下方,最低幅值为 $76\ \Omega\cdot\text{m}$,向下的低阻脉冲异

常的底部和山谷地形的底部的深度平齐。采用井—地三极装置观测时,视电阻率断面与井—地二极装置观测得到的相反,存在方向向上的脉冲异常(图 8b),异常范围 $x=10\sim40\ \text{m}$,与山谷地形范围一致;低阻异常位于山谷地形正下方,其顶部和山谷地形的底部的深度平齐,低阻异常最低幅值为 $25\ \Omega\cdot\text{m}$ 。

模型三正演结果的视电阻率断面如图 9 所示。图 9a、b 为采用井—地二极观测装置所得。低阻异常体的视电阻率断面(图 9a)中存在一个独立的椭圆形低阻异常,异常中心深度与异常体的顶部埋深一致,位置与异常体中心水平位置相同,最低幅值为 $48\ \Omega\cdot\text{m}$ 。高阻异常体的视电阻率断面(图 9b)中高阻、低阻异常并存,高阻异常的最高幅值为 $108\ \Omega\cdot\text{m}$,低阻异常的最低幅值为 $60\ \Omega\cdot\text{m}$,异常分界线

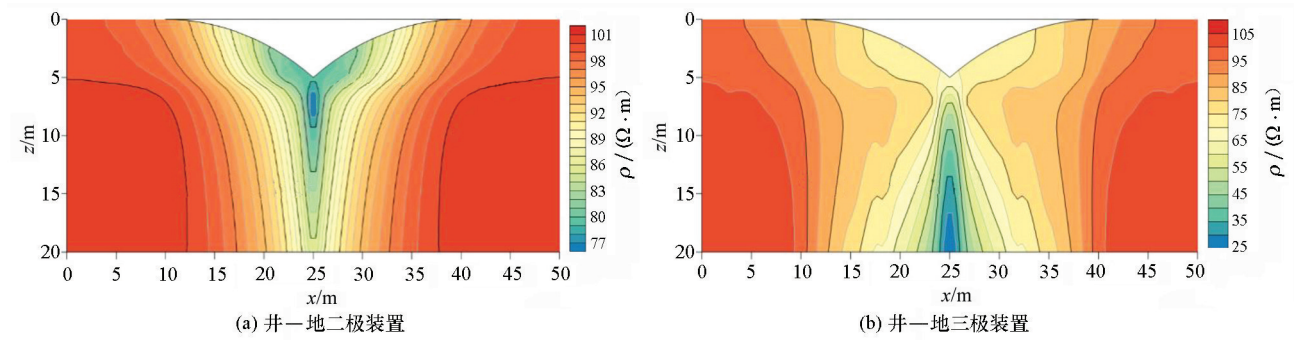


图 8 模型三的视电阻率断面

Fig.8 Apparent resistivity cross-section view of model 3

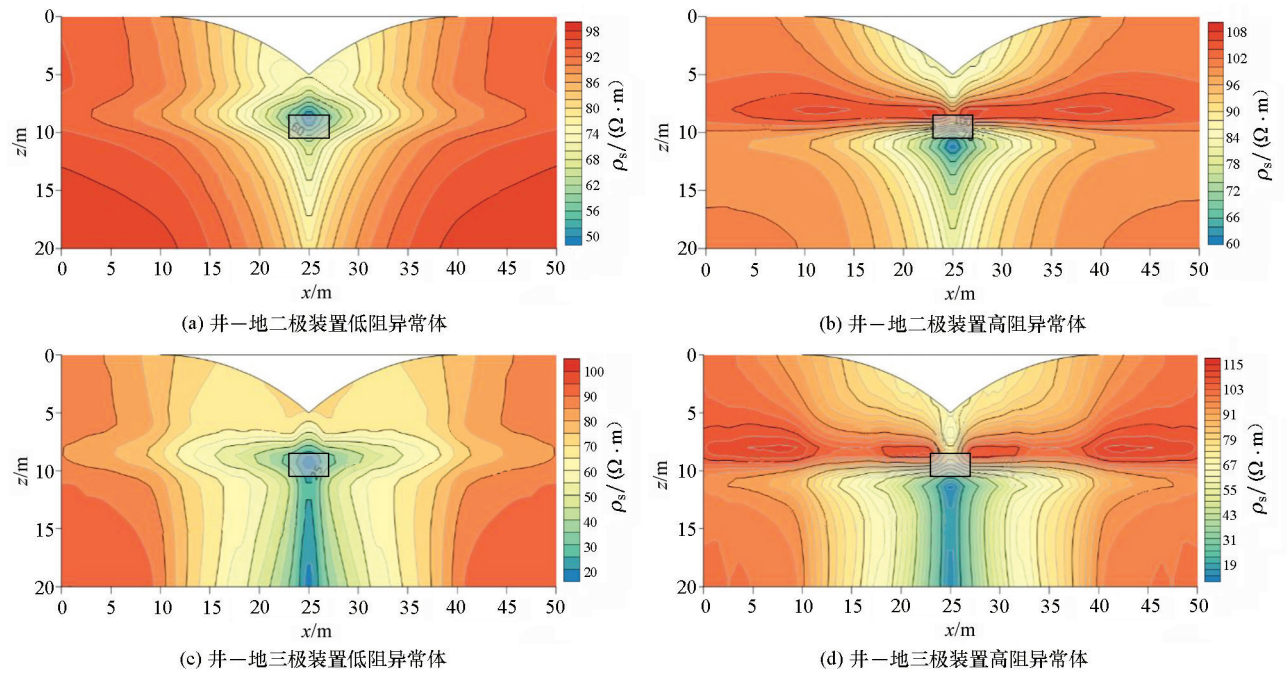


图 9 模型三的正演结果

Fig.9 Apparent resistivity cross-section view of the forward result of model 3

和异常体中心深度相同;高阻异常的中心由于山谷地形的影响被阻断,低阻异常的中心位于 $x = 25\text{ m}$ 处,与异常体的水平中心位置平齐。

图 9c、d 为采用井—地三极观测装置所得。在低阻异常体的视电阻率断面(图 9c)中,垂直方向上有存在一个椭圆形低阻异常和一个脉冲异常。在垂直方向上,椭圆形低阻异常中心位于 $z = 9.5\text{ m}$,与异常体中心埋深相同;纯山谷地形显示的低阻脉冲异常顶部应在 $z = 5\text{ m}$ 处,由于存在低阻异常体的影响,低阻脉冲异常的顶部位置下降到 $z = 12\text{ m}$ 处;在水平方向上,低阻异常和低阻脉冲异常中心均为 $x = 25\text{ m}$,最低幅值为 $15\text{ }\Omega\cdot\text{m}$,低阻脉冲异常的分布范围仍与山谷地形范围一致。高阻异常体的视电阻率断面(图 9d)中高阻、低阻异常并存,在垂直方向上,上面的高阻异常中心深度 $z = 8.5\text{ m}$,与异常体的顶部埋深一致,其最高幅值为 $115\text{ }\Omega\cdot\text{m}$,下面是低阻异常最低幅值为 $10\text{ }\Omega\cdot\text{m}$,高、低阻异常的分界线 $z = 9.5\text{ m}$,与异常体的中心深度相同;在水平方向上,高阻异常在 $x = 25\text{ m}$ 被阻断,下面的低阻脉冲异常形态相对于纯山谷地形的异常响应情况来说有所变化,但影响范围仍然在 $x = 10\sim 40\text{ m}$,与山谷地形范围一致。

4 结论

采用 Gmsh 软件进行建模和网格剖分,使用

井—地二极和井—地三极电阻率装置进行观测,用有限单元法对 2 种山谷地形下异常体的异常响应进行正演模拟后,对正演模拟结果进行分析,得到了以下结论:

- 1)底部尖锐的纯山谷地形比底部平缓的纯山谷地形产生的异常响应更加明显和突出,对下方异常体的异常响应的影响也更大。尖锐山谷地形产生的影响主要集中在尖锐处水平 2 m 内,且异常幅度大,平缓山谷地形的影响范围较大而异常幅度小。
- 2)井—地三极装置观测结果比井—地二极装置观测结果的异常响应幅值更大,异常形态更复杂。就水平分辨率来说,井—地三极装置的分辨率比井—地二极更强;2 种装置的垂向分辨率相差不大,但是异常形态各有特点,在实际工程中应注意区分。
- 3)采用不规则网格剖分拟合起伏地形和使用井—地联合观测方法来进行起伏地形下的地质情况勘探能得到较好的结果,同时也证明有限元软件 Gmsh 在地球物理有限单元法正演建模和网格剖分方面有好的应用价值。

参考文献(References):

[1] Geuzaine C, Remacle J. Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2009, 79 (11): 1309 - 1331.

[2] Coggon J H. Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method [J]. Geophysics, 1971, 36(2): 132 - 155.

- [3] Rijo L. Modeling of electric and electromagnetic data [D]. Phd Thesis, Univ. of Utah, 1977.
- [4] Dey A, Morrison H F. Resistivity modeling for arbitrarily shaped three-dimensional structured [J]. *Geophysics*, 1979, 44(4): 753 – 780.
- [5] Wu X P. A 3-D finite-element algorithm for DC resistivity modeling using the shifted incomplete Cholesky conjugate gradient method [J]. *Geophysical Journal International*, 2003, 154(3): 947 – 956.
- [6] Cardarelli E, Fischanger F. 2D data modelling by electrical resistivity tomography for complex subsurface geology [J]. *Geophysical Prospecting*, 2006, 54(2): 121 – 133.
- [7] 汤井田,王飞燕,任政勇.基于非结构化网格的 2.5-D 直流电自适应有限元数值模拟[J].*地球物理学报*,2010,53(3):708 – 716.
- Tang J T, Wang F Y, Ren Z Y. 2.5-D DC resistivity modeling by adaptive finite-element with unstructured triangulation [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2010, 53(3): 708 – 716.
- [8] Ren Z Y, Tang J T. 3D direct current resistivity modeling with unstructured mesh by adaptive finite-element method [J]. *Geophysics*, 2010, 75(1): 7 – 17.
- [9] Ren Z Y, Thomas K, Stewart G. A goal-oriented adaptive finite-element approach for plane wave 3-D electromagnetic modelling [J]. *Geophysical Journal International*, 2013, 194(2): 700 – 718.
- [10] Ren Z Y, Tang J T. A goal-oriented adaptive finite-element approach for multi-electrode resistivity system [J]. *Geophysical Journal International*, 2014, 199(1): 136 – 145.
- [11] Pan K J, Tang J T. 2.5-D and 3-D DC resistivity modelling using an extrapolation cascadic multigrid method [J]. *Geophysical Journal International*, 2014, 197(3): 1459 – 1470.
- [12] Zhang Q J, Dai S K, Chen L W, et al. Finite element numerical simulation of 2.5D direct current method based on mesh refinement and recoasement [J]. *Applied Geophysics*, 2016, 13(2): 257 – 266, 416 – 417.
- [13] Kuang X T, Yang H, Zhu X Y, et al. Singularity-free expression of magnetic field of cuboid under undulating terrain [J]. *Applied Geophysics*, 2016, 13(2): 238 – 248, 416.
- [14] 王智,吴爱平,李刚.起伏地表条件下的井中激电井地观测正演模拟研究[J].*石油物探*,2018,57(6):927 – 935.
- Wang Z, Wu A P, Li G. Forward modeling of borehole-ground induced polarization method under undulating topography [J]. *Geophysical Prospecting for Petroleum*, 2018, 57(6): 927 – 935.
- [15] 武建平,张超,陈剑平,等.广域电磁法三维有限单元法模拟研究[J].*物探与化探*,2020,44(5):1066 – 1072.
- Wu J P, Zhang C, Chen J P, et al. Three dimensional finite element simulation of wide field electromagnetic method [J]. *Geophysical and Geochemical Exploration*, 2020, 44(5): 1066 – 1072.
- [16] 严波,刘颖,叶益信.基于对偶加权后验误差估计的 2.5 维直流电阻率自适应有限元正演[J].*物探与化探*,2014,38(1):145 – 150.
- Yan B, Liu Y, Ye Y X. 2.5D direct current resistivity adaptive finite-element numerical modeling based on dual weighted posteriori error estimation [J]. *Geophysical and Geochemical Exploration*, 2014, 38(1): 145 – 150.
- [17] 徐世浙.地球物理中的有限单元法[M].北京:科学出版社,1994.
- Xu S Z. The finite element method in geophysics [M]. Beijing: Science Press, 1994.
- [18] 黄俊革,阮百尧,王家林,等.钻井—地表电极联合电阻率观测装置的异常特征研究[J].*地球物理学报*,2009,52(5):1348 – 1362.
- Huang J G, Ruan B X, Wang J L, et al. A study on anomaly of borehole-to-ground joint resistivity surveying system [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2009, 52(5): 1348 – 1362.

Forward modeling of well-ground direct current resistivity method for undulating terrain based on Gmsh

ZHANG Yu-Zhe, MENG Lin, WANG Zhi

(School of Electronics & Information Engineering, Yangtze University, Jingzhou 434023, China)

Abstract: This paper focuses on the forward modeling of the direct current resistivity method. To this end, the Gmsh software-a 3D finite element grid generator-was used to model the anomalous bodies under undulating terrain and conduct relevant irregular grid division. Then partial grid data generated by Gmsh were applied to a 2.5D finite element forward modeling program, and the forward calculation results were analyzed using the well-ground joint observation method. The analytical results show that good effects can be obtained by using irregular grids to fit the undulating terrain and using the well-ground joint observation method to explore the geological conditions under the undulating terrain. The effects of the valley terrain on the anomalous response below using different observation devices were also studied. The results achieved are practically significant and they also prove that the Gmsh software has great application value in the forward modeling and meshing based on the finite element method.

Key words: Gmsh; well-ground observation devices; undulating terrain; finite element method

附录 A:

点、线、围线和面在 geo 格式文件中的设置语句依次为:

```
Point(P_number) = {x,y,z,expression};  
Line(L_number) = {P_number, P_number};  
Curve Loop(CV_number) = {L_number,...,L_number};  
Plane Surface(PS_number) = {CV_number,..., CV_number};
```

其中:点设置语句中 P_number 是点的编号, x、

y、z 代表点在三维坐标系中的位置,expression 用来设置点周围剖分网格的大小;线设置语句中 L_number 是线的编号,大括号内是构成线段的起点和终点的编号;围线由多条线段连接闭合而成,围线设置语句中 CV_number 是围线的编号,大括号内是组成围线的线段的编号;平面由单条(或多条)围线组成,面设置语句中 PS_number 内代表面的编号,大括号内代表组成面的围线的编号。

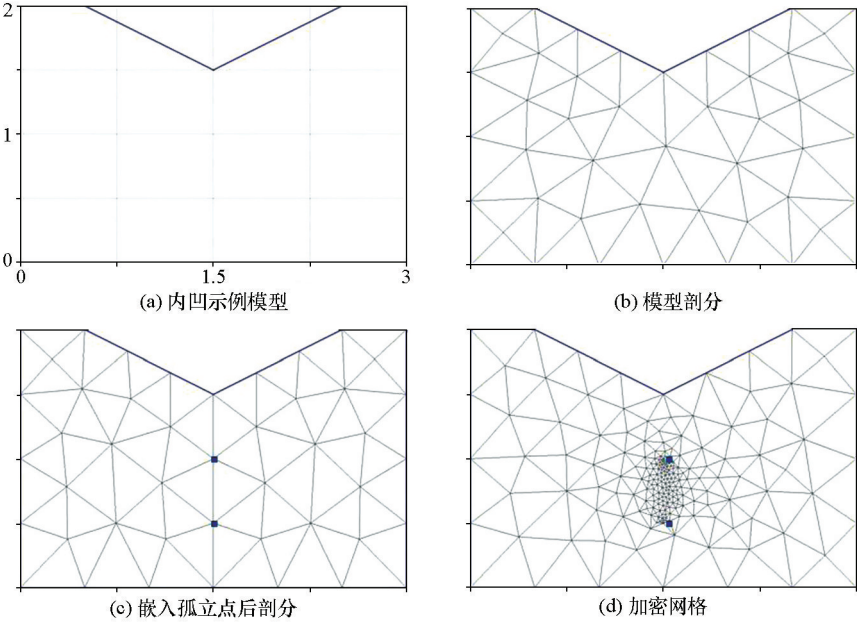


图 10 Gmsh 简例
Fig.10 Sketch map of model based on Gmsh

在建立二维模型的过程中,依次对点、线、围线和面进行设置。建立一个底边为 2,高为 0.5 的内凹示例模型,其 geo 脚本文件如下,运行后产生的几何模型如图 10a 所示:

```
Point(1) = {0, 0, 0, 0.5};  
Point(2) = {0, 2, 0, 0.5};  
Point(3) = {0.5, 2, 0, 0.5};  
Point(4) = {1.5, 1.5, 0, 0.5};  
Point(5) = {2.5, 2, 0, 0.5};  
Point(6) = {3, 2, 0, 0.5};  
Point(7) = {3, 0, 0, 0.5};  
Line(1) = {1,2};  
Line(2) = {2,3};  
Line(3) = {3,4};  
Line(4) = {4,5};  
Line(5) = {5,6};  
Line(6) = {6,7};
```

```
Line(7) = {7,1};  
Curve Loop(1) = {1,2,3,4,5,6,7};  
Plane Surface(1) = {1};
```

选用非结构化剖分算法对所建立模型作网格剖分。Gmsh 提供了几种非结构化剖分算法:自适应算法、Delaunay 算法和波前法,本文采用 Delaunay 算法对示例模型进行剖分,结果如图 10b 所示。在地球物理正演建模过程中,需要在建立地质模型时加上测点和源点,同时在测点和源点周围进行网格加密以减少计算误差。Gmsh 中能进行网格加密的工具很多,最基础的就是对点周围的剖分网格大小进行控制,即改变点设置语句中的大括号内 expression 的值。由于地球物理数值模拟的计算程序里还需要模型的属性信息,用户可以通过 Gmsh 提供的物理组来定义,将基本的几何实体组合成不同的物理组。在示例模型中加入 2 个孤立的点作为源点,

并对其周围的网格进行加密,如图 10c、d 所示。

最后,需要将网格数据输出。Gmsh 提供多种类型的网格数据输出,如 msh、med、mesh 等。本文采用 mesh 数据格式,将示例模型进行加密和剖分后得到的 mesh 文件如下:

```
MeshVersionFormatted 2
Dimension
3
Vertices
209
0 0 0 1
...
1.21 1.21 0 1
Edges
22
1 10 0
...
24 1 0
Triangles
394
121 53 142 0
```

```
...
131 69 202 0
End
```

其中,第一行代表 mesh 格式网格剖分数据,第二行和第三行代表为三维数据。从 Vertices 开始输出节点数据,先输出节点总数,然后依次输出 x 、 y 、 z 坐标和点的编号,若是点处在线上(面上)则输出线(面)的编号。从 Edges 开始输出边界单元信息,先输出边界单元总数,然后依次输出边界单元位于边界上边的 2 个节点的编号和所处边设置的物理组标号。从 Triangles 开始输出单元信息,先输出边单元总数,然后依次输出单元的 3 个节点的编号和所处面设置的物理组标号。以 End 结束数据。

mesh 格式网格剖分数据满足地球物理正演的需要,其操作的便捷性也大大简化了地质建模和网格剖分的流程。Gmsh 建立的二维地质模型和网格剖分示例如正文中图 4a 所示。

(本文编辑:沈效群)