离散元法在矿石破碎中的应用研究进展

谢存黎1,田小松12,王飞旺1,梁泽跃2,杨斌2,戴惠新1

- 1. 昆明理工大学 国土资源工程学院,云南 昆明 650093;
- 2. 云南迪庆有色金属有限责任公司,云南迪庆674400

中图分类号: TD91; TD921^{*}.2 文献标识码: A 文章编号: 1001-0076(2024)01-0126-09 DOI: 10.13779/j.cnki.issn1001-0076.2024.01.015

摘要 离散元法(Discrete Element Method, DEM)是一种非连续介质力学数值计算方法,已被广泛应用于矿物加工破碎过程的研究,用于分析和求解离散系统中颗粒的运动规律、碰撞和破碎特性,为研究矿物的破碎机理、优化破碎设备的工作参数和机械结构提供了重要的理论研究手段。介绍了离散元法数值模拟技术中两种用于模拟矿物颗粒破碎的仿真模型:键合粒子模型(Bonded Particle Model, BPM)和颗粒替换模型(Particle Replacement Model, PRM),并对两种模型的基本原理、模型缺陷、优化进展及应用进行了概述,综述了利用 DEM 研究圆锥破碎机、颚式破碎机、冲击式破碎机、反击式破碎机等各类破碎设备在不同矿物特性、设备结构以及工作参数影响下的破碎性能表现的研究进展,讨论了 DEM 在碎矿研究领域存在的优势及局限性,并提出了基于 DEM 研究矿物破碎问题的发展方向。

关键词 离散元法;键合粒子模型;颗粒替换模型;破碎设备;破碎特性

引言

矿石破碎加工是选矿过程的重要环节,破碎工艺 一定程度上决定了选矿的生产效率和加工质量,然而 破碎过程能量耗费巨大,在矿物分选过程中有重要影 响,因此研究矿石破碎机理,研发高效率、低能耗的新 型破碎设备,提高破碎效率,是矿石破碎的研究重点。 为了增强破碎作业的效率,需深入分析破碎过程中矿 石在机器内部的动态行为以及破碎设备的构造特性, 从而对破碎设备的结构和配置进行优化。然而,以往 破碎机的改进都是通过实际实验和工业应用进行验 证,不仅改进周期过长,而且人力和物力成本高;另外, 采用单轴压缩实验。以轴压缩实验及三轴压缩实验图 等实验室破碎实验,难以从微观角度研究矿石的破碎 过程,透析破碎机理,使得设备改进困难。离散元法 (DEM)可通过模拟矿石在破碎机中的动态破碎过程, 对矿物断裂、破碎、粉碎、铣削和设备磨损等进行研 究™,分析矿石运动规律及力学行为,从而优化破碎设 备的结构和工作参数,提升设备破碎性能和生产效率[4]。 DEM 的出现为从微观角度研究矿石破碎的力学行为 和破碎机理提供了有效途径。

1 DEM 矿石破碎模型

DEM 以牛顿第二运动定律、Hertz 和 Mindlin-Deresiewicz 的球形颗粒接触理论为基础¹⁸,利用颗粒材料的不连续性和离散性,对颗粒系统内颗粒的运动和受力情况反复循环迭代计算,通过多个时间步长内得到的计算结果,来研究矿石的裂纹扩展、获取颗粒间应力变化关系和运动规律。在对矿石破碎过程进行仿真模拟时,首先需获得矿石颗粒的力学参数并建立矿石颗粒模型,参数的准确性将直接影响模型的真实度,决定模型是否可以指导实际生产或选厂技术改造。目前使用最广泛的矿石的颗粒模型是键合粒子模型(Bonded Particle Model, BPM)和颗粒替换模型(Particle Replacement Model, PRM)¹⁶。

1.1 键合粒子模型(BPM)

由 Potyondy 和 Cundall 提出的键合粒子模型¹⁷,用于模拟颗粒材料中颗粒间接触、摩擦、黏聚、断裂等物理行为。在该模型中,每个颗粒不再是一个单一的实体,而是由多个粒子通过键合力连接而成。

接触颗粒的力学行为如图 1 所示。颗粒沿着接触平面法线方向生成重叠区域发生接触,在不考虑平

收稿日期:2023-09-12

基金项目: 国家自然科学基金项目 (52364033)

行键的情况下,每个胶结黏接处仅发生力-位移行为,该接触仅能传递力;当法向重叠量*U*"<0时,则法向力和剪切力均为零,接触黏结只承受拉力,只要黏接处承受应力低于设置强度,黏结会一直存在。

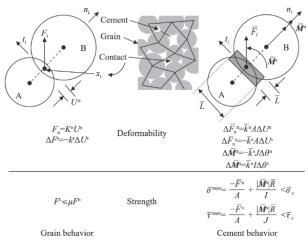


图 1 颗粒间的力-位移行为四

Fig. 1 Force-displacement behavior between particles

当颗粒在黏结处存在平行黏结时,颗粒之间形成一种弹性行为的联系,使得力和力矩可以传递。当黏结颗粒发生相对位移和旋转时,会引起弹性力和力矩的增量[□]:

$$\Delta \bar{F}_{n}^{n} = \bar{K}^{n} A \Delta U^{n} \tag{1}$$

$$\Delta \bar{F}_n^s = -\bar{K}^s A \Delta U^s \tag{2}$$

$$\Delta \bar{M}^n = -\bar{K}^s J \Delta \theta^n \tag{3}$$

$$\Delta \bar{M}^s = \bar{K}^n I \Delta \theta^s \tag{4}$$

式中, $\Delta \bar{F}_n^n$ 、 $\Delta \bar{F}_n^s$ 分别是法向力和切向力的增量, $\Delta \bar{M}^n$ 、 $\Delta \bar{M}^s$ 分别是法向转矩和切向转矩的增量, \bar{K}^n 、 \bar{K}^s 分别是黏结键的法向弹性系数和切向弹性系数, ΔU^n 、 ΔU^s 分别是黏结键的法向位移和切向位移增量, $\Delta \theta^n$ 、 $\Delta \theta^s$ 分别是黏结键的法向转动角度和切向转动角度增量,J是黏结键的极转动惯量,I是黏结键的转动惯量。 $\bar{\tau}_{max}$

作用在平行黏结周边上的最大拉伸应力 $(\bar{\sigma}_{max})$ 和 剪切应力 $(\bar{\tau}_{max})$ 为:

$$\bar{\sigma}_{\text{max}} = \frac{-\bar{F}^n}{A} + \frac{\left|\bar{M}^s\right|\bar{R}}{I} \tag{5}$$

$$\bar{\tau}_{\text{max}} = \frac{-\bar{F}^n}{A} + \frac{|\bar{M}^n|\bar{R}}{I} \tag{6}$$

当最大拉伸应力超出抗拉强度($\bar{\sigma}_{max} > \bar{\sigma}_c$)或最大剪切应力超出抗剪切强度($\bar{\tau}_{max} > \bar{\tau}_c$)时,平行键发生断裂,并将其连同伴随的力、力矩和刚度从模型中移除。

在使用 BPM 进行仿真时, 微观参数(颗粒的摩擦、弹性、黏结特性等)的校准关系到宏观尺度的响应, Zhao 等人[®] 通过 DEM 仿真模拟分析微观参数对颗粒力学模型的影响, 证明了微观参数对岩石的破碎模拟

具有关键作用。Kafui 和 Thornton[®] 进行了团聚体与目标壁正交撞击的微力学数值模拟,研究证明冲击速度和黏结强度会对壁面受力的演变、团聚体的动能和断裂键的比例产生影响,并从键断裂的演化过程中发现岩石的断裂机理。

在使用 DEM 对颗粒间的接触及受力情况进行计 算时,为有效缩短计算时间,通常用球体或圆形实体 作为 BPM 模型的基本粒子。但将颗粒简化为球体, 忽略颗粒的不规则形状,从而无法准确地描述颗粒之 间的真实接触情况。因此, KAZERAN I 等人顺使用 离散单元代码 UDEC 建立了一个由多边形粒子组成 的矿石模型,并给出了一种微观参数校准方法,研究 证明该矿石模型与实际测量中岩石材料的应力-应变 行为非常接近。Li 等人[11] 提出了一种由多面体粒子 镶嵌组成的三维 Voronoi 镶嵌模型, 通过层裂实验和 冲击实验,证明该模型可以有效地模拟岩石的非线性 力学行为、大变形、应变软化和动力学。此外,采用 单一球体颗粒在 PFC(Particle Flow Code)上建模时, 会导致模型存在抗拉强度与抗压强度之比与实验室 测试的测量值相差过大的缺陷,这意味着 PFC 模型可 能无法准确捕捉材料在不同应力条件下的真实行为。 对此, Cho 等人[12] 将团簇颗粒几何结构引入到 PFC 中, 并对紫胶花岗岩的破碎行为进行模拟,通过与实验结 果进行比较,表明团簇颗粒的加入可显著减少建模缺陷。

BPM 方法可较真实地模拟矿石破碎行为,但该方法需在模拟初始阶段对全部粒子进行追踪计算,极大增加了模拟的计算难度及计算成本。另一方面,BPM 的破碎程度会被子代粒子的粒径所限制,可能导致最终的碎片尺寸分布与实际物理破碎过程中产生的分布不符。

1.2 颗粒替换模型(PRM)

颗粒替换模型(PRM)主要用于模拟颗粒材料中的破碎和变形行为,其原理是通过将原始的大颗粒体系逐步替换为更小的子代颗粒来模拟破碎过程。PRM中的每个颗粒都被看作是一个离散的实体,其运动和相互作用由一组力学规则和数学方程描述,当颗粒受到外界力或与其他颗粒发生碰撞时,会产生位移、应力和能量的传递,当颗粒所受载荷超过设定破碎阈值时,即判定为破碎,此时大颗粒立即被一组具有预定粒度分布的子颗粒组合替代,并被填充到大颗粒所占的空间中。用 PRM 进行破碎模拟时,需考虑颗粒破碎准则(颗粒在何种应力状态下发生破碎及颗粒的约束状态)、子代颗粒的数量以及粒径分布、替换过程中是否服从质量守恒。

对于 PRM 的颗粒破碎准则, Olivier 等人^[3] 首先 提出了一个失效模型, 该模型考虑了颗粒接触的状态、 接触力的数量、位置和大小, 并对颗粒破碎准则进行 $\sum_{i=1}^{N} \sigma_i$ 了定义: $\frac{i=1}{N} \geqslant \sigma_{
m crit}$,即当颗粒周边接触的平均法向应

力大于抗压应力阈值时发生破裂。该准则被 Lobo-Guerrero 等人[14-17] 在 PFC 中使用, 利用 FISH 语言编写 的子程序实现了颗粒在 PFC2D 中再次破碎。模型以 配位数作为限制条件, 当感应拉伸应力 σ ,超过拉伸强 度 $\sigma_{\text{max}}(\mathbf{r})$ 时,配位数≤3的颗粒将产生断裂。这个定 义在研究不同应力和应变条件下颗粒材料的断裂演 化时得到了实际应用。杨贵等人[18] 同样以配位数来 区分颗粒的破碎状态,并通过改变密度来实现质量守 恒,模拟结果表明,采用此方法建立的数值模型能够 近似反映粗粒料颗粒的破碎特性。随后 Ebrahim Alaei 等人[19] 对该破碎准则进行了拓展,采用接触力方 向各向异性4,来定义颗粒的约束,并通过诱导拉应力 σ_i 及接触力方向各向异性 A_i 建立了团块的断裂准则, 同时考虑了形状、矿物学性质和内部孔隙度对压碎强 度的影响。在此基础上, Sihong Liu 等[20] 为了实现广 泛分级试样颗粒的破碎仿真,将接触力方向各向异性 $A_{\rm f}$ 作为颗粒约束引入到 Olivier 提出的破碎准则中, 成 功地模拟了颗粒剪切破碎过程,模拟结果表明潜在破 碎颗粒的平均法向接触力在收缩过程中增加,在膨胀 过程中趋于稳定。

J.A.ÅSTRÖM等^[21]提出了两种破碎准则:一是应力判定准则,即当颗粒应力超过设定的阈值时,颗粒会发生破碎;二是力判定准则,即当颗粒最大接触力超过设定的阈值时,颗粒会发生破碎。该破碎准则在后面的研究中被广泛使用,Kevin J. Hanley等人^[22]以最大接触应力作为PRM模型的破碎标准,并引入一个新的参数(接触数比率: CNR = $\frac{C_d}{C_0}$),来分析三轴剪切过程中接触力的波动比各向同性压缩过程中大的现象,结果表明剪切更容易导致颗粒破碎。Pei Wang等人^[23]以 J.A.ÅSTRÖM等人提出的最大接触力为破碎标准,提出了一种新的替代模型: 当颗粒所承受的应力超过其定义强度时发生破碎,粒子沿着包含具有最大接触力的接触点的平面被分离成两个碎片。Delaney等人^[24]对此进行了扩展,实现了非球形颗粒破碎并被非球形后代所取代,使得模拟结果更符合实际情况。

对于子代颗粒的数量以及粒径分布、替换过程中是否服从质量守恒的问题,很多学者做了相关研究。Alan A 等人^[25]使用颗粒替换方案的 Laguerre-Voronoi算法产生碎片,实现了多面体颗粒的替换,成功模拟了三种标准破碎实验中的颗粒破碎(黏结压碎性实验、JK 落锤实验和洛杉矶磨损实验)。对于子代碎片的替换,Wang等人^[23]用两个碎片代替可压碎的颗粒,这两个碎片由 17 个结合的刚性球形元件组成,并通过不同直径球体的组成来减少体积损失。Luís Marcelo Tavares^[26]在广义子代尺寸分布的基础上提出了一种

新的粒子替换方法,能够更准确地描述多种材料在冲击能量范围内的破损响应。

PRM 方法的主要优点是计算经济,与 BPM 方法(每个岩石粒子由成百上千个结合球体构成)相比,用于矿石建模所需的粒子更少。但是,如果更换的碎片体积小于原始粒子的体积,则存在丢失部分质量的风险;同时颗粒之间有人为干涉的风险,因此,在每一次破碎事件中,通过破碎机的颗粒运动轨迹的连续性都可能被打破。

1.3 其他模拟矿石破碎的方法

除了BPM、PRM外,还有基于四面体网格单元(TEM)对粒子建模的方法,该单元具有法向和拉伸方向上的顺应性接触和应力约束。Refahi等人學 使用颗粒流代码PFC3D模拟了非团聚颗粒详细的断裂过程,并研究了岩石的破碎性能。此外,他们将粒子表示为结合的刚性或变形四面体元素的集合,这产生了更加现实的结果,但是相关的计算成本很高。Cheng等等 采用 DEM 与 MBD(Multibody Dynamics)耦合模型来描述惯性圆锥破碎机破碎矿石的过程,这一模型可以直观地描述磨机中矿石的机械运动、装载响应以及与磨机之间的非线性接触。Lichter等學 基于 DEM 开发出一种新的 PBM(Population Balance Modeling),实现了圆锥破碎机的设计参数和矿石特性都非常敏感,具有很高的准确性和可靠性。

2 DEM 在破碎机中的研究现状

针对不同粒度的矿石,已开发出多种类型的破碎机,如用于粗碎的颚式破碎机、用于中碎的冲击式破碎机、反击式破碎机等。不同破碎设备所采用的碎矿方式以及设备本身结构不同,造成了碎矿过程中影响矿物破碎的因素存在差异,因此针对各种破碎设备进行仿真模拟的方式及研究的重点也不同。许多学者利用 DEM 对颚式破碎机、冲击式破碎机、反击式破碎机、圆锥破碎机、辊式破碎机的结构和工作参数进行了数值模拟研究,证明了 DEM 在模拟破碎设备中具有较高的可靠性^[5,30-32]。

2.1 圆锥破碎机

圆锥破碎机常用于矿山的中细碎作业,其工作原理是动锥在主轴的带动下做偏心圆运动,旋转过程中沿周边靠近或离开定锥。当动锥与定锥靠近时,处于两椎体之间的矿石受到挤压、冲击的同时,还会因为动锥的旋转运动而产生摩擦作用,从而实现破碎;而另一侧,动锥离开定圆锥,已破碎的矿石受重力作用,从破碎机底部的排矿口排出。在破碎机中的物料会随着动锥的旋转,继续受到挤压和冲击,直至破碎到

所需的粒度。研究者通常针对圆锥破碎机的衬板磨损、转速、闭边排料口尺寸(CSS)、破碎腔的形状等影响因素进行研究。

Delaney 等人[24,33] 基于 DEM 将非圆形的颗粒引入到矿物模型中,用于了解工业规模圆锥破碎机的破碎行为和操作性能,预测破碎机内颗粒流动轨迹和破碎位置,并利用该模型研究衬板磨损情况:颗粒流动会导致破碎机产生剪切破碎,使得剪切能量吸收率增加,当破碎腔内颗粒在压力下发生流动时,会使衬板磨损增加。Li等人[34]采用颗粒替换模型对圆锥破碎机内矿石的破碎过程进行预测,研究了 CSS 变化对产品尺寸分布的影响,结果表明 CSS 的影响是单调的,较小的 CSS 会使得产品颗粒的尺寸大幅度减小。Quist J等[6] 通过实验测量和 DEM 模拟对圆锥破碎机的 CSS和产品尺寸分布之间的影响关系进行研究,结果同样证明 CSS 对产品粒度分布表现为单调影响:随着 CSS的降低,大颗粒占比下降。

Johansson 等人[35] 利用 DEM 仿真结果, 并结合实验对圆锥破碎机进行了评估, 结果表明在较低转速下, 颗粒有更多的时间流向破碎腔深处, 使颗粒得到有效压缩并破碎; 在较高转速下, 颗粒能够被更频繁地向上挤压, 从而受到更多的压缩, 使产品粒度更细, 但高转速下功耗将升高。然而转速的增加会导致破碎机间隙的膨胀周期变短, 使得矿石颗粒通过破碎腔的时间变长, 导致产率降低[36]。

对于圆锥破碎机破碎腔的形状,潘伟桥等^[57] 结合动锥和定锥的腔型曲线数学方程,利用 MATLAB (Matrix Laboratory)和 EDEM(Engineering Discrete Element Method)软件对破碎腔的几何形状进行了优化研究,结果表明动锥底角的调整对破碎机的产量和产品尺寸分布有显著影响,增加动锥底角的角度,能有效提高破碎机的产量,然而,较大底角的动锥会导致破碎腔中破碎层总数的减少,使物料受到的破碎次数减少。

此外, Cleary P W¹⁶¹ 使用破损表征子代生成的方法, 研究了全尺寸工业圆锥破碎机的机器性能与材料性能变化的相关性, 对子代的产品的细度、产率分析结果表明, 矿石硬度对破碎机的生产效率具有显著影响, 随着矿石硬度的升高, 破碎难度增加, 为了使颗粒缩减到能够通过破碎机的大小所需的破碎时间延长。

综上所述,利用 DEM 对圆锥破碎机进行破碎仿 真模拟,可以方便地分析设备工作参数(偏心轴转数、 CSS)、结构参数(破碎腔衬板形状)对设备产量、产品 粒度、能耗等关键性能指标的影响。但是模拟过程中 矿物破碎所产生的能量去向需要更清晰的描述,这不 仅需要计算接触力和扭矩的影响,还需要考虑其他能 量耗散的形式。

2.2 颚式破碎机

颚式破碎机是进行矿石粗碎的常用设备,工作时,可动颚板在偏心轴的带动下,围绕动颚悬挂轴做周期性往复运动,当可动颚板靠近固定颚板时,与固定颚板之间的角度变大,从而将破碎腔中的物料推向固定颚板,处在两个颚板之间的矿石会因为受到压碎、劈裂和弯曲折断的联合作用而破碎;当可动颚板离开固定颚板时,已破碎的矿石在重力作用下,通过排矿口排出。研究者通常针对破碎机的颚板、破碎腔、偏心轴转速等影响因素进行研究。

减少动颚板的磨损量,是提高颚式破碎机使用寿 命与生产率的有效方法。郭华军等[8] 利用 EDEM 对 铜矿石破碎过程进行模拟,分析了啮角、肘板、肘板 摆角等不同因素变化对颚板磨损量的影响,研究表明 啮角是影响动颚板磨损的主要因素,在一定角度范围 内, 啮角角度的增大, 会导致动颚板的磨损量增加。 陈瑶等人^[3] 构建了基于双峰分布特性的 BPM 矿物模 型,并通过将模拟的功耗曲线与动颚受力图与实验室 破碎测试进行对比,分析结果表明模拟结果与破碎实 验的功耗基本一致。破碎机在作业时,由于瞬态破碎 力和主轴瞬态转速的不断变化, 机器所做的功的大小 也在不断变化。刘钢湘等[40] 基于 BPM 对矿石颗粒建 立模型,通过 DEM 对颚式破碎机破碎腔的破碎行为 进行仿真,研究发现在破碎过程中,颗粒破碎主要发 生在破碎腔底部区,这是由于破碎腔内由上至下,颗 粒群破碎力逐渐增大后减小再增大。

为研究颚式破碎机偏心轴转速和破碎效率之间的关系,吴文震等[II]使用 EDEM 与 RecurDyn (Multibody Dynamics Simulation Software)耦合的方法对颚式破碎机进行了破碎仿真模拟。研究发现,当偏心轴转速在一定范围内时,转速的提高会使得破碎腔内的颗粒更快地受到动颚齿的板挤压并产生破碎,但破碎的总耗能也相应增多;当转速超过某个值时,快速摆动的动颚齿板会不断挤压来不及排除的矿物,导致破碎能耗迅速上升。

综上所述, DEM 可对影响颚式破碎机性能的主要参数提供优化参考,提升设备的性能和生产能力。但对于破碎腔内矿石颗粒的破碎机理仍需进一步研究,包括颗粒与颗粒之间、颗粒与颚板之间发生的何种破碎行为需要清晰的描述。

2.3 冲击式破碎机和反击式破碎机

2.3.1 冲击式破碎机

冲击式破碎机是一种高能低耗的破碎机,其工作 原理是装有叶轮的转子以高速旋转,进入破碎机内部 的矿石,首先会受到叶轮的高速冲击,发生第一次破碎;在叶轮的作用下矿石会获得很高的速度,并被抛 向破碎腔内的冲击板或其他物料上,由此产生第二次破碎;之后,矿石会在破碎腔内受到反复冲击,与转子、板锤、反击板以及其他矿石颗粒相互撞击,产生多次破碎,当矿石粒度小于破碎腔的缝隙时,就会从出料口排出。对于冲击式破碎机,通常针对叶轮的能耗、转速、数量以及旋转方式、给料粒度等影响因素进行研究。

在冲击式破碎机中,叶轮是使颗粒产生破损的关 键部件, 也是磨损最大的位置, 对叶轮展开研究具有 重要意义。Matthew D. Sinnott等写基于 DEM 方法对 多种类型的冲击破碎机进行破碎仿真模拟,分析了破 碎过程中破损颗粒的能量吸收,以及岩石-岩石碰撞、 粉碎机壁和叶片冲击的能谱,发现破碎机在破碎过程 中产生的大量能量会被机壁、转子叶片等部件吸收, 并产生磨损。Ngonidzashe Chimwani 等[42] 使用 PRM 模型研究了叶轮转速对破碎效率的影响规律,发现低 转速下颗粒发生显著破碎所需要的破碎时间较长;高 转速条件下,由于颗粒会多次通过破碎空间,这导致 破碎时间过长,使得破碎效率显著降低。Duan等人[43] 使用 DEM 对立轴冲击式破碎机(VSI)转子内的颗粒 运动进行模拟,并分析了叶轮的平均速度、最大速度、 平均力以及最大作用力随时间的变化情况,结果表明 力与速度之间的波动趋势相似但幅度不同,可通过改 变速度来调整力的大小,从而提高破碎机的破碎效果。 贺占蜀等[44] 采用黏结接触模型对立轴冲击式破碎机 进行破碎仿真模拟,表明转子直径和叶轮转速对颗粒 甩出速度和破碎效率具有正向影响,即随着它们的增 大,颗粒甩出速度和破碎率均会增加。叶轮的数量也 是影响冲击式破碎机破碎效率的重要因素,为此 Murray M. Bwalya 等[45] 采用离散元法来比较双叶轮与 单叶轮的冲击式破碎机在矿石破碎过程中的效率,结 果显示低转速下双叶轮冲击式破碎机的效率较单叶 轮冲击式破碎机有明显提高;进一步探究叶轮转速和 叶轮配置等因素对破碎效率的影响的结果表明,双叶 轮冲击式破碎机的两个叶轮反向旋转时,破碎效率高 于双叶轮同向旋转的冲击式破碎机。

对于给料粒度和给料速度, Ngonidzashe Chimwani 等^[42] 通过对冲击式破碎机进行破碎仿真模拟, 研究了不同粒度矿石对破碎机的破碎速率的影响, 结果表明, 粒度较粗的矿石比颗粒较小的矿石更容易破碎, 这是由于粗粒矿石在碰撞空间中停留的时间更长以及拥有相对较高的缺陷密度。贺占蜀等^[44] 在对冲击破碎机进行破碎仿真中发现: 入料量的增加会导致破碎速率降低, 这可能与过多的颗粒同时进入破碎机导致碰撞不足有关。

2.3.2 反击式破碎机

反击式破碎机也是采用冲击力进行破碎作业。

当矿石进入破碎机内时,会受到高速回旋的锤板的冲击,沿着锤板的切线方向抛向第一级反击板,在到达反击板时受到另一次冲击,使物料进一步破碎,破碎后的物料会反弹到板锤的作用区,再次受到高速板锤的冲击,又以很高的速度抛向第二级反击板,发生破碎,这样的过程会导致矿石在破碎机中受到"连锁"式的碎矿作用,直至物料被破碎到所需要的粒度。研究者通常针对反击式破碎机的给矿速度、转子速度、转子数量、板锤排数、第一级反击板齿角、第二级反击板齿角等影响参数进行研究。

为研究影响破碎效率的因素, Luo 等人 [46] 通过 DEM 模拟了立轴反击式破碎机转子转速、给矿速度 对设备产率的影响。结果表明,转速和给矿速度是决 定设备产率的关键因素。当给矿速度过高,超出某一 临界值时,过剩的颗粒容易导致设备堵塞,从而降低 了破碎机的产率。对转速来说,高转速对颗粒的加速 有很好的作用,但高转速会使颗粒不断绕着高转速转 子旋转,无法及时地从排矿口排出,导致产量降低。 黄鹏鹏等[47] 运用 EDEM 离散元软件对单颗粒的破碎 行为进行仿真,并利用 MATLAB 软件对仿真结果进 行回归分析。结果表明,转速是影响反击式破碎机内 物料黏结键断裂的主要因素;在一定范围内叶轮转速 对破碎效率具有正向影响,然而,与此相反的是,增加 反击板板锤的排列数量却会对物料黏结键断裂的频 率产生负面影响,使得断裂效率呈现下降趋势。汪建 新等[48] 同样以黏结键的断裂数作为衡量矿物破碎效 率的标准,在传统破碎机的基础上对提出的一种新型 反向双转子立轴反击式破碎机进行了破碎模拟,分析 结果表明,新型破碎机具有更高的破碎效率。

综上所述,冲击式破碎机与反击式破碎机均可通过 DEM 模拟,对操作参数变化产生的不同破碎效果进行深入探究,进而实施相应的优化措施。由于破碎行为是由多个因素引起的,所以在后续仿真模拟时需要进一步对各个因素之间的相互作用进行研究。

2.4 辊式破碎机

2.4.1 立式辊磨机

立式辊磨机是一种通过辊与磨盘相互作用来实现矿石破碎的设备。其工作原理是矿石从磨机顶部进入,经中心落料管落入磨盘中央,磨盘旋转产生的离心力会驱动物料向外扩散,经过磨盘上环形槽时受到磨辊碾压而粉碎,粉碎后的矿石在磨盘边缘被高速风流带起,并经过上方安装的选粉机进行分级,使粒度合格的产品排出。为优化立式辊磨机的性能,Liu等简利用 BPM 对三种具有不同尺寸的石灰石建立仿真模型,在立式辊磨机上进行的破碎模拟结果表明,进料粒度对立式辊磨机存在显著影响,在一定范围内,

破碎效率随着元粒子尺寸比的增加而增加;另外给料速度对破碎效率也存在影响,过大进料速度会降低破碎效率,导致产品中粗颗粒占比过大。

2.4.2 高压辊磨机

高压辊磨机(HPGR)通过两个对辊的高压来实现 矿石的破碎。物料经进料装置落到两个作业辊之间, 随着辊子的旋转,对称地对物料料层施加压力,在高 压力的作用下,物料中的颗粒受到压缩发生破碎,粒 间破碎机制使得颗粒碎裂成更小的碎片。对于高压 辊磨机,通常针对转速、工作间隙、功率消耗和辊面 螺柱直径等影响因素进行研究。Zhang等[50] 从破碎机 的转速、工作间隙、功率消耗和粒度分布等因素出发, 结合多物理场模型,对高压辊磨机破碎矿石的过程进 行模拟。结果表明随着辊速的升高,产量与能耗都会 上升,但工作间距、产品的尺寸及其强度基本保持不 变。另外,较高的辊速会显著增加动辊的压力,导致 辊面出现更严重的磨损。Yu Nagata 等[5] 为了研究螺 柱直径对高压辊磨机承载力的影响,采用离散元法对 三种不同螺柱直径的高压辊磨机进行仿真,结果表明: 随着螺柱直径的减小,工作辊间隙增大,但螺柱直径 的改变对于产量和功率影响很小。

2.4.3 双齿辊破碎机

双齿辊破碎机是利用两个耐磨破碎齿辊相对旋转产生的高挤压力来破碎物料。其工作原理是矿石从上端落入两个齿辊之间,两个辊子相对旋转,矿石被齿辊表面的齿纹夹紧,随着辊子的转动,在挤轧、剪切和啮磨的作用下,使矿石发生破碎。研究者通常针对破碎机的齿辊转数、齿辊形状,入料粒度以及入料硬度等影响因素进行研究。

Li 等[52] 基于 DEM 研究了转速对设备破碎性能的 影响,结果表明,当辊速较高时,夹持条件会得到改善, 促使颗粒产生更多的裂纹,导致产品中的细粒增加, 但辊速超过临界转速后,对于颗粒破碎的影响变化不 大。张瑞新等[5]进一步考虑了齿轮转速对产品粒度 造成的影响, 研究表明低齿辊转速下经破碎机破碎后, 产品粒度分布较为均匀,但高齿辊转速会使物料夹持 时间减少,造成强制排出大块物料,导致产品粒度分 布不均。另外, 尹新伟等[4] 发现随着齿辊转速增大, 单排破碎齿的受力会呈现出先增大后减小的趋势。 Sun 等[55] 结合辊距、转速和转角等因素,利用 Solidworks 软件、EDEM对双齿辊破碎机中矿石的破碎过程进行 仿真,结果表明辊距是影响黏结断裂率和平均合力的 主要因素,因此优化辊距可以显著提高破碎效果。Li 等的对三种不同齿辊结构的双齿辊破碎机的破碎过 程进行了仿真,结果表明螺旋齿辊的破碎性能高于交 错齿辊和平行齿辊,与其他两种结构相比,螺旋齿辊 的细、中尺寸产品较多,大尺寸产品较少。

尹新伟等^[5] 将接触模型转化为振动运动模型后,对颗粒接触模型、颗粒接触搜索算法和迭代时间步长算法进行了改进,并通过颗粒替换的方法,对双齿辊式破碎机破碎矿石的过程进行仿真模拟,结果表明,进料粒度的增大会导致单排破碎齿受力逐渐增大。为研究矿物硬度对破碎机破碎性能的影响,张瑞新等^[5] 通过建立 BPM 模型,运用 EDEM 研究了矿物硬度对双齿辊破碎机破碎效率的影响,结果展示矿物的硬度越大,破碎等量物料的耗时越长,Bonding 键断裂数目越少。

此外,毕秋实等^[50]提出了一种基于离散元法与有限元法(Finite Element Method, FEM)耦合计算辊齿强度的分析方法,首先使用颗粒黏结模型和颗粒替换模型对双齿辊破碎机中矿石的破碎过程进行离散元模拟,之后将分析获得的辊齿受力对应加载到有限元模型上,得到辊齿的具体受力数值,此方法通过施加分布载荷,提高了辊齿强度计算的真实性和准确性。另外,Lu等^[57]编制了一种计算锥齿轮齿面接触强度和齿根弯曲疲劳强度的程序。该程序基于遗传算法,以齿轮可靠性为约束条件,通过与离散元法相结合,在对以大型双齿辊破碎机的破碎模拟实验中,得到了符合实际工况的优化结果,证明该程序具有很高的可靠性。

综上所述,离散元方法(DEM)可以通过仿真模拟,考察转速、工作间隙、能耗以及齿辊构造等因素对辊式破碎机性能所产生的影响。辊式破碎机的破碎行为涉及到接触力、摩擦、形变等复杂问题,此外,由于破碎过程涉及颗粒的大幅度变形及断裂现象,这进一步提升了仿真计算的复杂度。

3 结语

DEM已成为研究矿物破碎机理、为碎矿设备提供设计、优化和理论指导的重要工具。从简单的球形粒子模型到复杂的多边形颗粒模型,从单一的 DEM模型到 DEM 与其他技术的耦合,破碎模型的不断发展,使得模拟结果越来越符合实际,大量的模拟研究都验证了 DEM 在破碎模拟和设备参数优化的可靠性。

但是, DEM 本身存在以下缺陷: (1) DEM 模拟需要大量的计算资源, 因为从计算开始就涉及大量离散体运动, 离散体之间复杂的相互作用以及对应物理方程的计算, 会导致模拟消耗的时间过长; (2) 仿真模型中颗粒的摩擦、弹性、黏结特性等参数的选择对结果影响较大, 而这些参数难以通过实验数据精确测量或估计; (3) 离散元法只能对破碎机的性能进行定性或者半定量分析, 若需要对预测结果进行更精确的分析则要借助其他的软件(CFD、FEM等); (4) DEM 模拟的破碎程度受尺度限制, 无法处理非常小的颗粒。

针对这些缺陷,可从以下方面进行改进:

- (1)对已有的算法(模型颗粒的接触检测、颗粒运动方程、边界条件和约束力更新等)进行优化,减少计算负荷;加强对实验室破碎实验数据结果的检测(应力应变曲线、断裂强度以及矿石破碎后的碎片尺寸分布等),并对物理实验数据进行校准,以调整 DEM 模型中的参数。
- (2)对颗粒仿真模型进行改进,增加子代碎片的尺寸种类,确保模拟结果与实验观测数据更加吻合;采用更多复杂的粒子形状模型,增强模型的非均质性和各向异性;发展复杂的材料模型,真实地模拟矿石破碎过程中裂纹的萌生、扩展直至最终的断裂过程。
- (3)通过与其他软件耦合,实现在热学、流体动力 学等物理场环境下对矿石破碎过程的模拟,并探究如 温度、湿度等外部因素对破碎过程的影响。

选矿方面,利用 DEM 优化传统破碎设备,开发高效率、低能耗、大型化的设备,已成为破碎设备发展的研究重点。

参考文献:

- [1] 肖庆飞, 康怀斌, 肖珲, 等. 碎磨技术的研究进展及其应用[J]. 铜业工程, 2016(1): 15-27.
 - XIAO Q F, KANG H B, XIAO H, et al. Research progress and application of grinding technology[J]. Copper Engineering, 2016(1): 15–27
- [2] LIU G Y, XU W J, GOVENDER N, et al. A cohesive fracture model for discrete element method based on polyhedral blocks[J]. Powder Technology, 2020, 359: 190–204.
- [3] NAKATA A F L, HYDE M, HYODO H, et al. A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test[J]. Géotechnique, 1999, 49(5): 567-583.
- [4] WEERASEKARA N S, POWELL M S, CLEARY P W, et al. The contribution of DEM to the science of comminution[J]. Powder Technology, 2013, 248: 3–24.
- [5] SINNOTT M D, CLEARY P W. Simulation of particle flows and breakage in crushers using DEM: Part 2 impact crushers[J]. Minerals Engineering, 2015, 74: 163–177.
- [6] QUIST J, EVERTSSON C M. Cone crusher modelling and simulation using DEM[J]. Minerals Engineering, 2016, 85: 92–105.
- [7] POTYONDY D O, CUNDALL P A. A bonded-particle model for rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004. 41(8): 1329–1364.
- [8] ZHAO Z. Gouge particle evolution in a rock fracture undergoing shear: a microscopic DEM study[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2013, 46(6): 1461-1479.
- [9] KD Kafui, C Thornton. Numerical simulations of impact breakage of a spherical crystalline agglomerate[EB/OL]. [2023-08-02].DOI: 10.1016/S0032-5910(99)00231-4.
- [10] KAZERANI T, ZHAO J. Micromechanical parameters in bonded particle method for modelling of brittle material failure[J].

 International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2010, 34(18): 1877–1895.
- [11] LI X F, LI H B, ZHAO J. 3D polycrystalline discrete element method (3PDEM) for simulation of crack initiation and propagation in granular rock[J]. Computers and Geotechnics, 2017, 90: 96–112.

- [12] CHO N, MARTIN C D, SEGO D C. A clumped particle model for rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2007. 44(7): 997–1010.
- [13] TSOUNGUI O, VALLET D, CHARMET J C. Numerical model of crushing of grains inside two-dimensional granular materials[J]. Powder Technology, 1999, 105(1/2/3): 190–198.
- [14] LOBO-GUERRERO S, VALLEJO L E. Discrete element method analysis of railtrack ballast degradation during cyclic loading [J]. Granular Matter, 2006, 8(3/4): 195-204.
- [15] LOBO-GUERRERO S, VALLEJO L E. Crushing a weak granular material: experimental numerical analyses [J]. Géotechnique, 2005, 55(3): 245–249.
- [16] LOBO-GUERRERO S, VALLEJO L E. DEM analysis of crushing around driven piles in granular materials [J]. Géotechnique, 2005, 55(8): 617-623.
- [17] LOBO-GUERRERO S, VALLEJO L E, VESGA L F. Visualization of crushing evolution in granular materials under compression using DEM[J]. International Journal of Geomechanics, 2006, 6(3): 195–200.
- [18] 杨贵, 许建宝, 刘昆林. 粗粒料颗粒破碎数值模拟研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(11): 3301-3306.

 YANG G, XU J B, LIU K L. Numerical simulation of particle breakage of coarse particles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(11): 3301-3306.
- [19] ALAEI E, MAHBOUBI A. A discrete model for simulating shear strength and deformation behaviour of rockfill material, considering the particle breakage phenomenon[J]. Granular Matter, 2012, 14(6): 707-717.
- [20] LIU S, WANG Y, SHEN C. DEM analysis of granular crushing during simple shearing [J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2018, 36(5): 522–531.
- [21] åSTRöM J A, HERRMANN H J. Fragmentation of grains in a two-dimensional packing[J]. The European Physical Journal B, 1998, 5(3): 551-554.
- [22] HANLEY K J, O'SULLIVAN C, HUANG X. Particle—scale mechanics of sand crushing in compression and shearing using DEM[J]. Soils and Foundations, 2015, 55(5): 1100–1112.
- [23] WANG P, KARATZA Z, ARSON C. DEM modelling of sequential fragmentation of zeolite granules under oedometric compression based on XCT observations [J]. Powder Technology, 2019, 347: 66–75.
- [24] DELANEY G W, CLEARY P W, SINNOTT M D, et al. Novel application of DEM to modelling comminution processes[J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2010, 10: 012099
- [25] DE ARRUDA TINO A A, TAVARES L M. Simulating breakage tests using the discrete element method with polyhedral particles [J]. Computational Particle Mechanics, 2022, 9(4): 811-823.
- [26] TAVARES L M, DAS CHAGAS A S. A stochastic particle replacement strategy for simulating breakage in DEM[J]. Powder Technology, 2021, 377: 222–232.
- [27] REFAHI A, REZAI B, AGHAZADEH MOHANDESI J. Use of rock mechanical properties to predict the Bond crushing index[J]. Minerals Engineering, 2007, 20(7): 662–669.
- [28] CHENG J, REN T, ZHANG Z, et al. A dynamic model of inertia cone crusher using the discrete element method and multi-body dynamics coupling[J]. Minerals, 2020, 10(10): 862.
- [29] LICHTER J, LIM K, POTAPOV A, et al. New developments in cone crusher performance optimization[J]. Minerals Engineering, 2009, 22(7/8): 613–617.

- [30] BELOGLAZOV I. Automation experimental studies of grinding process in jaw crusher using DEM simulation[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2018, 1118: 012007.
- [31] CLEARY P W, SINNOTT M D. Simulation of particle flows and breakage in crushers using DEM: Part 1-compression crushers [J]. Minerals Engineering, 2015, 74: 178-197.
- [32] DELANEY G W, CLEARY P W. The packing properties of superellipsoids [J]. EPL (Europhysics Letters), 2010, 89(3): 34002.
- [33] DELANEY G W, MORRISON R D, SINNOTT M D, et al. DEM modelling of non–spherical particle breakage and flow in an industrial scale cone crusher [J]. Minerals Engineering, 2015, 74: 112–122.
- [34] LI H, MCDOWELL G, LOWNDES I. Discrete element modelling of a rock cone crusher [J]. Powder Technology, 2014, 263: 151–158.
- [35] JOHANSSON M, QUIST J, EVERTSSON M, et al. Cone crusher performance evaluation using DEM simulations and laboratory experiments for model validation [J]. Minerals Engineering, 2017, 103-104: 93-101
- [36] CLEARY P W, SINNOTT M D, MORRISON R D, et al. Analysis of cone crusher performance with changes in material properties and operating conditions using DEM[J]. Minerals Engineering, 2017, 100: 49-70.
- [37] 潘伟桥, 马立峰, 吴凤彪, 等. 圆锥破碎机破能的分析与腔型优化 [J]. 机械设计与制造, 2022(6): 48-53. PAN W Q, MA L F, WU F B, et al. Analysis of breaking energy and cavity profile optimization of cone crusher[J]. Machinery Design & Manufacture, 2022(6): 48-53.
- [38] 郭华军, 戴搭银. 基于离散元法的颚式破碎机动颚板磨损分析与研究[J]. 矿业研究与开发, 2020, 40(7): 130-134.
 GUO H J, DAI T Y. Wear analysis and research of jaw plate based on discrete element method[J]. Mining Research and Development, 2020, 40(7): 130-134.
- [39] 陈瑶,秦志钰,容幸福.基于EDEM的颚式破碎机内物料破碎行为研究[J]. 机械设计与制造, 2017(2): 46-49.

 CHEN Y, QIN Z Y, RONG X X. Research on crushing behavior of material in jaw crusher based on EDEM[J]. Machinery Design & Manufacture, 2017(2): 46-49.
- [40] 刘钢湘, 姜志宏, 彭杰. 基于多尺度内聚颗粒模型的颚式破碎机 破碎过程研究[J]. 冶金管理, 2021(3): 70-71+75. LIU G X, JIANG Z H, PENG J. Research on crushing process of jaw crusher based on multi-scale cohesive particle model[J]. Metallurgical Management, 2021(3): 70-71+75.
- [41] 吴文震, 冯雁明, 丁智勇, 等. 基于RecurDyn和EDEM的颚式破碎机的破碎耦合仿真 [J]. 建筑机械, 2022(11): 91–94+97. WU W Z, FENG Y M, DING Z Y, et al. Crushing coupling simulation of jaw crusher based on recurdyn and EDEM[J]. Construction Machinery, 2022(11): 91–94+97.
- [42] CHIMWANI N, BWALYA M M. Milling studies in an impact crusher I: kinetics modelling based on population balance modelling [J]. Minerals, 2021, 11(5): 470.
- [43] DUAN D R, WANG S, ZHAO F, et al. Analysis of particle motion in vertical shaft impact crusher rotor[J]. Advanced Materials Research, 2011, 199-200: 54-57.
- [44] 贺占蜀, 余金龙, 陈江义, 等. 基于离散元法的立轴冲击式破碎机的破碎仿真[J]. 郑州大学学报(工学版), 2021, 42(6): 55-60. HE Z S, YU J L, CHEN J Y, et al. Simulation of vertical shaft impact

- crusher based on discrete element method[J]. Journal of Zhengzhou University (Engineering and Technology Edition), 2021, 42(6): 55–60.
- [45] BWALYA M M, CHIMWANI N. Numerical simulation of a single and double-rotor impact crusher using discrete element method[J]. Minerals, 2022, 12(2): 143.
- [46] LUO M, YANG J H, FANG H Y. An investigation on sand production of vertical shaft impact crusher using EDEM[J]. Advanced Materials Research, 2014, 1004/1005: 1226–1230.
- [47] 黄鹏鹏, 胡名亮, 李成. 基于EDEM的反击式破碎机破碎效率仿真分析[J]. 机械设计与制造, 2016(12): 64-68.

 HUANG P P, HU M L, LI C. Simulation analysis of crushing efficiency of impact crusher based on EDEM[J]. Machinery Design & Manufacture, 2016(12): 64-68.
- [48] 汪建新, 杜志强. 立轴破碎机的改进与仿真分析[J]. 矿业研究与开发, 2019, 39(12): 144-148.

 WANG J X, DU Z Q. Improvement and simulation analysis of vertical shaft crusher[J]. Mining Research and Development, 2019, 39(12): 144-148
- [49] LIU C, CHEN Z, ZHANG W, et al. Analysis of vertical roller mill performance with changes in material properties and operating conditions using DEM[J]. Minerals Engineering, 2022, 182: 107573.
- [50] ZHANG C, ZOU Y, GOU D, et al. Experimental and numerical investigation of particle size and particle strength reduction in high pressure grinding rolls [J]. Powder Technology, 2022, 410: 117892.
- [51] NAGATA Y, TSUNAZAWA Y, TSUKADA K, et al. Effect of the roll stud diameter on the capacity of a high–pressure grinding roll using the discrete element method [J]. Minerals Engineering, 2020, 154: 106412.
- [52] LI Y W, ZHAO L L, HU E Y, et al. Laboratory-scale validation of a DEM model of a toothed double-roll crusher and numerical studies [J]. Powder Technology, 2019, 356: 60-72.
- [53] 张瑞新, 刘煜, 郑群飞, 等. 基于EDEM的双齿辊破碎机破碎效率 影响因素仿真分析[J]. 金属矿山, 2018(2): 154-159. ZHANG R X, LIU Y, ZHENG Q F, et al. Simulation analysis of influencing factors of crushing efficiency of double-tooth roll crusher based on EDEM[J]. Metal Mine, 2018(2): 154-159.
- [54] 尹新伟, 胡月龙, 杨学鹏, 等. 双齿辊破碎机的破碎力离散元模拟研究[J]. 煤炭科学技术, 2020, 48(6): 154-161.

 YIN X W, HU Y L, YANG X P, et al. Research on discrete element simulation of crushing force of double-toothed roll crusher[J]. Coal Science and Technology, 2020, 48(6): 154-161.
- [55] SUN K, MA R, LI G, et al. The influence of the structure of double toothed roller crusher on the crushing effect based on EDEM[J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, 423: 012152.
- [56] 毕秋实, 王国强, 黄婷婷, 等. 基于DEM-FEM耦合的双齿辊破碎机辊齿强度分析[J]. 吉林大学学报(工学版), 2018, 48(6): 1770-1776.

 BI Q S, WANG G Q, HUANG T T, et al. Strength analysis of double-tooth roll crusher based on DEM and FEM coupling[J].

 Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2018,
- [57] LU Y, MA R, LI G, et al. Reliability optimization design of bevel gear drive system based on large-scale double-toothed roll crusher[J]. IOP Conference Series:Materials Science and Engineering, 2018, 423: 012157.

48(6): 1770-1776.

Application Research Status of Discrete Element Method in Ore Crushing

XIE Cunli¹, TIAN Xiaosong^{1,2}, WANG Feiwang¹, LIANG Zeyue², YANG Bin², DAI Huixin¹

- 1. School of land and Resource Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, Yunnan, China;
- 2. Yunnan Diqing Non-ferrous Metal Co. , Ltd. , Diqing 674400, Yunnan, China

Abstract: Discrete Element Method (DEM) is a numerical method of discontinuous media mechanics, which has been widely used in the study of mineral processing and crushing process, and is used to analyze and solve the motion law, collision and crushing characteristics of particles in the discrete system. It provides an important theoretical research method for studying the crushing mechanism of minerals and optimizing the working parameters and mechanical structure of crushing equipment. This paper introduces two kinds of simulation models for simulating mineral particle breakage in discrete element numerical simulation technology: Bonded Particle Model (BPM) and Particle Replacement Model (PRM), and the basic principle, model defects, optimization progress and application of the two models are summarized. The research progress of cone crusher, jaw crusher, impact crusher and impact crusher under the influence of different mineral properties, structures and working parameters is reviewed. The advantages and limitations of DEM in ore crushing are discussed, and the development direction of mineral crushing research based on DEM is put forward.

Keywords: DEM; bonded particle model; particle replacement model; crushing equipment; crushing characteristic

引用格式:谢存黎,田小松,王飞旺,梁泽跃,杨斌,戴惠新. 离散元法在矿石破碎中的应用研究进展[J]. 矿产保护与利用,2024,44(1): 126-134.

XIE Cunli, TIAN Xiaosong, WANG Feiwang, LIANG Zeyue, YANG Bin, DAI Huixin. Application research status of discrete element method in ore crushing [J]. Conservation and Utilization of Mineral Resources, 2024, 44(1): 126–134.

投稿网址: http://kcbhyly.xml-journal.net E-mail: kcbh@chinajoumal.net.cn