

doi: 10.11720/wtyht.2024.2572

牛丽萍, 胡华锋, 周单, 等. 基于精确 Zoeppritz 方程的贝叶斯叠前地震随机反演[J]. 物探与化探, 2024, 48(1): 77-87. <http://doi.org/10.11720/wtyht.2024.2572>Niu L P, Hu H F, Zhou D, et al. Bayesian prestack seismic stochastic inversion based on the exact Zoeppritz equation[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2024, 48(1): 77-87. <http://doi.org/10.11720/wtyht.2024.2572>

基于精确 Zoeppritz 方程的贝叶斯叠前地震随机反演

牛丽萍¹, 胡华锋¹, 周单¹, 郑晓东², 耿建华^{3,4,5}

(1. 中石化石油物探技术研究院有限公司, 江苏 南京 211103; 2. 中国石油勘探开发研究院, 北京 100083; 3. 同济大学海洋地质国家重点实验室, 上海 200092; 4. 同济大学海洋与地球科学学院, 上海 200092; 5. 同济大学海洋资源研究中心, 上海 200092)

摘要: 基于精确 Zoeppritz 方程的叠前地震反演方法在面向低信噪比地震资料的应用时仍然存在较大挑战。马尔科夫链蒙特卡洛 (Markov chain Monte Carlo, MCMC) 模拟是一种启发式的全局寻优算法, 是实现叠前弹性参数非线性反演的有效途径。常规基于 MCMC 算法的叠前反演采用高斯分布来刻画弹性参数的统计特征, 在应用于复杂岩性储层时有较大的局限性。同时, 由于地下模型参数空间巨大以及地震数据中噪声等因素的影响, MCMC 对弹性参数后验概率分布的搜索过程极易受到局部极值的影响, 这使得基于 MCMC 的叠前反演较难获得稳定、准确的结果。本文针对实际复杂储层及低信噪比地震资料条件下基于精确 Zoeppritz 方程的叠前反演问题, 提出了一种改进的 MCMC 弹性参数反演方法。该方法首先利用低频模型约束, 将待反演参数转换为模型参数的扰动量, 从而降低后验概率分布的复杂度; 其次, 通过对似然函数取对数, 并利用低频模型来约束地震正演过程; 最后, 利用基于随机子空间采样的多链算法对叠前非线性反演问题进行全局寻优, 以避免采样过程过早地收敛到局部极值。低信噪比模拟数据和实际数据的测试表明, 本文所提方法能够获得更加准确、稳定的弹性参数反演结果, 并且能够对反演结果给出可信、定量的不确定性估计。

关键词: Zoeppritz 方程; 贝叶斯理论; 叠前反演; MCMC; 不确定性**中图分类号:** P631.4**文献标识码:** A**文章编号:** 1000-8918(2024)01-0077-11

0 引言

油气地震勘探的目的是探明地下介质的几何形态、岩性和物性甚至流体分布, 进而为钻井井位部署提供依据。目前, 石油工业界广泛采用叠前 AVO 反演获得油气储层弹性参数, 在岩石物理分析的基础上, 对油气储层进行定量刻画。叠前 AVO 反演的理论基础是描述平面波在地下介质分界面处发生反射和透射的 Zoeppritz 方程^[1]。20 世纪, 许多学者提出了大量的 AVO 线性近似公式^[2-8], 以此来解决 Zoeppritz 方程求解的非线性问题, 并提高反演的计算效率。然而, 这些线性 AVO 近似基于弱反差介质与

小入射角的假设, 在强反差介质及大角度入射情形下会产生较大的计算误差^[9-11]。随着油气勘探的深入, 勘探目标转向非均质性强的复杂油气藏, 而长排列地震采集以及角度域成像技术的应用也使得有效地震数据的入射角越来越大, 因此迫切需要发展适应强反差介质以及大入射角情形下的 AVO 反演技术。

近些年, 很多学者开始研究基于精确 Zoeppritz 方程的拟线性及非线性反演方法。刘福平等^[12]首次给出了纵波反射系数对纵横波速度一阶偏导数的精确表达式; Zhi 等^[13]利用精确 Zoeppritz 方程和 PP-PS 联合反演得到了界面两侧的密度比和 3 个速度比; Zong 等^[14]推导了 Zoeppritz 方程所描述的纵

收稿日期: 2022-11-25; **修回日期:** 2023-10-19**基金项目:** 中国科学院战略性先导科技专项 (A 类) “深层油气储层地球物理分布预测” (XDA14010203); 国家自然科学基金企业创新发展联合基金 “海相深层油气富集机理与关键工程技术基础研究” (U19B6003)**第一作者:** 牛丽萍 (1993-), 工程师, 博士, 2021 年毕业于同济大学地球物理学专业, 从事储层预测与描述方法的研究工作。Email: niulp.swty@sinopec.com

波反射系数的精确表达式,并结合非线性反演方法估计出了反射界面上下层介质的 6 个弹性参数;Zhi 等^[15]提出了基于 Zoeppritz 方程的迭代正则化 Levenberg-Marquardt 反演方法;Yin 等^[16]利用纵波速度反射率、横波速度反射率和密度反射率重新表示 Zoeppritz 方程,然后基于逆算子估计实现三参数的非线性反演;张凌远等^[17]利用快速模拟退火算法实现了基于 Zoeppritz 方程的横波速度、纵横波速度比反演。尽管基于精确 Zoeppritz 方程的叠前反演方法获得了较大的发展,但是这类反演方法的计算复杂度高,在实际应用中,特别是针对低信噪比数据,反演结果的准确性以及稳定性等依然存在较大挑战^[18-20]。

MCMC 模拟是一种启发式的全局寻优算法,可以直接模拟任意复杂形式的概率分布。利用 MCMC 算法进行地震反演,不仅可以避免假设储层弹性参数的分布形式服从高斯分布,而且也可以避免对弹性参数与地震数据之间的物理关系做线性假设。此外,基于 MCMC 模拟所获得的后验概率分布能够完整地刻画参数估计的不确定性,从而为更科学地利用反演结果对储层进行刻画提供了依据。因此,MCMC 算法是一种在复杂储层与大入射角地震数据条件下实现 AVO 弹性参数反演的理想选择^[21-22]。

尽管 MCMC 算法具有诸多优点,但是在将其应用于叠前弹性参数反演时仍然存在以下两方面的问题:①对于实际复杂地下介质,弹性参数的真实概率分布往往十分复杂,很难寻找一个合适的概率密度函数来描述,常规利用高斯分布刻画弹性参数的统计特征存在较大的局限性;②由于地下模型参数空间巨大以及地震数据中噪声等因素的影响,MCMC 对弹性参数后验概率分布的搜索过程极易受到局部极值的影响,这使得 MCMC 采样过程难以稳定收敛,并且增加了反演结果的不确定性,特别是在低信噪比资料情况下,这种问题更加明显。为了避免这些问题,大多数学者利用 Zoeppritz 方程的线性近似公式来描述地震正演过程^[23-27],并未将 MCMC 算法应用于求解基于精确 Zoeppritz 方程的叠前地震反演问题。Pan 等^[28]提出了基于精确 Zoeppritz 方程和 MCMC-DRAM(delayed rejection adaptive Metropolis)算法的叠前反演方法,但是 DRAM 算法无法有效地遍历具有很多局部极值的复杂高维参数空间,而且也难以判断马尔科夫链何时达到收敛^[29]。为了降低后验概率分布的复杂度以提高 MCMC 采样的稳定性与收敛性,Pan 等假设弹性参数相互独立且服从高斯分布,然而,该假设条件在实际复杂地下

储层中是难以满足的。

本文针对实际复杂储层及低信噪比资料条件下基于精确 Zoeppritz 方程的叠前地震反演问题,从以下 3 个方面来提高 MCMC 叠前 AVO 反演的稳定性与收敛性:①利用低频模型约束,将待反演参数转换为模型参数的扰动量,从而使得先验概率分布由实际复杂概率分布转换为高斯分布,以降低后验概率分布的复杂度;②通过对似然函数取对数,并利用低频模型来约束地震正演过程;③利用基于随机子空间采样的多链模拟算法对叠前非线性反演问题进行全局寻优,以避免采样过程过早地收敛到局部极值。低信噪比的模拟数据和实际数据测试表明,本文所提方法能够有效提高反演结果的准确性以及稳定性。

1 方法原理

1.1 基于精确 Zoeppritz 方程的贝叶斯叠前地震反演

贝叶斯理论通过将模型参数视为随机变量,把模型参数的先验分布与似然函数结合起来,从而获得同时反映模型合理性与数据拟合程度的后验概率分布。当给定地震观测数据 d 时,模型参数 x 的后验概率分布可以写为^[30]:

$$P(x|d) \propto P(x)P(d|x), \quad (1)$$

式中:先验分布 $P(x)$ 表示独立于实际地震观测数据 d 的模型参数的已知信息;似然函数 $P(d|x)$ 描述了实际地震观测数据与由模型参数正演所得模拟地震数据之间的拟合程度。

对于实际地下介质而言,弹性参数的先验概率分布形式通常十分复杂,特别是对于复杂岩性储层^[31]。为了充分发挥先验低频模型在叠前随机反演过程中的约束作用,我们将待反演参数由弹性参数本身转换为弹性参数的扰动量。由于弹性参数的扰动量围绕弹性参数的低频趋势 m_0 而变化,因此,不管真实的弹性参数 m 服从简单单峰分布还是复杂多峰分布,弹性参数扰动量 Δm 一般表现为单峰分布,其先验概率分布可以用高斯分布来表示:

$$P(\Delta m) = N(\Delta m; \mu_{\Delta m}, \Sigma_{\Delta m}), \quad (2)$$

式中: $\mu_{\Delta m}$ 和 $\Sigma_{\Delta m}$ 分别为扰动量的先验期望和先验协方差。根据贝叶斯理论,弹性参数扰动量的后验概率分布可以表示为:

$$P(\Delta m|d) \propto P(\Delta m)P(d|\Delta m), \quad (3)$$

假设地震数据中的噪声服从高斯分布,同时考虑到数值计算的稳定性,我们采用对数似然函数:

$$P(d | \Delta m) = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \sum_{j=1}^n \log(\hat{\sigma}_j) - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left(\frac{d_{\text{obs}}^j - d_{\text{syn}}^j}{\hat{\sigma}_j} \right)^2, \quad (4)$$

式中: n 为地震数据的样点数; $\hat{\sigma}$ 为地震数据中噪声的标准差; d_{obs} 为实际叠前地震数据; d_{syn} 为 AVO 地震正演得到的模拟地震数据, 可以表示为:

$$d_{\text{syn}} = S c(m) + e, \quad (5)$$

式中: S 为地震子波矩阵; e 为服从零均值高斯分布的噪声; $c(m)$ 为利用精确 Zoeppritz 方程 (见附录 A) 计算得到的纵波反射系数, 且 $m = m_0 + \Delta m$ 。

1.2 基于随机子空间采样的多链模拟

假设待反演地震道的时间采样点数为 T , 则待反演的弹性参数扰动量个数 $d = 3 \times T$, d 即为模型参数空间的维数。为了避免采样过程过早地收敛到局部极值, 本文通过同时运行多条初始状态不同的马尔科夫链来搜索模型空间。此外, 在对高维模型参数空间的随机搜索过程中, 如果对所有模型参数同时进行更新, 通常情况下生成的大量候选点会被拒绝, 导致马尔科夫链收敛非常缓慢。为了提高候选点的接受率以加速马尔科夫链的收敛过程, 在每次迭代时, 随机选择某些模型参数组成子空间, 只对子空间内的模型参数进行更新, 而对子空间之外的模型参数保留原采样点。

假设用 N 条马尔科夫链对模型参数空间进行搜索, 用 $x^i (i = 1, \dots, N)$ 表示第 i 条马尔科夫链的取值状态, x_j^i 表示第 i 条链第 j 个弹性参数扰动量的取值 ($j = 1, \dots, d$), 基于随机子空间采样的多链模拟算法实现逐道随机反演的过程如下:

1) 随机生成弹性参数扰动量的初始样本 x^i , 结合该道的低频模型得到相应的 3 个弹性参数 (纵波速度、横波速度和密度), 然后基于精确 Zoeppritz 方程和褶积模型正演得到该道的模拟地震记录, 根据式 4 计算该样本所对应的似然函数, 并将其与弹性参数扰动量的先验分布 (式 2) 相结合得到该样本 x^i 所对应的后验概率密度 $p(x^i)$;

2) 根据原采样点 x^i 计算第 i 条链的候选点 z^i :

$$z^i = x^i + dx^i. \quad (6)$$

式中, dx^i 为模型参数的更新量, 可以表示为:

$$dx_B^i = C_d' \sum_{j=1}^{\delta} (x^{u_j} - x^{v_j}) + \varepsilon_d', \quad (7)$$

$$dx_{\neq B}^i = 0$$

式中: B 为由随机选择的 d' 个模型参数组成的子空间; δ 为马尔科夫链的组数; μ 和 ν 均为从 $\{1, \dots, i-1, i+1, \dots, N\}$ 中随机取出 δ 个整数所组成的向量, 且数值无重复; C 为尺度因子; ε 为从高斯分布

$N_d'(0, c)$ 中生成的随机数, 通常可令 $c = 10^{-6}$;

3) 计算候选点所对应的后验概率密度 $p(z^i)$, 然后根据 Metropolis 准则计算接受概率 $\alpha(x^i, z^i)$ [32]:

$$\alpha(x^i, z^i) = \min \left[1, \frac{p(z^i)}{p(x^i)} \right]. \quad (8)$$

4) 判断是否接受转移。如果候选点被接受, 则 $x^i = z^i$; 否则, $x^i = x^i$;

5) 对每一个时刻 k 重复执行步骤 2) ~ 4) 直至完成 N 条马尔科夫链的采样, 然后进入时刻 $k+1$ 进行采样直至达到最大迭代次数 K 。

利用多链模拟算法对弹性参数扰动量的随机采样过程如图 1 所示。Gelman 和 Rubin [33] 指出当马尔科夫链达到收敛后, 从不同初始状态出发进行采样的马尔科夫链的统计特征应该是一致的, 从而提出了一种非常有效的基于多链方差统计 (multi-chain $\hat{R}$ -statistic) 的收敛性检验方法 (见附录 B)。如果对于每一个弹性参数扰动量 $j = 1, \dots, d$ 都有 $\hat{R}_j \leq 1.2$, 则马尔科夫链已达到收敛。假设在第 K^* 次迭代时马尔科夫链达到收敛, 我们将每条链的前 $(K^* - 1)$ 个样本忽略, 并利用剩余的 $N(K - K^* + 1)$ 个样本进行后验统计分析, 从而得到弹性参数扰动量的后验估计及其不确定性。最后, 将弹性参数扰动量的后验估计与先验低频模型相结合就能得到

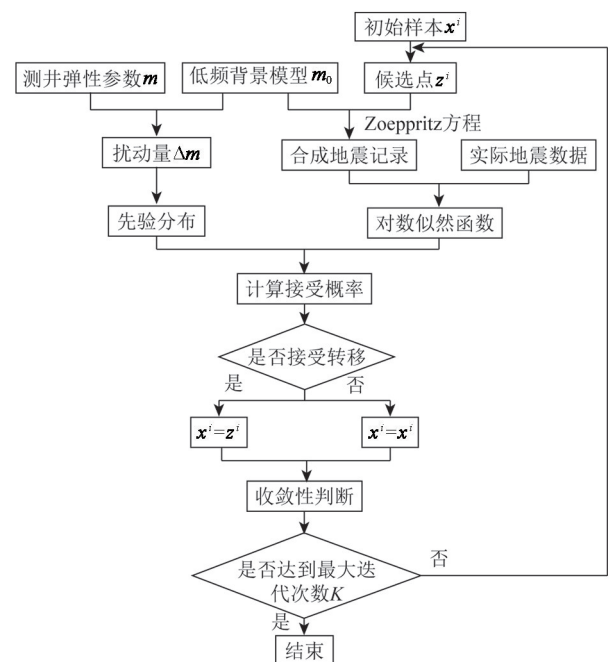


图 1 对弹性参数扰动量的随机采样流程

Fig. 1 Flow chart of stochastic sampling for the elastic parameter perturbations

弹性参数的最终估计,此外,由于先验低频模型的不确定性可以忽略,因此,弹性参数扰动量的不确定性就是弹性参数反演结果的不确定性。

2 模拟数据测试

我们利用实际测井数据对所提方法进行模拟数值试验。图2为纵波速度、横波速度和密度的实际测井曲线及其低频模型,该测井所在目标区域为辫状河三角洲沉积,储层主要为中—细粒长石砂岩,具有高孔隙度、低密度的特点;而非储层主要为泥岩,其密度较高。图3为3个弹性参数之间的交会,图

4为3个弹性参数扰动量之间的交会,可以看出,弹性参数本身表现出显著的多峰分布特征,而通过低频模型的约束,弹性参数扰动量的散点分布更为集中,用高斯分布就能获得较好的拟合结果。

利用精确 Zoeppritz 方程计算该测井数据的纵波反射系数,并将其与主频为 45 Hz 的 Ricker 子波相褶积得到无噪声的地震角道集(图5a),然后加入高斯随机噪声得到最终的模拟地震角道集(图5b),模拟地震数据的信噪比为3,入射角范围为 $3^{\circ} \sim 48^{\circ}$,角度采样间隔为 3° 。图6对比了本文所提改进后

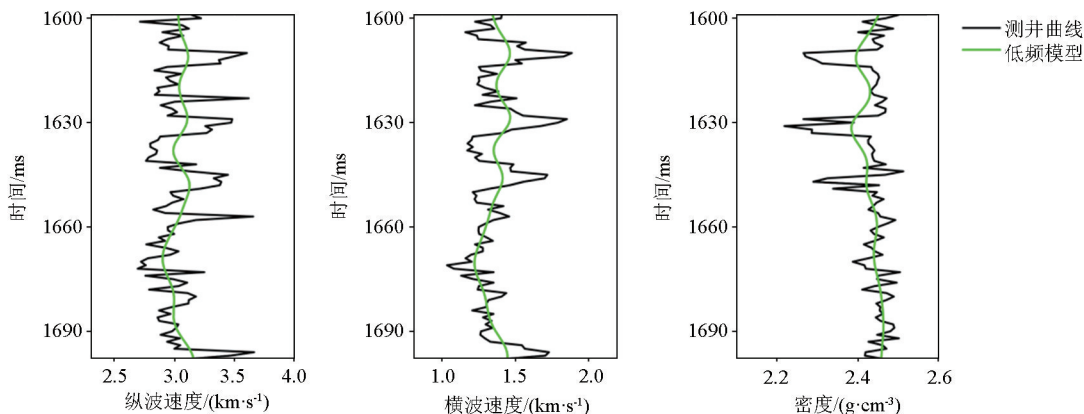


图2 弹性参数的测井曲线及其低频模型

Fig. 2 Real well logs of elastic parameters and the corresponding LFM models

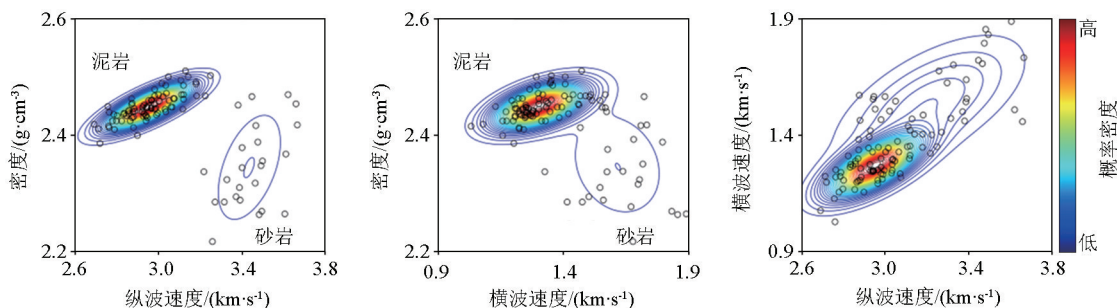


图3 弹性参数的交会及利用高斯混合分布拟合得到的概率密度等值线

Fig. 3 Crossplots of the elastic parameters and the corresponding probability density contours obtained by fitting with Gaussian mixture distributions

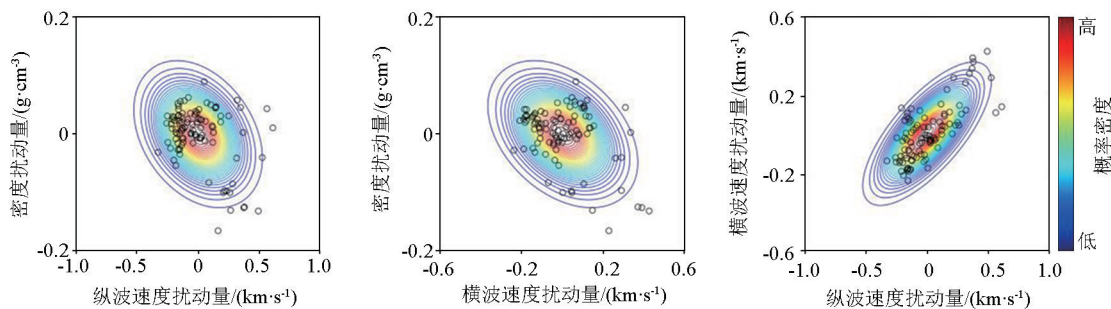
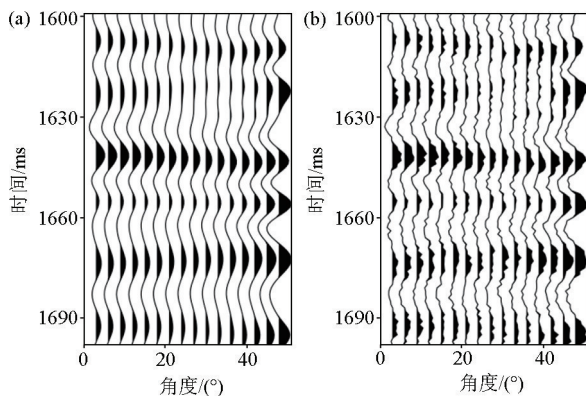


图4 弹性参数扰动量的交会及利用高斯分布拟合得到的概率密度等值线

Fig. 4 Crossplots of elastic parameter perturbations and the corresponding probability density contours obtained by fitting with Gaussian distributions



a—无噪声;b—信噪比为 3

a—no noise;b—S/N is 3

图 5 模拟地震角道集

Fig. 5 The synthetic seismic angle gathers

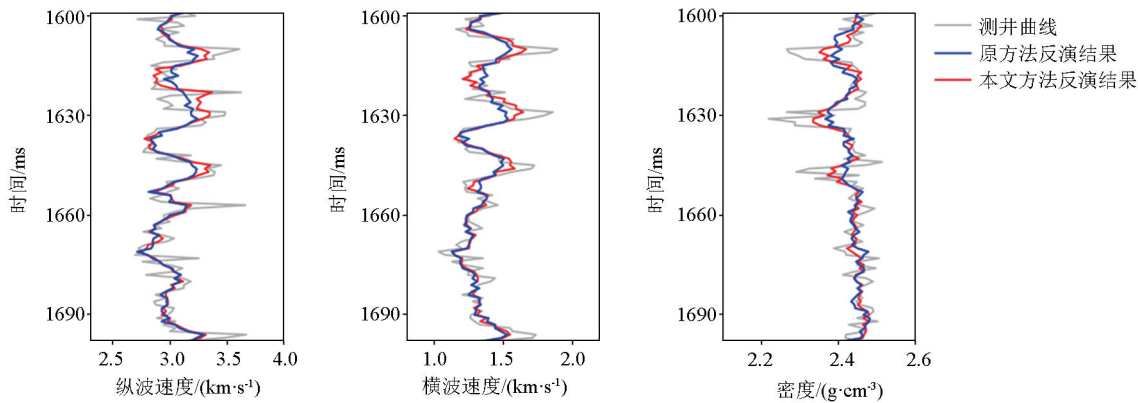


图 6 含噪声地震数据的弹性参数反演结果

Fig. 6 The inversion results of the elastic parameters with noisy seismic data

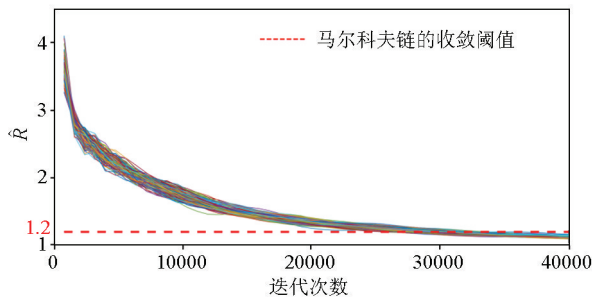
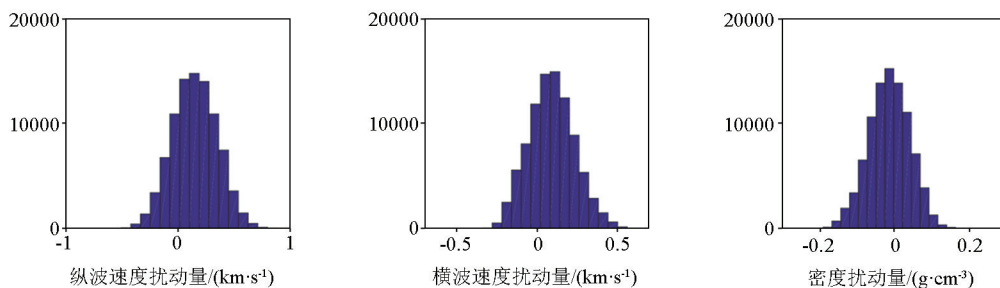
图 7 收敛性指标 $\hat{R}$ 随迭代次数的变化Fig. 7 The variation of convergence diagnostic $\hat{R}$ with the number of iterations

图 8 时间为 1 630 ms 处弹性参数扰动量的后验统计直方图

Fig. 8 Statistical histogram of the sampling results for the elastic parameter perturbations at time 1630 ms

的反演方法与改进前的基于 Zoeppritz 方程反演的效果,可以看出,本文所提方法反演得到的弹性参数与实际测井曲线的拟合度更好。图 7 为马尔科夫链的收敛性指标随迭代次数的变化,在迭代约 32 000 次后,马尔科夫链已经达到收敛。图 8 和图 9 分别为 1 630 ms 和 1 672 ms 处 3 个弹性参数扰动量的后验统计直方图,不同位置处 3 个弹性参数扰动量均稳定收敛到后验高斯分布。

3 实际数据应用

实际二维地震数据的叠加剖面及测井位置如图 10 所示,该数据的时间范围为 2 100~2 350 ms,采样率是 2 ms,地震子波主频为 20 Hz。图 11 展示了不同 CDP 位置处的地震角道集,角度范围为 $1^\circ \sim$

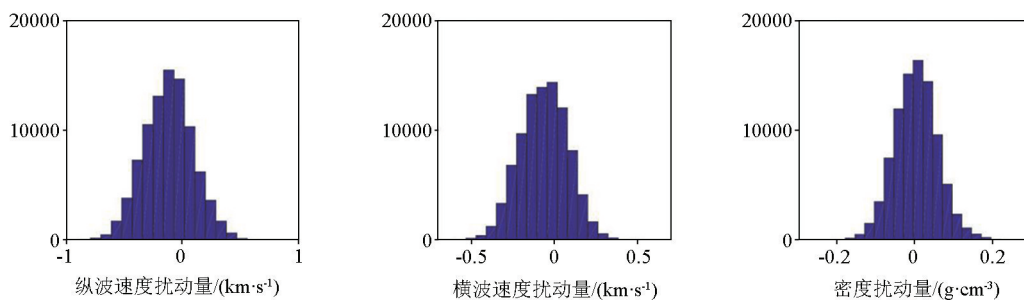


图 9 时间为 1 672 ms 处弹性参数扰动量的后验统计直方图

Fig. 9 Statistical histogram of the sampling results for the elastic parameter perturbations at time 1672 ms

31°, 角度间隔为 2°。从图 10 和图 11 可以看出, 该剖面左侧地震数据的信噪比较低, 而在剖面的中间及右侧地震数据的信噪比较高。

在地震层位的约束下, 我们首先根据测井数据构建弹性参数的低频模型(图 12), 然后通过对测井位置处弹性参数扰动量的统计分析得到其先验期望和先验协方差, 图 13 展示了弹性参数扰动量的交会及其高斯分布拟合结果, 可以看出, 高斯分布能够很好地拟合弹性参数扰动量的统计分布特征。

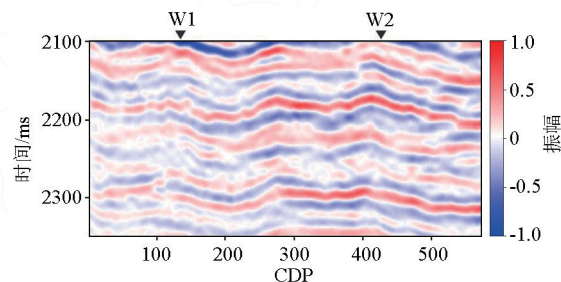


图 10 叠加地震剖面

Fig. 10 Poststack seismic section

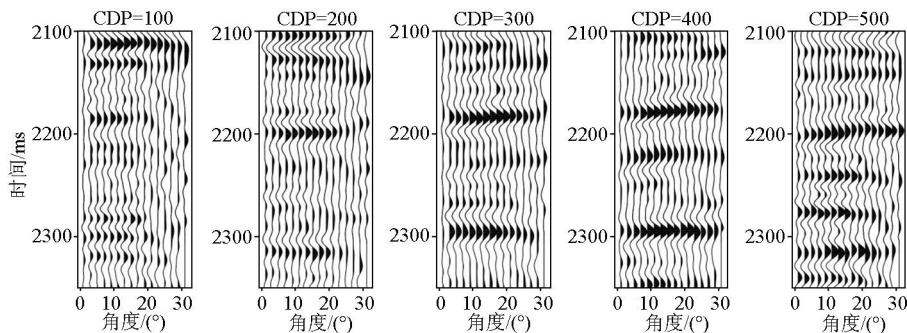
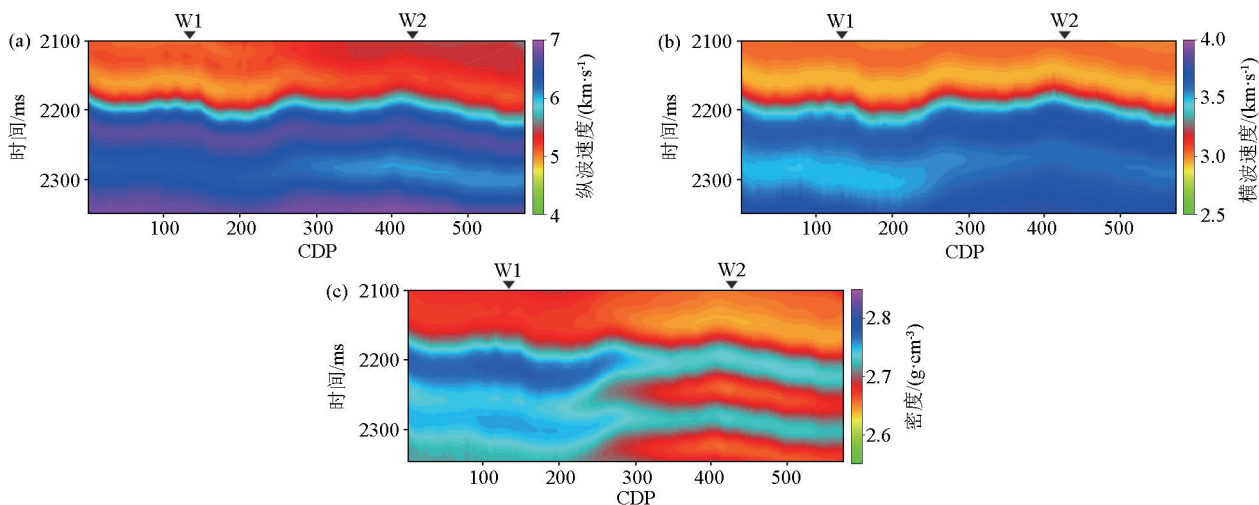


图 11 不同 CDP 位置处的实际地震角道集

Fig. 11 Actual seismic angle gathers at different CDP



a—纵波速度; b—横波速度; c—密度
a—P-velocity; b—S-velocity; c—density

图 12 低频模型

Fig. 12 Low-frequency model

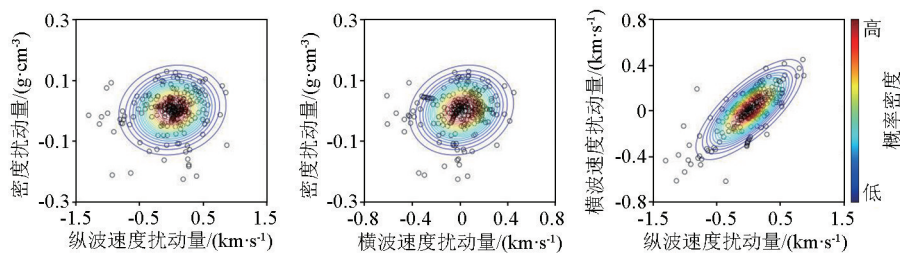


图 13 测井位置处弹性参数扰动量的交会及其高斯分布拟合结果

Fig. 13 Crossplots of elastic parameter perturbations at well locations and the corresponding probability density contours obtained by fitting with Gaussian distributions

图 14 为利用本文所提方法反演得到的弹性参数剖面,图 15 和图 16 分别展示了 W1 井和 W2 井处的反演结果。从两口井的测井曲线可以看出,该工区的弹性参数在 2 200 ms 附近存在一个非常明显的突变界面,在该界面以下,两口井的测井曲线存在明显的差异,这反映了该工区地层横向变化较大。二维剖面的反演结果与该先验认识一致。从井旁道的反演结果来看,本文所提方法的反演结果能够较好地拟合实际测井曲线,而且基于反演结果的模拟地震角道集也与实际地震角道集相吻合。

图 17 展示了纵波速度、横波速度和密度的后验标准差,该结果定量地刻画了弹性参数反演结果的不确定性,整体来看,剖面左侧弹性参数反演结果的不确定性较大,这与该位置地震数据的信噪比较低有关,相较而言,在具有较高信噪比的剖面中间及右侧位置,弹性参数反演结果的不确定性更低。图 18 展示了不同 CDP 位置处收敛性指标 $\hat{R}$ 随迭代次数的变化,可以看出不同位置处的马尔科夫链均已稳定收敛,这进一步证明了弹性参数反演结果及其不确定性估计的可靠性。

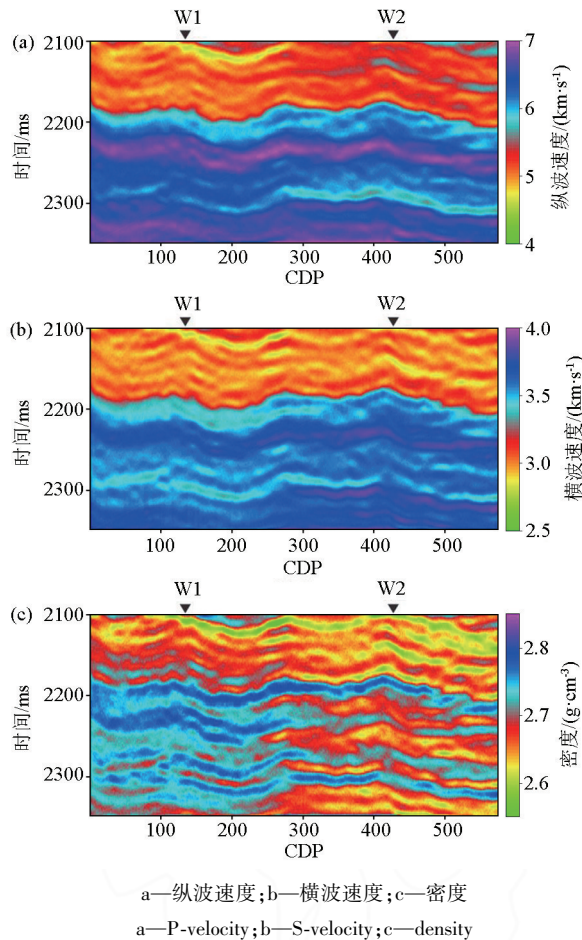
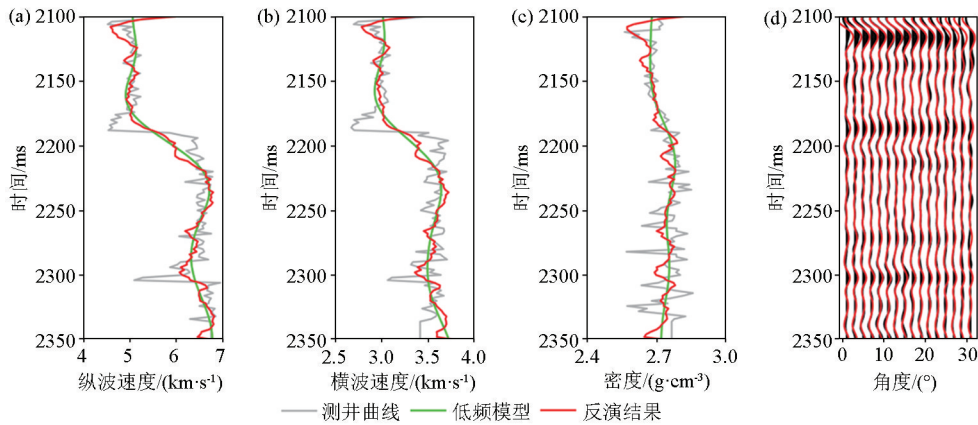


图 14 弹性参数的反演剖面

Fig. 14 Inverted results of elastic parameters

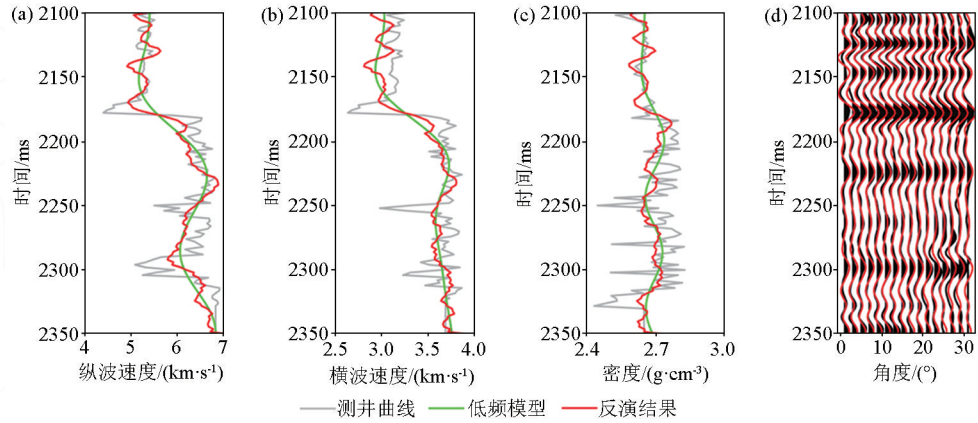


a—纵波速度;b—横波速度;c—密度;d—井旁地震角道集

a—P-velocity;b—S-velocity;c—density;d—the seismic angle gather at well

图 15 W1 井的反演结果

Fig. 15 Inverted results at well W1

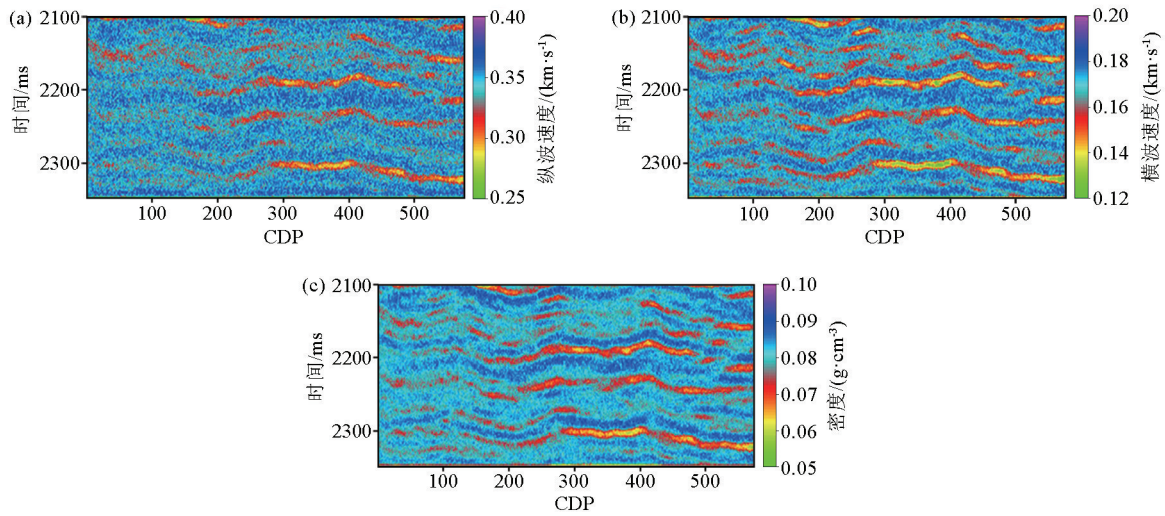


a—纵波速度;b—横波速度;c—密度;d—井旁地震角道集

a—P-velocity;b—S-velocity;c—density;d—the seismic angle gather at well

图 16 W2 井的反演结果

Fig. 16 Inverted results at well W2

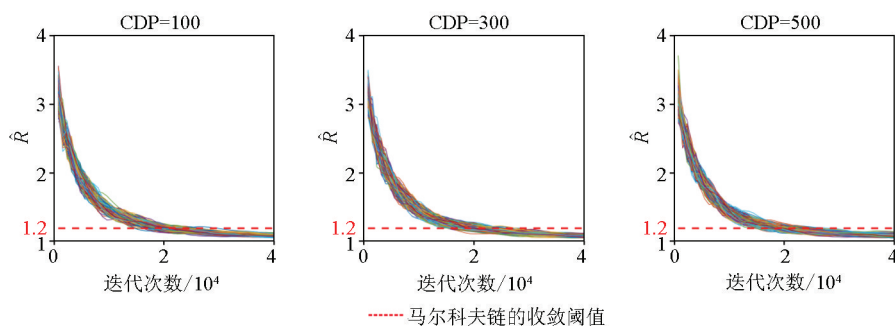


a—纵波速度;b—横波速度;c—密度

a—P-velocity;b—S-velocity and;c—density

图 17 弹性参数的后验标准差

Fig. 17 Post standard deviation of elastic parameters

图 18 不同 CDP 位置处收敛性指标 $\hat{R}$ 随迭代次数的变化Fig. 18 The variation of convergence diagnostic $\hat{R}$ with the number of iterations at different CDP

4 结论

本文针对实际复杂储层及低信噪比资料条件下基于精确 Zoeppritz 方程的叠前地震反演问题,通过低频模型约束先验概率分布以及地震正演模拟过程,并结合对数似然函数和基于随机子空间采样的多链模拟算法,提出了一种改进的 MCMC 叠前地震反演方法。低信噪比的模拟数据测试表明,相较于改进前的反演方法,本文所提方法能够获得更加符合实际测井曲线的弹性参数反演结果。二维实际资料的应用效果表明,尽管本文所提方法为逐道反演,但是剖面上相邻两道的反演结果之间具有良好的一致性,这很好地说明了本方法的稳定性;此外,当地震资料的信噪比越低时,弹性参数反演结果的不确定性越大,本文所提方法能够给出可信的、量化的不确定性估计。

参考文献 (References):

- [1] Zoeppritz K. On the reflection and propagation of seismic waves [J]. Gottinger Nachrichten, 1919, 1(5): 66-84.
- [2] Aki K, Richards P G. Quantitative seismology: Theory and methods [M]. San Francisco: W H Freeman, 1980.
- [3] Shuey R T. A simplification of the Zoeppritz equations [J]. Geophysics, 1985, 50(4): 609-614.
- [4] Wiggins R, Kenny G S, McClure C D. Common-depth method for determining and displaying the shear-velocity reflectivities of a geologic formation [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1986, 79(2): 589-590.
- [5] Mallick S. A simple approximation to the P-wave reflection coefficient and its implication in the inversion of amplitude variation with offset data [J]. Geophysics, 1993, 58(4): 544-552.
- [6] Fatti J L, Smith G C, Vail P J, et al. Detection of gas in sandstone reservoirs using AVO analysis: A 3-D seismic case history using the Geostack technique [J]. Geophysics, 1994, 59(9): 1362-1376.
- [7] Goodway B, Chen T W, Downton J. Improved AVO fluid detection and lithology discrimination using Lamé petrophysical parameters; “ $\lambda\rho$ ”, “ $\mu\rho$ ”, & “ λ/μ fluid stack”, from P and S inversions [C]//SEG Technical Program Expanded Abstracts 1997, Society of Exploration Geophysicists, 1997: 183-186.
- [8] Gray D, Goodway B, Chen T W. Bridging the gap: Using AVO to detect changes in fundamental elastic constants [C]//SEG Technical Program Expanded Abstracts 1999, Society of Exploration Geophysicists, 1999: 852-855.
- [9] 程彦, 董守华, 赵伟, 等. Zoeppritz 方程近似解拟合精确解影响因素[J]. 物探与化探, 2010, 34(4): 523-527.
Cheng Y, Dong S H, Zhao W, et al. The analysis of influencing factors between Zoeppritz approximate solution and exact solution [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2010, 34(4): 523-527.
- [10] Innanen K A, Mahmoudian F. Characterizing the degree of amplitude-variation-with-offset nonlinearity in seismic physical modeling reflection data [J]. Geophysical Prospecting, 2015, 63(1): 133-140.
- [11] Vernik L. Seismic petrophysics in quantitative interpretation [M]. Society of Exploration Geophysicists, 2016.
- [12] 刘福平, 孟宪军, 王玉梅, 等. 反演纵横波速度的 Jacobian 矩阵及精确计算方法 [J]. 中国科学: 地球科学, 2010, 11(11): 1608-1616.
Liu F P, Meng X J, Wang Y M, et al. Jacobian matrix for inversion of P- wave velocity and its accurate calculation method [J]. Scientia Sinica: Terrae, 2010, 40(11): 1608-1616.
- [13] Zhi L X, Chen S Q, Li X Y. Joint AVO inversion of PP and PS waves using exact Zoeppritz equation [C]//SEG Technical Program Expanded Abstracts 2013, Society of Exploration Geophysicists, 2013.
- [14] Zong Z Y, Yin X Y, Wu G C. Multi-parameter nonlinear inversion with exact reflection coefficient equation [J]. Journal of Applied Geophysics, 2013, 98: 21-32.
- [15] Zhi L X, Chen S Q, Li X Y. Amplitude variation with angle inversion using the exact Zoeppritz equations: Theory and methodology [J]. Geophysics, 2016, 81(2): N1-N15.
- [16] Yin X Y, Cheng G S, Zong Z Y. Non-linear AVO inversion based on a novel exact PP reflection coefficient [J]. Journal of Applied Geophysics, 2018, 159: 408-417.
- [17] 张凌远, 张宏兵, 尚作萍, 等. 基于 Zoeppritz 方程的叠前和叠后混合多参数非线性地震反演[J]. 石油地球物理勘探, 2021, 56

- (1):164-171.
Zhang L Y,Zhang H B,Shang Z P, et al. Nonlinear multi-parameter hybrid inversion of prestack and post-stack seismic data based on Zoeppritz equation [J]. Oil Geophysical Prospecting, 2021, 56 (1): 164-171, 11.
- [18] Mallick S, Adhikari S. Amplitude-variation-with-offset and prestack-waveform inversion: A direct comparison using a real data example from the Rock Springs Uplift, Wyoming, USA [J]. Geophysics, 2015, 80(2): B45-B59.
- [19] 冉然, 宋建国. 基于 Zoeppritz 方程的纵横波模量反演[J]. 物探与化探, 2017, 41(4): 707-714.
Ran R, Song J G. Compressional and shear modulus inversion based on Zoeppritz equation [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2017, 41(4): 707-714.
- [20] Gholami A, Aghamiry H S, Abbasi M. Constrained nonlinear amplitude variation with offset inversion using Zoeppritz equations [J]. Geophysics, 2018, 83(3): R245-R255.
- [21] Riedel M, Dosso S E, Beran L. Uncertainty estimation for amplitude variation with offset (AVO) inversion [J]. Geophysics, 2003, 68 (5): 1485-1496.
- [22] White J. Computer model inversion and uncertainty quantification in the geosciences [D]. Tampa: University of South Florida, 2014.
- [23] 张广智, 王丹阳, 印兴耀, 等. 基于 MCMC 的叠前地震反演方法研究[J]. 地球物理学报, 2011, 54(11): 2926-2932.
Zhang G Z, Wang D Y, Yin X Y, et al. Study on prestack seismic inversion using Markov chain Monte Carlo [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2011, 54(11): 2926-2932.
- [24] 印兴耀, 孔栓栓, 张繁昌, 等. 基于差分进化算法的叠前 AVO 反演[J]. 石油地球物理勘探, 2013, 48(4): 591-596, 676, 503.
- Yin X Y, Kong S S, Zhang F C, et al. Prestack AVO inversion based on the differential evolution algorithm [J]. Oil Geophysical Prospecting, 2013, 48(4): 591-596, 676, 503.
- [25] Grana D, Fjeldstad T, Omre H. Bayesian Gaussian mixture linear inversion for geophysical inverse problems [J]. Mathematical Geosciences, 2017, 49(4): 493-515.
- [26] de Figueiredo L P, Grana D, Roisenberg M, et al. Gaussian mixture Markov chain Monte Carlo method for linear seismic inversion [J]. Geophysics, 2019, 84(3): R463-R476.
- [27] Aleardi M, Salusti A. Markov chain Monte Carlo algorithms for target-oriented and interval-oriented amplitude versus angle inversions with non-parametric priors and non-linear forward modellings [J]. Geophysical Prospecting, 2020, 68(3): 735-760.
- [28] Pan X P, Zhang G Z, Zhang J J, et al. Zoeppritz-based AVO inversion using an improved Markov chain Monte Carlo method [J]. Petroleum Science, 2017, 14(1): 75-83.
- [29] Vrugt J A. Markov chain Monte Carlo simulation using the DREAM software package: Theory, concepts, and MATLAB implementation [J]. Environmental Modelling & Software, 2016, 75: 273-316.
- [30] Tarantola A. Inverse problem theory [M]. Elsevier Science, 1987.
- [31] Niu L P, Ma J Q, Geng J H, et al. Mixture density network applied to reservoir parameter inversion in Bohai Oil field [C]//New Orleans: SEG Technical Program Expanded Abstracts 2015, Society of Exploration Geophysicists, 2015: 2806-2810.
- [32] Metropolis N, Rosenbluth A W, Rosenbluth M N, et al. Equation of State Calculations by Fast Computing Machines [J]. The Journal of Chemical Physics, 1953, 21(6): 1087-1092.
- [33] Gelman A, Rubin D B. Inference from iterative simulation using multiple sequences [J]. Statistical Science, 1992, 7(4): 457-472.

Bayesian prestack seismic stochastic inversion based on the exact Zoeppritz equation

NIU Li-Ping¹, HU Hua-Feng¹, ZHOU Dan¹, ZHENG Xiao-Dong², GENG Jian-Hua^{3,4,5}

(1. SINOPEC Geophysical Research Institute Co., Ltd., Nanjing 211103, China; 2. Research Institute of Petroleum Exploration and Development, PetroChina, Beijing 100083, China; 3. State Key Laboratory of Marine Geology, Tongji University, Shanghai 200092, China; 4. School of Ocean and Earth Science, Tongji University, Shanghai 200092, China; 5. Research Center for Marine Resources, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The prestack seismic inversion method based on the exact Zoeppritz equation is challenged by seismic data with low signal-to-noise ratios (SNRs). The Markov chain Monte Carlo (MCMC) simulation is a heuristic global optimization algorithm that can achieve effective prestack nonlinear inversion of elastic parameters. The conventional MCMC-based prestack inversion method, which characterizes the statistical properties of elastic parameters via the Gaussian distribution, has significant limitations when applied to complex lithologic reservoirs. Besides, due to the influence of the huge parameter space of subsurface models and the noise in seismic data, the MCMC search process for the posterior probability distribution of elastic parameters is very sensitive to local extrema, making it difficult to obtain stable and accurate results from MCMC-based prestack inversion. This study proposed an improved MCMC-based elastic parameter inversion method to address the challenges faced by the prestack inversion based on the exact Zoeppritz equation under the conditions of actual complex reservoirs and seismic data with low SNRs. First, the method reduced the complexity of the posterior probability distribution by transforming the parameters to be inverted into the perturbations of the model parameters using a low-frequency model (LFM) constraint. Then, the seismic forward modeling process was constrained by taking the logarithm of the likelihood function and utilizing an LFM. Finally, a multi-chain algorithm based on random subspace sampling was employed to perform global optimization for

the prestack nonlinear inversion problems, thus avoiding premature convergence of the sampling process to local extrema. As indicated by the tests on the simulated data with low SNRs and the actual data, the method proposed in this study can yield more accurate and stable inversion results while providing credible and quantitative uncertainty estimates for the inversion results.

Key words: Zoeppritz equation; Bayesian theory; prestack inversion; MCMC; uncertainty

(本文编辑:叶佩)

附录 A Zoeppritz 方程

在各向同性的弹性介质中,当平面纵波入射到

$$\begin{bmatrix} \sin \theta_1 & \cos \varphi_1 & -\sin \theta_2 & \cos \varphi_2 \\ \cos \theta_1 & -\sin \varphi_1 & \cos \theta_2 & \sin \varphi_2 \\ \cos 2\varphi_1 & -\frac{V_{S1}}{V_{P1}} \sin 2\varphi_1 & -\frac{\rho_2 V_{P2}}{\rho_1 V_{P1}} \cos 2\varphi_2 & -\frac{\rho_2 V_{S2}}{\rho_1 V_{P1}} \sin 2\varphi_2 \\ \sin 2\theta_1 & \frac{V_{P1}}{V_{S1}} \cos 2\varphi_1 & \frac{\rho_2 V_{S2}^2 V_{P1}}{\rho_1 V_{S1}^2 V_{P2}} \sin 2\theta_2 & -\frac{\rho_2 V_{S2} V_{P1}}{\rho_1 V_{S1}^2} \cos 2\varphi_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R_{PP} \\ R_{PS} \\ T_{PP} \\ T_{PS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_1 \\ \cos \theta_1 \\ -\cos 2\varphi_1 \\ \sin 2\theta_1 \end{bmatrix},$$

式中: V_p , V_s 和 ρ 分别表示纵波速度、横波速度和密度,其下标 1 和 2 分别表示上层和下层介质; θ_1 和 φ_1 分别为 P 波和 SV 波的反射角; θ_2 和 φ_2 分别为 P 波和 SV 波的透射角; R_{PP} 和 R_{PS} 分别为 P 波和 SV 波的反射系数; T_{PP} 和 T_{PS} 分别为 P 波和 SV 波的透射系数。

附录 B 收敛性检验

对于 N 条采样长度为 T 的马尔科夫链,每条链内的方差可以表示为:

$$W_j = \frac{2}{N(T-2)} \sum_{r=1}^N \sum_{i=\lfloor T/2 \rfloor}^T (\mathbf{x}_{i,j}^r - \bar{\mathbf{x}}_j^r)^2, \\ \bar{\mathbf{x}}_j^r = \frac{2}{T-2} \sum_{i=\lfloor T/2 \rfloor}^T \mathbf{x}_{i,j}^r,$$

两层半无限介质的分界面处时,反射系数、透射系数与介质弹性参数和入射角之间的关系可以表示为^[1]:

其中, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示取整运算;而所有链之间的方差可以表示为:

$$B_j/T = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{r=1}^N (\bar{\mathbf{x}}_j^r - \bar{\bar{\mathbf{x}}}_j)^2, \\ \bar{\bar{\mathbf{x}}}_j = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \bar{\mathbf{x}}_j^r.$$

那么,马尔科夫链的收敛性检验指标可以表示为:

$$\hat{R}_j = \sqrt{\frac{N+1}{N} \frac{\hat{\sigma}_+^{2(j)}}{W_j} - \frac{T-2}{NT}},$$

其中, $\hat{\sigma}_+^{2(j)} = \frac{T-2}{T} W_j + 2 \frac{B_j}{T}$ 表示后验概率分布中第 j 个参数的方差的无偏估计。