

doi: 10.11720/wtyht.2024.1417

付兴, 谭捍东, 董岩, 等. 基于监督下降法的大地电磁二维反演及应用研究[J]. 物探与化探, 2024, 48(1): 175-184. <http://doi.org/10.11720/wtyht.2024.1417>Fu X, Tan H D, Dong Y, et al. Application of supervised descent method for 2D magnetotelluric inversion and its application[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2024, 48(1): 175-184. <http://doi.org/10.11720/wtyht.2024.1417>

基于监督下降法的大地电磁二维反演及应用研究

付兴, 谭捍东, 董岩, 汪茂

(中国地质大学(北京) 地球物理与信息技术学院, 北京 100083)

摘要: 传统的大地电磁二维反演方法较为成熟,但仍存在反演结果依赖初始模型和正则化参数选取、容易陷入局部极小值等问题。监督下降法是一种学习平均下降方向来预测数据残差的机器学习算法。本文尝试采用监督下降法解决传统的大地电磁二维反演存在的问题,基于监督下降法理论开发了大地电磁二维反演算法,设计理论模型合成算例验证了算法的正确性,并对西藏高原实测数据进行反演,检验了监督下降法的实用性。理论模型合成数据和实测数据反演结果表明,相较于传统的非线性共轭梯度反演,基于监督下降法的反演具有收敛速度快、反演效果好、抗噪能力强等特点。

关键词: 大地电磁法; 二维反演; 机器学习; 监督下降法; 非线性共轭梯度反演

中图分类号: P631

文献标识码: A

文章编号: 1000-8918(2024)01-0175-10

0 引言

大地电磁测深法(MT)是一种通过观测天然交变电磁场来对地电构造进行研究的物探方法,大地电磁法的频域很宽,其探测深度距地表有几百米到数百公里不等,具有分辨率高,穿透能力强,勘探深度大以及效率高等实际优点,被广泛应用于金属矿产普查、勘探地热和油气田等领域^[1]。

大地电磁二维反演常采用高斯牛顿法^[2]、OC-CAM法^[3]、非线性共轭梯度法^[4]等,这些方法在最小化目标函数时各有优劣,但都无法在迭代过程中避免雅可比矩阵或海森矩阵的计算,且存在陷入局部极小值的风险,导致反演效果变差。

近些年随着计算机行业的发展,机器学习成功在多种领域取得不错的效果^[5]。机器学习能够挖掘变量与标签之间的关联,并学习其关联进行预测,大大减少反演时间,提升计算效率^[6]。

监督下降法(SDM)在人脸识别技术中被广泛使用^[7-8],后被带入到多领域进行研究^[9-11]。采取监督下降法解决地球物理勘探领域的问题也取得了不错的成效^[12],模型与正演响应合并构成的训练集在进行一维瞬变电磁(TEM)反演中发挥了重要的作用^[13]。监督下降法分为离线训练和在线预测两个阶段,在离线训练阶段,通过学习大量模型及其响应得出平均下降步长。在预测阶段,采用学习的步长进行迭代预测。平均步长具有较好的指导作用,避免了迭代陷入局部极小的风险,提升了反演的效果。此外,监督下降法并不需要计算雅可比矩阵和海森矩阵,避免了内存浪费的同时,提升了反演的效率。

本文采用监督下降法理论改进大地电磁二维数据反演算法,编写相关代码并设计理论模型验证算法的正确性,对其抗噪能力及实用性进行检验。相较于传统的非线性共轭梯度反演,基于监督下降法的反演具有收敛速度快、反演效果好、抗噪能力强等特点。

收稿日期: 2023-10-13; 修回日期: 2023-10-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(41830429); 山西省重点研发计划项目(202102080301001)

第一作者: 付兴(1999-),男,硕士研究生,地球探测与信息技术专业,主要研究方向为机器学习与电法勘探算法。Email: 2010210060@ email.cugb.edu.cn

通讯作者: 谭捍东(1966-),男,教授,地球探测与信息技术专业,主要从事电法勘探理论及应用研究工作。Email: thd@cugb.edu.cn

1 大地电磁二维正反演简介

1.1 大地电磁二维有限单元法正演

忽略位移电流和磁导率的影响,时间因子为 $e^{-i\omega t}$,大地电磁场满足麦克斯韦方程组:

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= i\mu_0 \omega \mathbf{H}, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \sigma \mathbf{E},\end{aligned}\quad (1)$$

式中: σ 为介质的电导率; μ_0 为介质的磁导率; $\mathbf{E}$ 为电场强度; $\mathbf{H}$ 为磁感应强度。由式(1)可推导出赫姆霍兹方程组:

$$\begin{aligned}\nabla^2 \mathbf{E} - k^2 \mathbf{E} &= 0, \\ \nabla^2 \mathbf{H} - k^2 \mathbf{H} &= 0,\end{aligned}\quad (2)$$

式中: k 为波数, $k = \sqrt{-i\omega\mu_0\sigma}$, 大地电磁二维有限单元正演的变分问题为^[14]:

$$\begin{cases} G(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} \left[\frac{1}{2} \tau (\nabla \mathbf{u})^2 - \frac{1}{2} \lambda \mathbf{u}^2 \right] d\Omega + \int_{CD} \frac{1}{2} \tau k \mathbf{u}^2 d\Gamma, \\ \mathbf{u}_{AB} = 1, \\ \delta G(\mathbf{u}) = 0, \end{cases}\quad (3)$$

式中: AB 为上边界, CD 为下边界。

$$\begin{aligned}\text{TE: } \mathbf{u} &= \mathbf{E}_x, \tau = \frac{1}{i\omega\mu_0}, \lambda = \sigma, \\ \text{TM: } \mathbf{u} &= \mathbf{H}_x, \tau = \frac{1}{\sigma}, \lambda = i\omega\mu_0,\end{aligned}\quad (4)$$

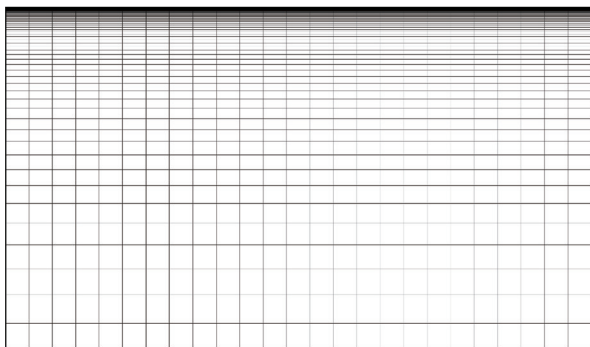


图1 部分单元网格

Fig.1 Sketch of partial grid

对图1所有单元进行离散,式(3)变为:

$$\begin{aligned}G(\mathbf{u}) &= \sum_{\Omega} \int \frac{1}{2} \tau (\nabla \mathbf{u})^2 d\Omega - \\ &\sum_{\Omega} \int \frac{1}{2} \lambda \mathbf{u}^2 d\Omega + \sum_{CD} \int \frac{1}{2} \tau k \mathbf{u}^2 d\Gamma = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u},\end{aligned}\quad (5)$$

式中: $\mathbf{K}$ 为总体系数矩阵,求取式(5)的极值,可得

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = 0, \quad (6)$$

可得出各节点的 u , 相应的视电阻率及阻抗相位为:

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_{TE} &= \mathbf{E}_x / \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial \mathbf{E}_x}{\partial z}, \\ \rho_s^{TE} &= \frac{1}{\omega\mu_0} |\mathbf{Z}_{TE}|^2, \varphi_{TE} = \arctan \left(\frac{\text{IM}(\mathbf{Z}_{TE})}{\text{RE}(\mathbf{Z}_{TE})} \right),\end{aligned}\quad (7)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_{TM} &= -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial z} / \mathbf{H}_x, \\ \rho_s^{TM} &= \frac{1}{\omega\mu_0} |\mathbf{Z}_{TM}|^2, \varphi_{TM} = \arctan \left(\frac{\text{IM}(\mathbf{Z}_{TM})}{\text{RE}(\mathbf{Z}_{TM})} \right).\end{aligned}$$

1.2 大地电磁二维非线性共轭梯度反演

常规的大地电磁二维反演方法有高斯牛顿法、OCCAM法、非线性共轭梯度法。本文将采用非线性共轭梯度反演与基于监督下降法的反演进行对比,下面概要介绍非线性共轭梯度反演方法。

定义大地电磁二维反演目标函数如下^[15]:

$$\begin{aligned}\Phi(\mathbf{m}) &= (\mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{F}(\mathbf{m}))^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{F}(\mathbf{m})) + \\ &\lambda (\mathbf{m}_0 - \mathbf{m})^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} (\mathbf{m}_0 - \mathbf{m}),\end{aligned}\quad (8)$$

式中: $\mathbf{m}$ 为模型参数; $\mathbf{F}(\mathbf{m})$ 为求取阻抗张量的正演函数; $\mathbf{d}_{\text{obs}}$ 为模型正演响应或实测数据; $\mathbf{V}$ 为协方差矩阵; λ 为正则化参数; $\mathbf{L}$ 为二次差分拉普拉斯算子; $\mathbf{m}_0$ 为先验信息,目标函数具有数据拟合差最小和模型最光滑的双重约束。

目标函数的梯度为:

$$\mathbf{g} = -2\mathbf{A}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e} + 2\lambda \mathbf{L}^T \mathbf{L} (\mathbf{m}_0 - \mathbf{m}), \quad (9)$$

其中: $\mathbf{A}$ 表示雅可比矩阵,数据误差向量: $\mathbf{e} = \mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{F}(\mathbf{m})$ 。

非线性共轭梯度反演的具体步骤如下^[16-17]:

- 1) $i=0$ 时,设定初始模型 $\mathbf{m}_i$, 计算梯度 $\mathbf{r}_i = \mathbf{g}_i$;
- 2) 取 $\mathbf{M}_i = \|\mathbf{r}_i\|$, 为预处理算子,共轭梯度方向 $\mathbf{u}_i = \mathbf{M}_i^{-1} \mathbf{r}_i$;
- 3) 求解 $\mathbf{r}_i = 0$, 得出最优搜索步长 α_i ;
- 4) $\mathbf{m}_{i+1} = \mathbf{m}_i + \alpha_i \mathbf{u}_i$, $\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{g}_{i+1}$;
- 5) 若 $\mathbf{r}_{i+1}$ 小于预设的最小值,则反演结束,否则令 $\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{M}_{i+1}^{-1} \mathbf{r}_{i+1} + \beta_{i+1}^T \mathbf{u}_i$, 其中 $\beta_{i+1} = \frac{(\mathbf{r}_{i+1}^T \mathbf{M}_{i+1}^{-1} \mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i^T \mathbf{M}_i^{-1} \mathbf{r}_i)}{\mathbf{r}_i^T \mathbf{M}_i^{-1} \mathbf{r}_i}$;
- 6) 取 $i = i + 1$, 回到步骤3), 直至收敛,反演结束。

2 基于监督下降法的大地电磁二维反演

监督下降法运用机器学习理论,采取半监督学

习方式,分为训练和预测两个阶段。训练阶段通过对训练集的学习,得到一组平均下降方向。预测阶

段运用平均下降方向迭代计算数据残差,进而进行迭代。监督下降法的流程如图 2。

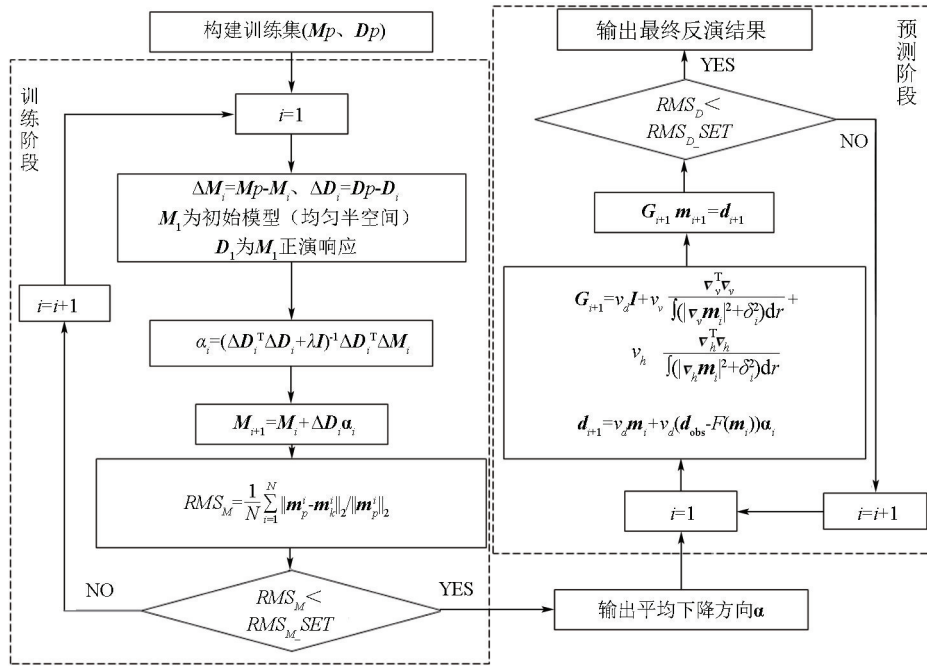


图 2 监督下降流程

Fig. 2 The flowchart of supervised descent method inversion

2.1 训练阶段

在进行大地电磁反演计算时,定义目标函数如下:

$$\Phi(m) = \|d_{\text{obs}} - F(m)\|_2^2, \quad (10)$$

对式(10)的正演函数 $F(m)$ 进行一阶 Taylor 展开,求取对 m 的极小值,可得:

$$\Delta m = (J^T J)^{-1} J^T \Delta d, \quad (11)$$

其中: J 为雅可比矩阵; $\Delta m = m - m_1$; $\Delta d = d_{\text{obs}} - F(m)$; $\alpha = (J^T J)^{-1} J^T$, α 为迭代步长。由于正演数据存在非线性,常规反演通常采取不断迭代的方式来求取 $\Phi(m)$ 关于 m 的极小值,计算雅可比矩阵及海森矩阵是在进行常规反演时较为消耗计算时间和占用内存空间的一步。况且,上述目标函数在此时容易陷入局部极小,所以,需要大量的模型迭代来获得迭代最优方向。

此时,相较于每次迭代均需计算雅可比矩阵或海森矩阵且每步均需搜索下降步长的常规大地电磁反演,引入机器学习的思想,通过学习的平均下降方向,使目标函数快速趋于极小值的方法可以节约大量计算时间以及大量内存空间,同时避免目标函数陷入局部极小值。

合成一组训练集(标签集 M_p 和数据集 D_p),为了计算下降方向,求下式极小值:

$$\Theta(m) = \|\Delta M - \Delta D \times \alpha\|_F^2, \quad (12)$$

其中: $\|\cdot\|_F$ 为矩阵的 F 范数, ΔM 以及 ΔD 的表达式如下:

$$\Delta M_1 = M_p - M_1, M_p = \begin{bmatrix} (m_p^1)^T \\ (m_p^2)^T \\ \vdots \\ (m_p^N)^T \end{bmatrix}, M_1 = \begin{bmatrix} (m_1)^T \\ (m_1)^T \\ \vdots \\ (m_1)^T \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$\Delta D_1 = D_p - D_1, D_p = \begin{bmatrix} F(m_p^1)^T \\ F(m_p^2)^T \\ \vdots \\ F(m_p^N)^T \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} F(m_1)^T \\ F(m_1)^T \\ \vdots \\ F(m_1)^T \end{bmatrix}, \quad (14)$$

其中: m_1 为初始模型(通常为均匀半空间); m_p^n 为输入的模型集中的第 n 个模型。采取最小二乘法求解上述方程的极小值,可得:

$$\alpha_i = (\Delta D_i^T \Delta D_i + \lambda I)^{-1} \Delta D_i^T \Delta M_i, \quad (15)$$

式中: i 为迭代次数; λ 为阻尼系数(可与相加的内容呈现比例关系), M_{i+1} 表达式如下:

$$M_{i+1} = M_i + \Delta D_i \alpha_i, \quad (16)$$

在此阶段,数据拟合差 RMS_D 与模型拟合差 RMS_M 为:

$$RMS_D = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\|m_p^i - m_k^i\|_2}{\|m_p^i\|_2},$$

$$RMS_M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\|F(m_p^i) - F(m_k^i)\|_2}{\|F(m_p^i)\|_2}, \quad (17)$$

当模型拟合差趋于稳定、足够小或者达到了预设的最大迭代次数时,训练阶段结束。

2.2 预测阶段

将上阶段的平均步长用于该阶段的计算,具体过程如下:

$$m_{i+1} = m_i + [d_{\text{obs}} - F(m_i)] \alpha_i, \quad (18)$$

从 $i=1$ 开始计算, m_1 与训练过程的初始模型相同。当 $F(m_i)$ 与 d_{obs} 间的数据残差为 0 时,停止迭代,输出反演结果。

为解决反演的多解性问题,考虑在预测阶段加入吉洪诺夫正则化来解决这一问题。

$$\Theta_R^{\text{pr}}(m_i) = \Theta_d(m_i) + v_v \Theta_v(m_i) + v_h \Theta_h(m_i), \quad (19)$$

式(19)为进行正则化的目标函数,其中 v_v 、 v_h 为垂直方向以及水平方向的正则化系数。

$$\Theta_d(m_i) = v_d \|m_i - m_{i-1} - [d_{\text{obs}} - F(m_{i-1})] \alpha_{i-1}\|^2$$

$$\Theta_v(m_i) = b_v^2 \int_D (|\nabla_v m_i|^2 + \delta_{i-1}^2) dr$$

$$\Theta_h(m_i) = b_h^2 \int_D (|\nabla_h m_i|^2 + \delta_{i-1}^2) dr, \quad (20)$$

式中:

$$b_v^2 = \frac{1}{\int_D (|\nabla_v m_{i-1}|^2 + \delta_{i-1}^2) dr}$$

$$b_h^2 = \frac{1}{\int_D (|\nabla_h m_{i-1}|^2 + \delta_{i-1}^2) dr}, \quad (21)$$

$$\delta_{i-1}^2 = \frac{\|d_{\text{obs}} - F(m_{i-1})\|^2}{\|d_{\text{obs}}\|^2} \times \frac{1}{\Delta}$$

式中: $v_d = 1/\|d_{\text{obs}}\|^2$ 为归一化参数; D 为计算空间; ∇_v 、 ∇_h 为垂直方向以及水平方向的差分算子; Δ 为与网格大小有关的超系数。

求取式(19)的极小值进行偏导处理,可得下式,化简后,可得

$$G_i m_i = d_i, \quad (22)$$

$$G_i = v_d I + v_v \frac{\nabla_v^T \nabla_v}{\int_D (|\nabla_v m_{i-1}|^2 + \delta_{i-1}^2) dr}$$

$$+ \frac{\nabla_h^T \nabla_h}{\int_D (|\nabla_h m_{i-1}|^2 + \delta_{i-1}^2) dr}, \quad (23)$$

$$d_i = v_d m_{i-1} + v_d (d_{\text{obs}} - F(m_{i-1})) \alpha_{i-1}$$

求解式(22),解出的 m_i ,利用 m_i 进行下次迭代,直至数据拟合差停止变小或小于一定数值,数据拟合差公式如下:

$$RMS_D = \frac{\|d_{\text{obs}} - F(m_i)\|_2}{\|d_{\text{obs}}\|_2}, \quad (24)$$

最大训练次数的步长预测完后,得出的数据拟合差未达到标准或者预测结果未达到期望,采取重启步长算法,即从第一个步长开始,进行新一轮的预测,直至数据拟合差足够小或不再减少。

3 理论模型合成数据二维反演算例

大地电磁的二维正演采用有限单元法,将地下介质剖分成 33×26 的网格单元,横向网格中心区域均匀剖分,两侧不断变大。纵向为 26 个不断增大的非均匀网格,设计 40 个频点。

将部分不同电阻率的规则形状的异常体在背景电阻率为 $100 \Omega \cdot m$ 的均匀半空间内移动,形成了 4 355 个不同模型,如图 3 所示。

将上述模型分别进行正演计算,使用正演结果中 TM 模式的数据信息,将上述模型与正演响应构成一个训练集,进行离线训练,本阶段采用 matlab 及 C++混合编程的方法,模型试算工作采用的 CPU 型号为 i5-12500H,开启 10 线程并行,训练共耗时 2 h。

训练过程共迭代 8 次,初始迭代误差为 0.423,迭代 8 次后误差缩小为 0.087。迭代过程如图 4 所示。从训练集中随机取出 80 组模型进行验证工作,其中数据误差低于 15% 的有 80 组(如图 5 所示),可见离线训练所求平均下降方向满足反演要求。

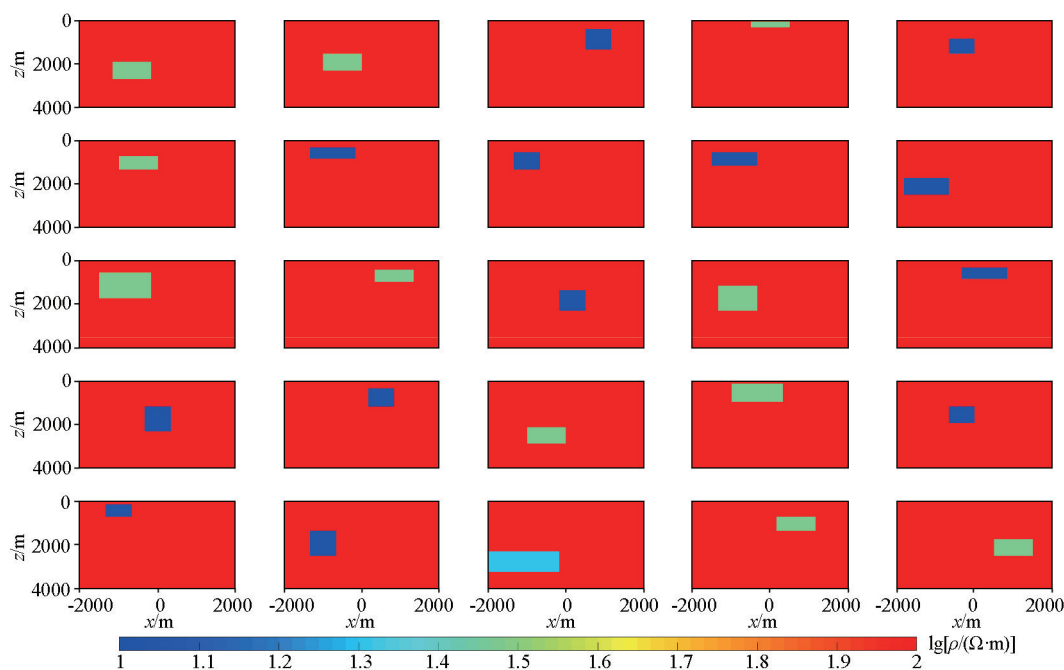


图3 部分训练集

Fig. 3 Some training samples

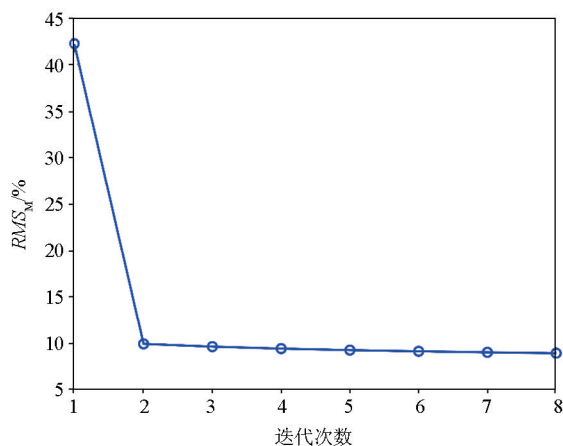


图4 迭代过程的模型拟合差

Fig. 4 The normalized model misfit in each iteration during training

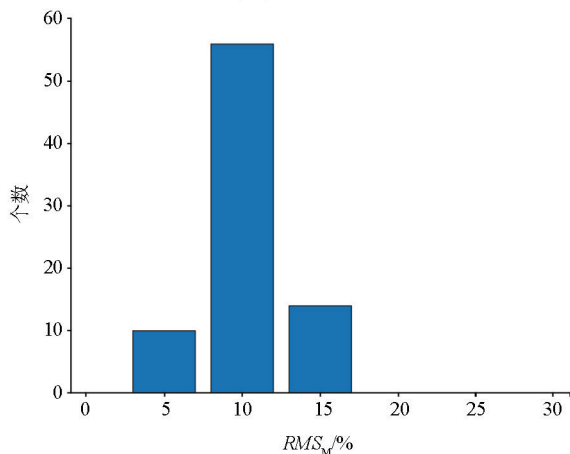


图5 误差分布

Fig. 5 The histogram of the normalized model misfit

3.1 理论模型 1

模型 1(图 6)包含 4 个异常体,背景电阻率为 $100 \Omega \cdot \text{m}$,异常体 1 是大小为 $800 \text{ m} \times 800 \text{ m}$ 、埋深为 400 m 、电阻率值为 $1000 \Omega \cdot \text{m}$ 的高阻异常体,异常体 2 是大小为 $800 \text{ m} \times 700 \text{ m}$ 、埋深为 300 m 、电阻率值为 $10 \Omega \cdot \text{m}$ 的低阻异常体,异常体 3 是大小为 $600 \text{ m} \times 700 \text{ m}$ 、埋深为 300 m 、电阻率值为 $1000 \Omega \cdot \text{m}$ 的高阻异常体,异常体 4 是大小为 $1000 \text{ m} \times 1000 \text{ m}$ 、埋深为 400 m 、电阻率值为 $10 \Omega \cdot \text{m}$ 的低阻异常体。

图 7a 为模型 1 正演响应的反演结果,图 7b 为 10% 高斯误差合成数据的反演结果,图 8 为两者的数据拟合曲线。可见,本算法具有一定的抗噪能力。

图 9a 为非线性共轭梯度法的二维反演结果,用时 5.695 s 。高阻异常体 1、3 均未能恢复理论模型电阻率,能还原异常体大致位置;低阻异常体 2、4 未能恢复理论模型电阻率,大致还原异常体位置。

图 9b 为监督下降算法反演的结果,用时 3.145 s 。高阻异常体 1、3 理论模型电阻率的恢复效果优于图 9a,且能够还原异常体位置;低阻异常体 2、4 的反演结果基本可以恢复理论模型电阻率,也能够还原异常体位置。

3.2 理论模型 2

模型 2(图 10)包含 4 个异常体,背景电阻率为 $100 \Omega \cdot \text{m}$,异常体 1 是大小为 $1400 \text{ m} \times 1000 \text{ m}$ 、埋深为 1200 m 、电阻率值为 $1000 \Omega \cdot \text{m}$ 的高阻异常

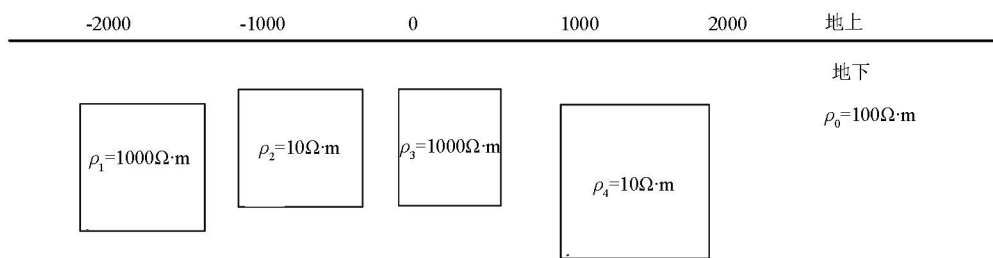
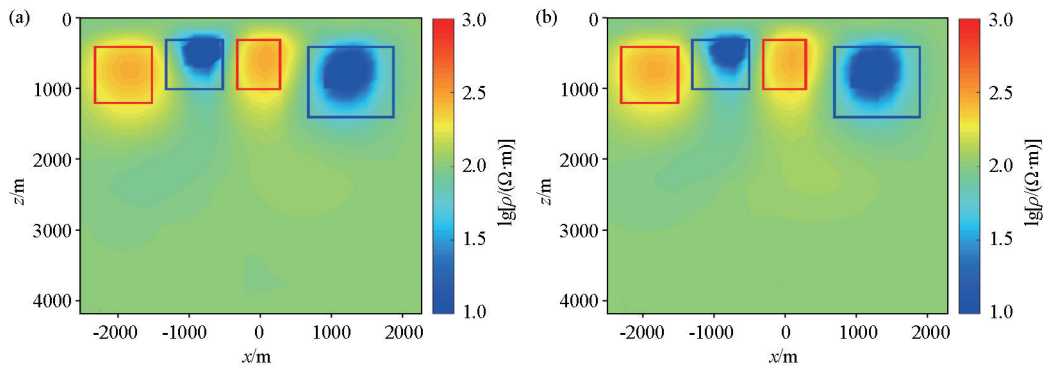


图 6 理论模型 1 示意(从左到右分别为异常体 1、2、3、4)

Fig. 6 Schematic diagram of model 1 (abnormal bodies 1, 2, 3 and 4 are arranged from left to right)



a—高斯误差为 0% 的预测结果 ; b—高斯误差为 10% 的预测结果

a—inversion results with 0% random noise; b—inversion results with 10% random noise

图 7 预测结果抗噪能力对比

Fig. 7 Comparison of anti-interference ability

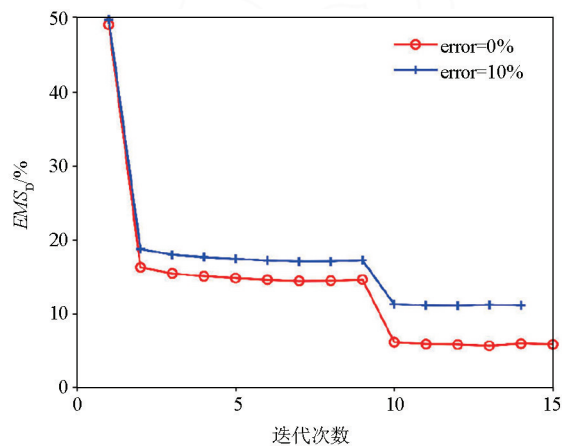
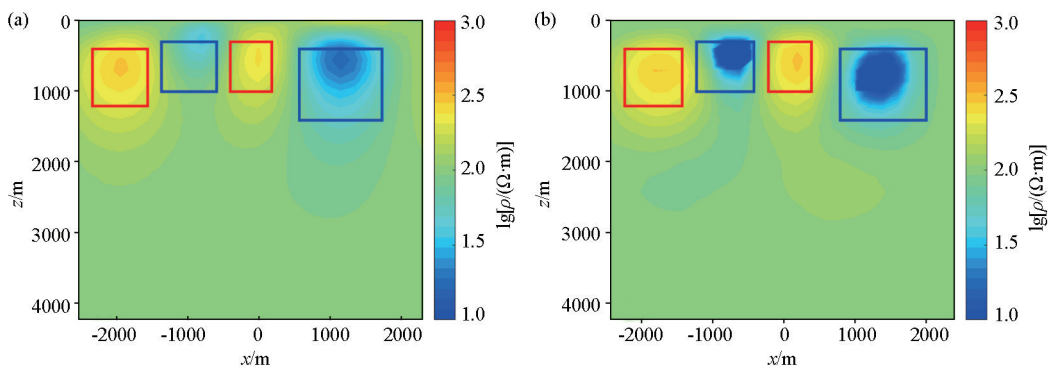


图 8 迭代过程的数据拟合差

Fig. 8 The normalized data misfit in iteration

体,异常体 2 是埋深 300 m、电阻率值为 $10 \Omega \cdot \text{m}$ 的阶梯状低阻异常体,异常体 3 是大小为 $1200 \text{ m} \times 260 \text{ m}$ 、埋深为 40 m、电阻率值为 $10 \Omega \cdot \text{m}$ 的低阻异常体,异常体 4 是大小为 $600 \text{ m} \times 1300 \text{ m}$ 、埋深为 850 m、电阻率值为 $1000 \Omega \cdot \text{m}$ 的高阻异常体。

图 11a 为非线性共轭梯度法的二维反演的结果,用时 5.6 s。高阻异常体 1 未能恢复理论模型的电阻率,也未能还原异常体位置;非线性共轭梯度反演方法仅恢复了低阻异常体 2 地下 1000 m 以上的信息,但基本无法得出 1000 m 以下的有效信息,可能受低阻异常体 3 的影响较大;低阻异常体 3 大致恢复理论模型的电阻率,并还原异常体位置;高阻异



a—非线性共轭梯度反演结果; b—监督下降法反演结果

a—inversion results of using NLCC scheme; b—inversion results of using SDM scheme

图 9 理论模型 1 反演结果对比

Fig. 9 Comparison of inversion results of model 1

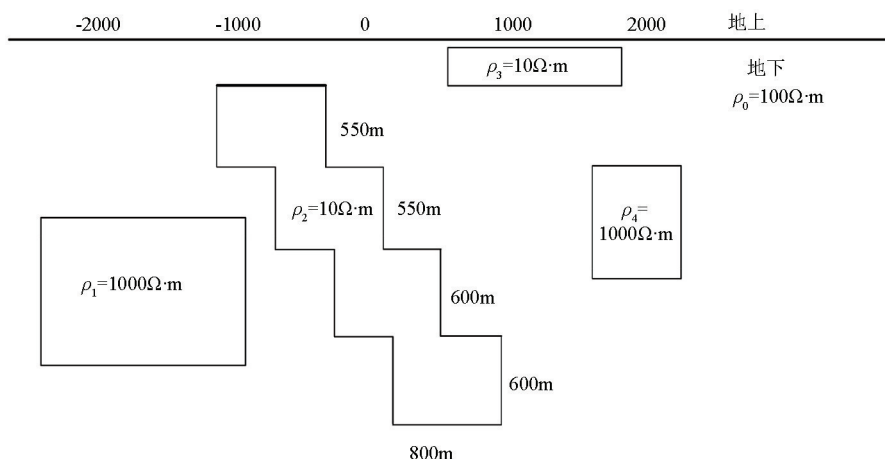
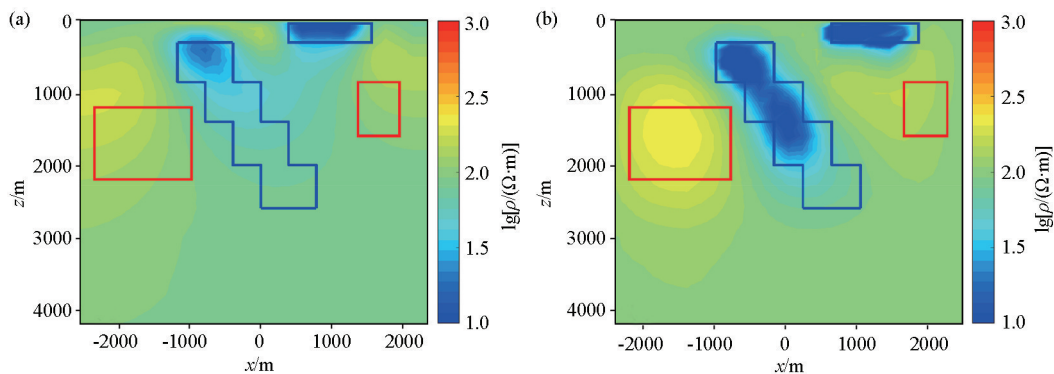


图 10 理论模型 2 示意(从左到右分别为异常体 1、2、3、4)

Fig. 10 Schematic diagram of model 2 (abnormal bodies 1, 2, 3 and 4 are arranged from left to right)



a—非线性共轭梯度反演结果;b—监督下降法反演结果

a—inversion results of using NLCG scheme;b—inversion results of using SDM scheme

图 11 理论模型 2 反演结果对比

Fig. 11 Comparison of inversion results of model 2

常体 4 未恢复理论模型的电阻率,也未还原异常体大致位置。

图 11b 为监督下降算法反演的结果,初始迭代误差为 0.546,迭代 10 次后迭代误差为 0.063 1,用时 2.8 s。高阻异常体 1 理论模型电阻率的恢复效果优于 11a,且能还原异常体位置;监督下降算法可以反演出低阻阶梯状异常体 2 的地下 2 000 m 以上的异常体信息,并恢复异常体理论模型电阻率,2 000~3 000 m 的部分没有很好的体现,可能是低阻异常体 3 屏蔽的影响;低阻异常体 3 能恢复理论模型的电阻率,也能还原异常体位置;高阻异常体 4 理论模型电阻率恢复效果优于 11a,可能是低阻异常体 3 的影响,也未还原异常体位置。

3.3 理论模型 3

模型 3(图 12)为复杂地层模型,背景电阻率为 $100 \Omega \cdot \text{m}$,存在地层平均层厚 500 m,顶部埋深 100 m,电阻率值 $10 \Omega \cdot \text{m}$ 的中部突起地层异常体。

图 13a 为非线性共轭梯度法的二维反演的结

果,用时 6.2 s。图 13b 为监督下降算法反演的结果,初始迭代误差为 0.842,迭代 10 次后迭代误差为 0.085,用时 3.4 s。监督下降算法的形态更接近真实模型,对异常体的电阻率恢复效果更好。

总体上,监督下降法的反演效果优于非线性共轭梯度法的反演效果。训练集中并没有训练较复杂的模型,但我们仍可以反演理论模型的高阻异常体、复杂异常体以及复杂地层异常模型,说明监督下降法具有处理较复杂模型的能力。

4 实测数据应用

为验证算法的实用性,将本文开发的反演算法应用于青藏高原南部雅鲁藏布江缝合带地区实测数据的反演。测线南起错那县,终止于墨竹工卡县,全长约 240 km,测点 29 个,观测频率范围为 0.000 1~250 Hz。测线横跨雅鲁藏布江缝合带,缝合带附近存在大规模的冈底斯花岗岩^[18]。

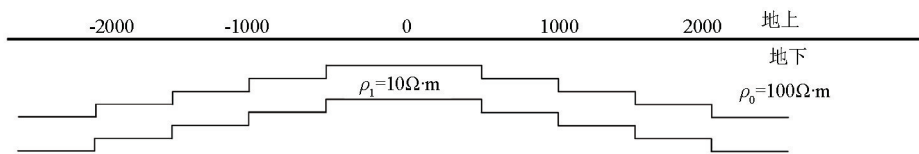
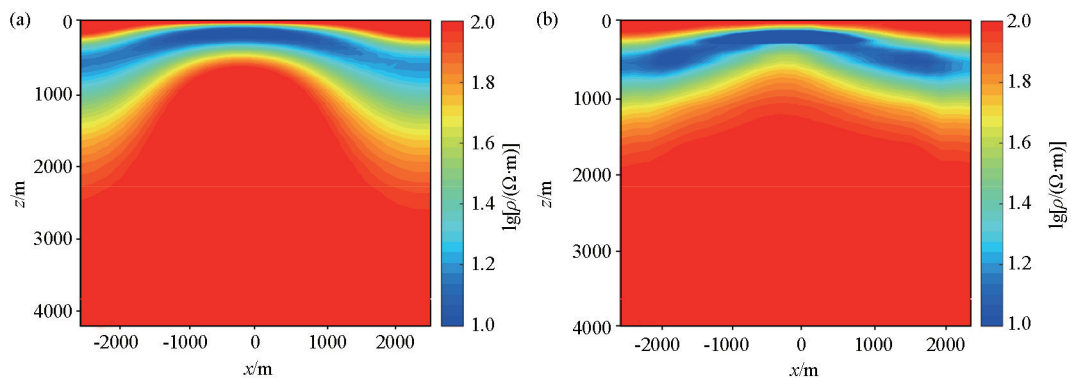


图 12 理论模型 3 示意

Fig. 12 Schematic diagram of model 3

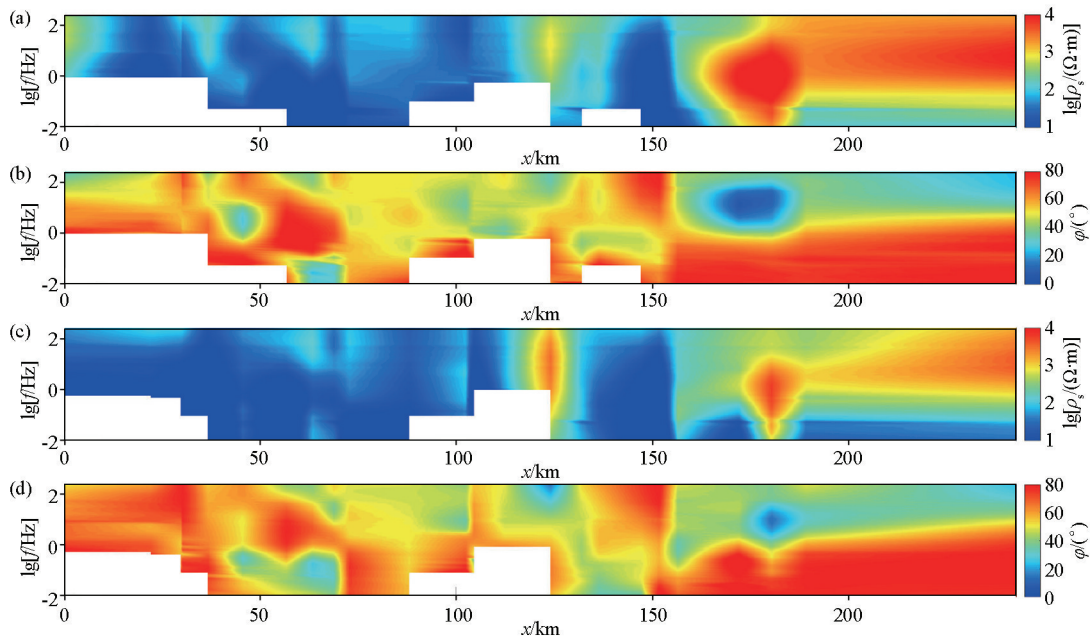


a—非线性共轭梯度反演结果;b—监督下降法反演结果

a—inversion results of using NLCG scheme;b—inversion results of using SDM scheme

图 13 反演结果对比

Fig. 13 Comparison of inversion results



a—TM 模式视电阻率拟断面;b—TM 模式相位拟断面;c—TE 模式视电阻率拟断面;d—TE 模式相位拟断面

a—apparent resistivity of TM mode;b—impedance phase of TM mode;c—apparent resistivity of TE mode;d—impedance phase of TE mode

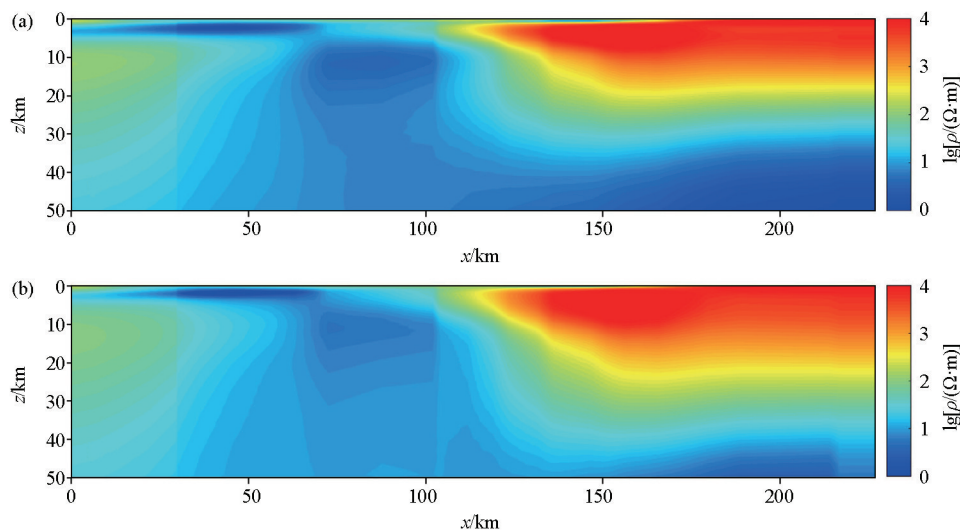
图 14 原始数据拟断面(空白区域为剔除的坏点)

Fig. 14 Pseudosection of field data (blank areas indicate removed bad points)

图 14 为原始数据拟断面图,本文主要对 TM 模式的数据进行反演,对比监督下降算法及非线性共轭梯度算法反演结果,以此验证监督下降法的实用性。

图 15a 为非线性共轭梯度法的反演结果,图

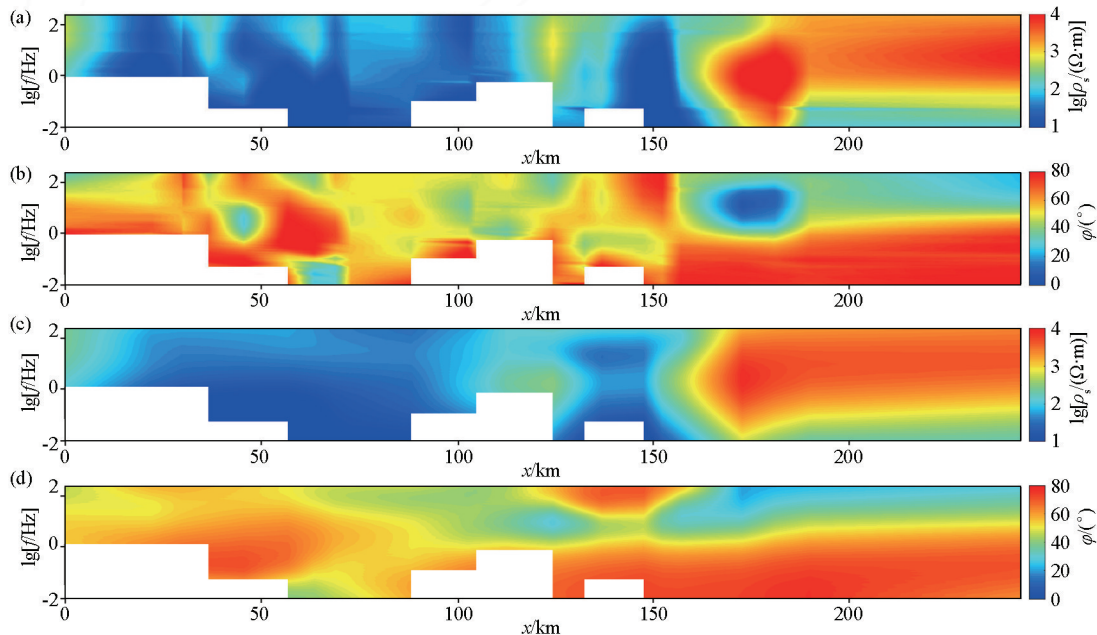
15b 为监督下降法的反演结果,两者反演结果基本一致。图 16 为反演结果与实测数据对比,可见大构造拟合程度较高。在时间方面,非线性共轭梯度大致需要 30 s,监督下降法的训练时间为 2 h 左右,预测时间大约 25 s。



a—非线性共轭梯度法反演结果;b—监督下降法的反演结果
a—inversion results using NLCG scheme;b—inversion results using SDM scheme

图 15 实测数据反演结果对比

Fig. 15 Comparison of inversion results of field data



a—原始数据 TM 模式视电阻率拟断面;b—原始数据 TM 模式相位拟断面;c—SDM 结果 TM 模式视电阻率拟断面;d—SDM 结果 TM 模式相位拟断面

a—field data apparent resistivity of TM mode;b—field data impedance phase of TM mode;c—SDM inversion results apparent resistivity of TM mode;d—SDM inversion results impedance phase of TM mode

图 16 反演结果与实测数据对比

Fig. 16 Comparison of model data and Field data

5 结论

本文实现了基于监督下降法的大地电磁二维反演,学习了一组训练集,对三组理论模型和实测数据进行了反演,检验了反演算法的可行性和实用性。反演结果表明基于监督下降法的大地电磁二维反演

收敛速度、反演效果优于非线性共轭梯度反演,具有较好的抗噪能力及实用性。

1) 训练得到的平均步长对异常体的预测起了指导性作用,避免了雅可比矩阵及海森矩阵的计算,大大降低了陷入局部极小值的风险,减少反演多解性。

2) 就预测阶段来说,需要的时间小于常规反演所需的时间,对于批量数据的处理具有一定优势。

3) 监督下降法具有较高泛化能力,可以用于更多地球物理勘探方法。

监督下降法总体耗时(训练+预测)较常规反演略长,同时平均步长的储存对硬盘的需求较大,并行降低耗时与减少储存是其未来的研究方向。

参考文献 (References):

- [1] 李金铭. 地电场与电法勘探[M]. 武汉:中国地质大学出版社, 2023.
Li J M. Geoelectric field and electric exploration[M]. Wuhan: China University of Geosciences Press, 2023.
- [2] Avdeeva A. Three-dimensional magnetotelluric inversion[D]. Dublin: National University of Ireland, 2008
- [3] De Groot-Hedlin C, Constable S. Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data[J]. Geophysics, 1990, 55(12): 1613-1624.
- [4] Egbert G D, Kelbert A. Computational recipes for electromagnetic inverse problems[J]. Geophysical Journal International, 2012, 189(1): 251-267.
- [5] You K, Zhou C, Ding L Y. Deep learning technology for construction machinery and robotics[J]. Automation in Construction, 2023, 150: 104852.
- [6] Ding J Q, Xu N, Nguyen M T, et al. Machine learning for molecular thermodynamics[J]. Chinese Journal of Chemical Engineering, 2021, 31(3): 227-239.
- [7] Xiong X H, De la Torre F. Supervised descent method and its applications to face alignment[C]//2013 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Portland, OR, USA. IEEE, 2013: 532-539.
- [8] Xiong X, De-la-Torre F, et al. Supervised descent method (Conference Paper)[J]. Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2015(7): 2664-2673
- [9] Zhang T, Guo R, Zhang H L, et al. Image human thorax using ultrasound traveltime tomography with supervised descent method[J]. Applied Sciences, 2022, 12(13): 6763.
- [10] Lin M, Liu Y. Guided wave tomography based on supervised descent method for quantitative corrosion imaging[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2021, 68(12): 3624-3636.
- [11] Guo R, Jia Z K, Song X Q, et al. Pixel- and model-based microwave inversion with supervised descent method for dielectric targets[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2020, 68(12): 8114-8126.
- [12] Guo R, Li M K, Yang F, et al. Application of supervised descent method for 2D magnetotelluric data inversion[J]. Geophysics, 2020, 85(4): WA53-WA65.
- [13] Guo R, Li M K, Fang G Y, et al. Application of supervised descent method to transient electromagnetic data inversion[J]. Geophysics, 2019, 84(4): E225-E237.
- [14] 余年. 大地电磁二、三维倾子正演模拟与联合反演研究[D]. 成都: 成都理工大学, 2012.
Yu N. 2D/3D tipper forward modeling and joint inversion of magnetotelluric[D]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2012.
- [15] 林昌洪. 大地电磁张量阻抗三维共轭梯度反演研究[D]. 北京: 中国地质大学(北京), 2009.
Lin C H. Three-dimensional conjugate gradients inversion of magnetotelluric impedance tensor[D]. Beijing: China University of Geosciences (Beijing), 2009.
- [16] Newman G A, Alumbaugh D L. Three-dimensional magnetotelluric inversion using non-linear conjugate gradients[J]. Geophysical Journal International, 2000, 140(2): 410-424.
- [17] 翁爱华, 刘云鹤, 贾定宇, 等. 地面可控源频率测深三维非线性共轭梯度反演[J]. 地球物理学报, 2012, 55(10): 3506-3515.
Weng A H, Liu Y H, Jia D Y, et al. Three-dimensional controlled source electromagnetic inversion using non-linear conjugate gradients[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2012, 55(10): 3506-3515.
- [18] 谭捍东, 魏文博, Martyn Unsworth, 等. 西藏高原南部雅鲁藏布江缝合带地区地壳电性结构研究[J]. 地球物理学报, 2004, 47(4): 685-690.
Tan H D, Wei W B, Unsworth M, et al. Crustal electrical conductivity structure beneath the Yarlung Zangbo Jiang suture in the southern Xizang Plateau[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2004, 47(4): 685-690.

Application of supervised descent method for 2D magnetotelluric inversion and its application

FU Xing, TAN Han-Dong, DONG Yan, WANG Mao

(School of Geophysics and Information Technology, China University of Geosciences, Beijing 100083, China)

Abstract: Traditional two-dimensional inversion methods of magnetotelluric are mature, but there are still some problems, such as reliance on the initial model, reliance on regularization parameter selection, and easy to fall into local minimum. In order to solve the above problems, this paper adopts the supervised descent method to improve the effect of two-dimensional inversion of magnetotelluric. The supervised descent method is a machine learning algorithm that learns the average descending direction to predict the residual of data. Based on the theory of supervised descent method, this paper develops the two-dimensional inversion algorithm of magnetotelluric, designs the theoretical model synthesis example to verify the correctness of the algorithm, and inverts the measured data on the Tibet Plateau to test the practicability of the supervised descent method. The inversion results of the theoretical model synthesis data and the measured data show that, compared with the traditional nonlinear conjugate gradient inversion, the inversion based on the supervised descent method has the characteristics of fast convergence speed, good inversion effect, and strong anti-noise ability.

Key words: magnetotelluric; 2D inversion; machine learning; supervised descent method; gradient Non-linear conjugate gradient

(本文编辑:王萌)