

大红山铜矿尾砂沉降数据的回归方程研究^{*}

任伟成, 乔登攀

(昆明理工大学 国土资源与工程学院, 云南 昆明 650093)

摘要:以大红山铜矿尾砂为试验原料, 将其筛分为四个粒级, 分别配置成不同浓度砂浆进行沉降试验, 结果表明 Richardson and Zaki 经验公式计算值与试验值存在较大偏差。对试验数据进行分析, 回归出了沉降公式。回归公式计算结果较理想, 与试验值误差较小。但对于粒径分布不均匀的尾砂沉降的计算, 存在较大偏差。

关键词:尾砂; 沉降速率; 回归方程; 大红山铜矿

中图分类号: TD926.4⁺2 文献标识码: B 文章编号: 1001-0076(2014)05-0050-05

DOI: 10.13779/j.cnki.issn1001-0076.2014.05.013

Study on Settlement Data Regression Equation of Dahongshan Copper Tailings

REN Wei-cheng, QIAO Deng-pan

(Faculty of Land Resource Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

Abstract: As test material, Dahongshan copper mine tailings were screened four size fractions and configured with different concentrations sedimentation test, and the results indicate that there is large deviations between Richardson and Zaki empirical formula value and experimental value. Test data analysis and regression of the settlement formula was made. The calculate results by the regression formula were ideal and the experimental error is small. But for the calculation of settlement of uneven size particle tailings, there is a large deviation.

Key words: tailings; settlement rate; regression equation; Dahongshan copper mine

1 前言

颗粒在水中的沉降速率是颗粒的水力特性之一, 在研究砂仓内尾砂的沉降规律时, 沉降速率这一参数至关重要。

对于颗粒在水中的自由沉降运动规则, 自斯托克斯和牛顿等人研究以来, 到目前已有了较为成熟

的结论和计算公式, 包括斯托克斯公式、牛顿公式、阿兰公式等; 对于颗粒干涉沉降的研究后人 also 取得了丰富的成果, 包括李清平经验公式、R. G. Gibbo 经验公式、Richardson and Zaki 的经验公式等。但是这些研究多系采用泥沙或是其它人工粒子作为研究对象, 所得成果应用具有一定的局限性, 在对有色金属尾砂进行沉降速率计算时, 存在较大偏差。丁宏达

* 收稿日期: 2014-07-15; 修回日期: 2014-09-16

基金项目: 国家自然科学基金项目 (编号: 51164016/E0401)

作者简介: 任伟成 (1988-), 男, 硕士研究生, 研究方向: 充填理论与工艺, Email: renweicheng0502@163.com。

通信作者: 乔登攀 (1969-), 男, 博士生导师, 教授。

在《矿浆静态自然沉降试验研究》一文中提出了计算有色金属尾砂沉降速率的公司模型,计算值较为理想,但此公式模型中引入了三个相关系数 K_1 、 E 、 r ,对于不同矿山的尾砂,相关系数变化较大^[1]。

2 尾砂沉降速率试验值

选取大红山铜矿二选厂全尾砂为试验原料,其化学成分见表 1。

表 1 全尾砂化学成分表							/%
成分	SO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	S	Loss
含量	42.77	10.18	23.41	4.56	3.28	0.092	8.56

通过水析法将全尾砂筛分为四个组别,分别为: +100 目、-100 +200 目、-200 +325 目、-325 +400 目。由比重瓶法测出四组尾砂密度分别为 2.807 g/cm³、2.824 g/cm³、2.845 g/cm³、2.838 g/cm³。将四组尾砂分别配置成质量浓度为 15%、20%、25%、30%、35%、40% 的砂浆溶液,进行沉降试验,记录澄清面沉降高度随时间变化,见表 2~5。

表 2 +100 目不同浓度全尾砂澄清面沉降高度随时间变化数据表							/cm
时间/s	15%	20%	25%	30%	35%	40%	
1	20	19	18	16	14.5	13	
2	40	37	35	31	28.5	25	
3	58	54	51.5	45	41.5	36	
4	75	70	66.5	58.5	54	46	
5	92	86	80.5	71	65	56	
6	109	102	94.5	83	75	65	
7	125	117.5	108	95	85	74	
8	140.5	132.5	121.5	107	95	82.5	
9	156	146	134	118	104.5	91	
10	171	159.5	146	129	114	99	
11	186	172.5	158	139	123.5	107	
12	200	185.5	169	149	133	115	
13	213	197.5	180	159	141	122.5	
14	226	208.5	190	168	148.5	129.5	
15	238	218.5	199	176.5	156	135.5	
16	250	228.5	208	185	163	141.5	
17	257	237	217	193	170	147	
18	259	243	222	200	176.5	152	

表 3 -100 +200 目不同浓度全尾砂澄清面沉降高度随时间变化数据表							/cm
时间/s	15%	20%	25%	30%	35%	40%	
4	19	18	17	14	13	12	
8	39	36	34	30	28	25	
12	59	54.5	51	46	42.5	38	
16	77	72	68	61	57	50	
20	95	88.5	83	76	71	61.5	
24	113	105	98	90	84	71.5	
28	130	121	113	103	96	81.5	
32	147	137	127	116	108	91.5	
36	164	153	139	128	119	101.5	
40	181	169	151.5	140	130	111.5	
44	198	184	163.5	151.5	141	121	
48	214	198	175.5	163	152	130.5	
52	230	212	188	174.5	163	139.5	
56	248.5	224	200	186	173	148.5	
60	254.5	236	212	197	183	157.5	
64	257.5	239	224	204	185	163.5	
68	260	241	225.5	207	187	165.5	

表 4 -200 +325 目不同浓度全尾砂澄清面沉降高度随时间变化数据表							/cm
时间/s	15%	20%	25%	30%	35%	40%	
8	5	4	3.5	3	2.5	2	
16	25	23.5	21	18.5	17	15	
24	44	41.5	37.5	33.5	30.5	27	
32	62	58.5	53.5	48	43	38.5	
40	79	75	69	62	55	49.5	
48	96	91	84	75.5	66.5	60	
56	112	106.5	98	88.5	77.5	70	
64	127	121	111.5	101	88	80	
72	141.5	135	125	113.5	98.5	89.5	
80	155.5	148.5	138	125.5	108.5	98.5	
88	169	161.5	150	137	118.5	107.5	
96	182	174	162	148.5	128	116	
104	194.5	186	173	159	137.5	124.5	
112	207	197.5	183.5	169	146	132	
120	219	208.5	193.5	178	154	139	
128	230.5	218.5	203	186	161.5	145.5	
136	241.5	228.5	212	193	169	151.5	
144	250.5	237.5	220	198	176	157	

表5 -325+400目不同浓度全尾砂澄清面沉降高度随时间变化数据表

时间/s	15%	20%	25%	30%	35%	40%
16	8.5	8	6.5	5.5	4.5	3.5
32	26.5	24	21	18	14.5	11.5
48	43.5	39	35	30	23.5	19
64	60	53.5	48	41.5	32	26
80	75.5	67.5	61	52.5	40.5	33
96	91	81	73.5	63	49	39.5
112	105.5	94.5	85.5	73.5	57	46
128	119.5	107.5	97.5	83.5	65	52.5
144	133.5	120.5	109	93.5	73	58.5
160	147	133	120.5	103	80.5	64.5
176	160.5	145	131.5	112.5	88	70.5
192	174	157	142.5	121.5	95.5	76
208	186	168	153	130.5	102.5	81.5
224	198	179	163	139	109.5	87
240	210	190	172	147.5	116.5	92.5
256	221	200	181	155.5	123	97.5
272	231	209	189	163	129.5	102.5
288	241	218	197	170	136	107.5
304	248	224	202	177	142	112
320	253	230	207	183.5	148	116.5
336	255	234	212	190	153.5	120.5

3 已有公式模型

3.1 自由沉降末速模型

因为阻力系数Ψ是雷诺数Re的函数,而Re又是自由沉降速率的函数,目前较为常用的自由沉降模型是按Re值进行分区讨论,不同阻力区的自由沉降速率公式如下^[2,3]:

当Re≤1时,自由沉降速率可按斯托克斯(stokes)公式计算:

$$v_0 = \frac{d^2(\rho_s - \rho)g}{18\mu} \dots\dots\dots ①$$

当1<Re≤500时,自由沉降速率可按阿兰(Allen)公式计算:

$$v_0 = 1.195d \left[\frac{\rho_s - \rho}{\mu\rho} \right]^{\frac{1}{3}} \dots\dots\dots ②$$

当500<Re≤2×10⁵时,自由沉降速率可按牛顿(Newton)公式计算:

$$v_0 = 5.42 \left[\frac{d\rho_s - \rho}{\rho} \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots ③$$

此外,一些学者也提出相关的雷诺数公式和自由沉降末速经验公式。如下^[4,5]:

李清平等自由沉降末速经验公式,其雷诺数适用范围为Re<2×10⁵:

$$v_0 = \frac{d^2(\rho_s - \rho)g}{18\mu + 0.61d[(\rho_s - \rho)g\mu]^{0.5}} \dots\dots\dots ④$$

Z—S 雷诺数公式:

$$Re = [(14.51 + 1.83d^{1.5})(g(\rho_s - \rho)\mu)^{0.5} - 3.81]^2 \dots\dots ⑤$$

自由沉降速率与雷诺数之间存在的关系式如下:

$$Re = \rho \frac{dv}{\mu} \dots\dots\dots ⑥$$

3.2 干涉沉降速率模型

干涉沉降过程很复杂,目前还很难从理论上得到确切的干涉沉降速率公式,只能用经验公式表示。Richardson and Zaki 的经验公式很好的解释了沉降末速对固体浓度的依赖关系,尤其适合于粒度相同或相近的颗粒。本次研究是将大红山全尾砂筛分成多组不同粒级组别,每组内尾砂颗粒粒度比较接近,所以选用 Richardson and Zaki 的经验公式对尾砂的干涉沉降速率进行求解。

Richardson and Zaki 的经验公式如下^[5,6]:

$$v_g = v_0(1 - C_v)^{n-1} \dots\dots\dots ⑦$$

式中:v_g—干涉沉降速率;v₀—自由沉降速率;C_v—尾砂的体积浓度;n-1—与尾砂性质有关的试验指数。

Garside、Al—Dibouni 提出的关于n值的经验公式,建立了n值与雷诺数的关系,如下:

$$n = \frac{5.1 + 0.27Re^{0.5}}{1.0 + 0.1Re^{0.9}} \dots\dots\dots ⑧$$

通过计算确定自由沉降速率模型,将其带入 Richardson and Zaki 的经验公式计算结果如表6,表7为沉降速率试验值。

表6 Richardson and Zaki 经验公式干涉沉降速率计算值

浓度	15%	20%	25%	30%	35%	40%
+100目	3.40	3.16	2.92	2.67	2.42	2.17
-100+200目	0.88	0.80	0.73	0.65	0.57	0.49
-200+325目	0.21	0.19	0.17	0.15	0.13	0.11
-325+400目	0.10	0.09	0.08	0.07	0.06	0.06

表7 各粒级组别沉降速率试验值

浓度	15%	20%	25%	30%	35%	40%
+100目	14.39	12.74	11.76	10.58	10.25	9.09
-100+200目	4.51	4.19	3.72	3.53	3.33	2.63
-200+325目	1.77	1.57	1.46	1.32	1.21	1.19
-325+400目	0.76	0.74	0.69	0.63	0.51	0.37

通过对比可发现 Richardson and Zaki 经验公式沉降速率计算值与沉降速率试验值相差很大,并不适合计算尾砂颗粒的干涉沉降速率。

4 回归方程

“回归”的概念是英国生物学家 Galton 在研究生物遗传现象时提出的。Galton 的学生 K. Pearson 以后继续研究此课题,并把回归概念与数学方法联系起来,把反映变量之间的一般数量关系的直线或曲线称作回归直线或者回归曲线。通过观察可以发现 +100 目、-100 + 200 目、-200 + 325 目、-325 + 400 目全尾砂沉降曲线具有一定的规律性,采用 origin8.0 软件对四组尾砂沉降数据进行回归分析,

Exponential 分栏中 Chapman 选项函数表达式 $y = a(1 - e^{-bx})^c$ 、Exponential 选项函数表达式 $y = y_0 + Ae^{bx}$ 、MnMolecular1 选项函数表达式 $y = A_1 - A_2e^{-kx}$ 、YldFert1 选项函数表达式 $y = a + be^{-bx}$ 均对沉降曲线的拟合度很高,而沉降曲线表示沉降高度随时间的变化关系,当时间为 0 时,其沉降高度必为 0,所以函数表达式 $y = a(1 - e^{-bx})^c$ ⑨可表示出其物理意义。

选取此函数公式作为回归公式,需确定输入因子粒径大小、颗粒密度、砂浆浓度与拟合公式中参数 a、b、c 的对应关系。各粒径组别不同浓度拟合出的 a、b、c 见表 8。

表 8 各粒径组别不同浓度的拟合公式输入因子 a、b、c 参数值

粒级组别	输入因子	15%	20%	25%	30%	35%	40%
+ 100 目	a	457.091 3	415.963 1	400.848 8	408.817 4	362.340 2	274.138 9
	b	0.051 58	0.052 37	0.046 01	0.036 74	0.035 07	0.044 14
	c	1.074 94	1.065 02	1.009 91	0.979 2	0.945 01	0.981 31
- 100 + 200 目	a	536.227 4	470.125 7	400.384 3	374.538 2	353.781 1	340.075 2
	b	0.011 82	0.012 69	0.013 21	0.013 26	0.012 89	0.010 52
	c	1.100 649	1.111 5	1.078 29	1.100 12	1.090 8	1.037 61
- 200 + 325 目	a	395.932 7	357.586 8	319.232 8	283.447	272.639 1	228.643 1
	b	0.008 39	0.009 24	0.010 02	0.010 75	0.008 81	0.010 06
	c	1.299 12	1.346 08	1.401 69	1.464 54	1.339 46	1.406 13
- 325 + 400 目	a	403.155 9	369.007 1	296.025 1	312.066 9	279.611	201.159 2
	b	0.003 71	0.003 66	0.004 06	0.003 25	0.002 75	0.003 76
	c	1.241 43	1.247 83	1.345 45	1.221 42	1.199 83	1.221 98

通过对比分析,可建立颗粒密度与参数 c 存在对应关系(见表 9),颗粒粒径与参数 b 存在对应关系(见表 10),砂浆浓度与 a 存在对应关系(见表 11)。

由表 9 可知,各粒级组别的尾砂密度相差不大,可建立参数 c 与颗粒密度的线性关系式为:

$$c = \rho - 1.64 \dots\dots\dots ⑩$$

表 9 各粒径组别颗粒密度与参数 c 对应数值表

粒级	+ 100	- 100 + 200	- 200 + 325	- 325 + 400
平均值 c	1.009 23	1.117 52	1.376 21	1.246 32
$\rho(g/cm^3)$	2.807	2.824	2.845	2.838

表 10 各粒径组别颗粒粒径与参数 b 对应数值表

粒级/目	+ 100	- 100 + 200	- 200 + 325	- 325 + 400
平均值 b	0.043 59	0.013 928	0.009 545	0.003 515
d/mm	0.29	0.12	0.061	0.042

表 11 各粒径组别砂浆浓度与参数 a 对应数值表

浓度	15%	20%	25%	30%	35%	40%
+ 100 目	457.091 3	415.963 1	400.848 8	408.817 4	362.340 2	274.138 9
- 100 + 200 目	536.227 4	470.125 7	400.384 3	374.538 2	353.781 1	340.075 2
- 200 + 325 目	395.932 7	357.586 8	319.232 8	283.447	272.639 1	228.643 1
- 325 + 400 目	403.155 9	369.007 1	296.025 1	312.066 9	279.611	201.159 2
平均值 a	448.101 8	403.170 7	354.122 7	344.717 4	317.092 8	261.004 1

将平均值 b 与尾砂颗粒粒径一一对应,进行拟合,可得出关系式为:

$$b = 0.2117\Phi - 0.06 \dots\dots\dots \textcircled{11}$$

将参数 a 平均值与浓度值进行拟合,同样可拟合出线性关系式:

$$a = 495.2 - 565.6C_w \dots\dots\dots \textcircled{12}$$

以尾砂粒径、沉降时间、砂浆浓度、颗粒密度作为输入因子,以尾砂沉降高度作为输出因子,对试验数据进行回归分析,整合关系式⑨、⑩、⑪、⑫可得回归方程如下:

$$H = (495.2 - 565.6C_w) [1 - e^{(0.006 - 0.212\varphi)t}]^{\rho - 1.64} \dots \textcircled{13}$$

式中, H 为尾砂沉降高度,cm; φ 为尾砂平均粒径,mm; t 为尾砂沉降时间,s; C_w 为尾砂质量浓度; ρ 为颗粒密度,g/cm³。

如果忽略浓度对进入压缩沉降阶段的影响,取各组别进入压缩沉降时间的平均值可建立进入压缩沉降阶段的时间与颗粒大小的关系式。

将压缩沉降初始时间定为 y 轴数据,尾砂颗粒粒径定为 x 轴数据,可拟合得出关系式:

$$t = -43 + 1560\varphi \dots\dots\dots \textcircled{14}$$

但此公式只适合进入压缩沉降阶段之前的沉降速率,固需要确定到达沉降压缩阶段的初始时间,不同容器的沉降其到达沉降压缩阶段的初始时间也有所不同。对于本试验来说,是采用容积为 500 ml 高度为 35 cm 的具塞量筒,通过试验数据拟合得出压缩沉降阶段初始时间的关系式为 $t \leq -43 + 150\varphi$ 。

表 12 压缩沉降初始时间与颗粒粒径对应数据表		
组别/目	粒径/mm	平均值 t/s
+ 100	0.29	16
- 100 + 200	0.12	62
- 200 + 325	0.061	148
- 325 + 400	0.047	408

5 回归公式计算值与试验值比较

由公式⑬计算沉降速率见表 13,与沉降速率试验值表 7 对比可发现,回归公式计算结果较理想,与试验值误差较小。

将回归公式验证了杨超、郭利杰、许文远^[7]等

表 13 回归公式干涉沉降速率计算值 cm/s						
浓度	15%	20%	25%	30%	35%	40%
+ 100 目	9.93	9.83	9.31	8.48	7.93	7.69
- 100 + 200 目	4.40	4.09	3.70	3.44	3.18	2.77
- 200 + 325 目	1.64	1.50	1.39	1.28	1.17	1.09
- 325 + 400 目	0.69	0.65	0.61	0.56	0.50	0.44

人对江西金山金矿全尾砂自然沉降速率实验值和丁宏达、刘德忠对铁矿尾砂自然沉降速率实验值,发现偏差较大。这是因为公式⑬是由尾砂筛分为四个粒级组别的沉降速率值回归而出的,而上述提到的金矿尾砂和铁矿尾砂存在粒径分布不均匀的情况,带入公式⑬为加权平均粒径,固存在较大偏差。所以回归公式适用于粒径分布较均匀的尾砂沉降计算。

6 结论

(1) 验证了 Richardson and Zaki 经验公式计算大红山铜矿尾砂颗沉降速率存在较大偏差。

(2) 通过沉降速率试验值,回归出公式 $H = (495.2 - 565.6C_w) [1 - e^{(0.006 - 0.212\varphi)t}]^{\rho - 1.64}$,回归公式计算值较理想,与试验值非常接近。

(3) 回归公式适用于粒径分布较均匀的尾砂沉降计算。

参考文献:

[1] 丁宏达,刘德忠. 矿浆静态自然沉降试验研究[J]. 有色金属(选矿部分),1985(2):44-50.

[2] 桂夏辉,李延辉,刘纯,等. 液固流态床内颗粒自由沉降末速的试验研究[J]. 选煤技术,2010(2):5-6.

[3] 李爱芬,王士虎,王文玲,等. 地层砂粒在液体中的沉降规律研究[J]. 油气地质与采收率,2001(2):70-71.

[4] 吴宁,张琪,曲占其. 固体颗粒在液体中沉降速率的计算方法评述[J]. 石油钻采工艺,2000(2):51-53.

[5] 黄杰. 粗煤泥液固液化床分选机理及分选条件优化研究[D]. 焦作:河南理工大学,2011(6):23-26.

[6] 倪伟敏. 双碱法脱硫系统的固液分离和重金属去除研究[D]. 杭州:浙江大学,2007(7):20.

[7] 杨超,郭利杰,许文远. 充填尾砂絮凝沉降规律试验研究[J]. 黄金,2014(3):40.