

基于复变函数不同规格矩形巷道围岩应力分布规律解析

赵文环¹, 龙赣², 李进华¹

1. 云南锡业股份有限公司大屯锡矿, 云南 个旧 661000;

2. 昆明理工大学 国土资源工程学院, 云南 昆明 650093

中图分类号: TD263 文献标识码: A 文章编号: 1001-0076(2024)04-0111-13

DOI: 10.13779/j.cnki.issn1001-0076.2024.04.013

摘要 鉴于矩形巷道应用的广泛性, 为深入剖析矩形巷道尺寸、侧压力系数等因素变化对巷道围岩应力的影响程度及规律, 将矩形巷道围岩应力求解视为弹性力学孔口问题, 采用复变函数理论与 Schwartz-Chistoffel 映射函数, 结合保角变换进行分析得到 ζ 复平面单位圆 ζ 的解析函数 $\varphi_0(\zeta)$ 、 $\psi_0(\zeta)$, 再进行 Laurent 级数展开后, 求得复势函数 $\varphi(\zeta)$ 、 $\psi(\zeta)$ 。经过进一步推导最终确定矩形巷道围岩环向应力解析解, 在此基础上通过环向应力的极坐标表达, 深入剖析了矩形巷道尺寸与侧压力系数变化下矩形巷道周边围岩应力变化规律以及影响程度。结果表明: 取映射函数前三项计算, 映射巷道断面已逼近于理论断面, 可保证精度要求; 随着巷道宽高比增大, 以宽高比等于 1 为分界点, 巷道围岩周边应力峰值先增大后减小; 巷道帮部围岩应力随宽高比的增大逐渐减小, 巷道顶底板围岩应力随宽高比的增大逐渐增大; 侧压力系数越大, 侧帮围岩应力峰值越大, 顶底板应力峰值越小; 侧帮围岩应力随侧压力的增大而增大, 两者呈正相关, 顶底板应力随侧压力增大而减小, 两者呈负相关。

关键词 矩形巷道; 复变函数理论; 映射函数; 保角变换; 应力分布规律

引言

在我国地下矿开采建设中, 根据断面形状巷道主要可分为圆形巷道、梯型巷道、拱型巷道、矩形巷道以及六边形巷道等, 基于受力状态、安全性、稳定性等方面的考虑, 使用圆形巷道最佳, 其次为拱型、六边形、梯型、矩形。但在实际施工过程中, 考虑到成巷速度与工艺的复杂程度, 矩形巷道相较于其他类型巷道, 应用更为广泛^[1-7], 因此矩形巷道围岩稳定性研究对于矿山安全生产建设具有重要意义, 首当其冲地必须对矩形巷道围岩应力状态分布有科学、合理的认知。各类不同断面的巷道围岩应力分析中, 圆形巷道应力分析较为成熟, 但由于巷道断面轮廓之间的极大差异, 若将圆形巷道围岩应力分析方法应用于矩形巷道, 得出结论不具备理论价值。因此, 有必要针对矩形巷道应力状态开展合理科学的分析。

对于各类不同断面巷道的围岩应力分布研究, 常用的方法有现场观测^[8]、数值模拟分析^[9]、室内实验^[10]等, 但以上方法虽能直观反映出巷道实时应力状态与

变形情况, 但无法得出各参数(埋深、巷道尺寸、侧压力系数、岩性)对围岩应力的影响程度与规律。在岩土工程中, 对于巷道断面应力分布解析, 通常将其作为弹性力学平面问题中的孔口问题来进行解答, 刘金高等^[11]通过保角映射变换, 基于复变函数解法, 得出均匀应力场下梯形断面应力分布情况。EXADAKTYLOSG 等^[12]通过复变函数理论结合共型映射的计算方式, 假定隧道掘进岩体为均质、各向同性、线弹性的岩土材料, 对围岩应力分布情况进行了研究, 提出了隧道周围应力和位移的平面应变封闭解。皇甫鹏鹏等^[13]基于高效保角变换, 解决了单个复杂巷道断面围岩应力场研究。BATISTA 等^[14]利用 Schwartz-Chistoffel 映射函数结合改进的 Muskhelishvili 复变量法对复杂几何多边形孔洞周围的应力分布进行了算例说明。朱大勇等^[15]利用超长项级数形式映射函数, 得到复杂断面形式围岩应力解析解。祝江鸿^[16]、施高萍^[17]等利用留数理论结合复变函数理论, 获得任意开挖断面围岩应力解析通式。

现有研究大部分仅单一地对巷道周边围岩应力

收稿日期: 2023-04-24

作者简介: 赵文环(1980—), 男, 云南个旧人, 采矿工程师, 主要从事采矿技术管理, E-mail: 17708851492@163.com。

通信作者: 李进华(1985—), 男, 云南大理人, 采矿高级工程师, 主要从事采矿技术管理, E-mail: 925312105@qq.com。

进行解析,并未深入考虑巷道断面尺寸、侧压力系数等不同情况下巷道断面孔口应力分布状态,以及不同因素变化下孔口应力各区域反应程度。鉴于此,本文以矩形巷道为例,针对矩形巷道特点,基于弹性力学复变函数理论,运用 Schwarz-Christoffel 公式,得出 Z 平面矩形单孔口至 ζ 复平面映射函数,取映射函数前三项计算得出 ζ 平面中心单位圆内 ζ 的解析函数 $\varphi_0(\zeta)$ 、 $\psi_0(\zeta)$,再将解析函数 $\varphi_0(\zeta)$ 、 $\psi_0(\zeta)$ 在其奇点附近进行 Laurent 级数展开后结合映射函数求出了复势函数 $\varphi(\zeta)$ 、 $\psi(\zeta)$,并进一步推导最终获得矩形巷道围岩环向应力解析解。在此基础上,深入剖析了矩形巷道断面尺寸与侧压力系数变化下矩形巷道应力变化规律以及反应程度,并给出相应施工、支护建议。

1 基于复变函数矩形巷道围岩应力分析

1.1 复变函数理论基本表达

依据平面弹性力学理论与复变函数相关解答可知,对于矩形巷道的力学分析,可将其视为无线长弹性单孔口平面问题,借助复变函数理论相关表征,假设巷道埋深 H 、上覆围岩容重 γ 、巷道侧压力系数 λ 、巷道高为 $2b$ 、巷道宽为 $2a$,以矩形巷道中心为原点,计算模型如图 1 所示。

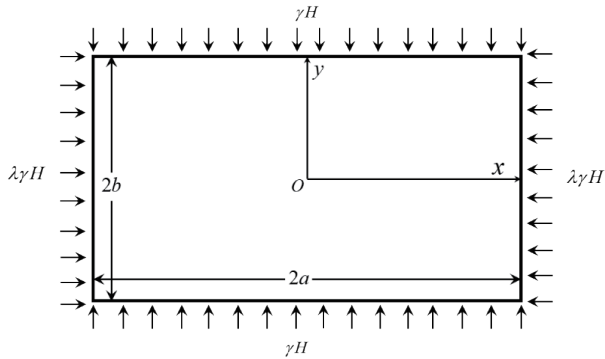


图 1 矩形巷道应力分析力学模型

Fig. 1 Mechanical model for stress analysis of rectangular tunnels

为简化矩形巷道应力求解,通过保角变化 $Z=\omega(\zeta)$,将矩形求解区域映射到单位圆上,根据平面问题的复变函数表达可知,矩形巷道围岩位移、应力取决于应力解析函数 $\varphi(\zeta)$ 、 $\psi(\zeta)$ 。 x 、 y 轴上应力分量可表示为^[14]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= 4\text{Re}[\varphi_1(\zeta)] \\ \sigma_x - \sigma_y + 2i\tau_{xy} &= \frac{2}{\omega'(\zeta)} \left[\overline{\omega(\zeta)}\varphi_1'(\zeta) + \omega'(\zeta)\psi_1(\zeta) \right] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

位移矢量分量的复变函数表达为:

$$2G(u + iv) = \frac{3-\mu}{1+\mu}\varphi(\zeta) - \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)}\overline{\varphi'(\zeta)} - \overline{\psi(\zeta)} \quad (2)$$

假设位移矢量在 z 平面 ρ 轴与 θ 轴上的投影分别

为 u_ρ 、 u_θ 。式 (1)、(2) 可改写为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta + \sigma_\rho &= 2[\phi(\zeta) + \overline{\phi(\zeta)}] = 4\text{Re}\phi(\zeta) \\ \sigma_\theta - \sigma_\rho + 2i\tau_{\rho\theta} &= \frac{2\zeta^2}{\rho^2\omega'(\zeta)} \left[\overline{\omega(\zeta)}\phi'(\zeta) + \omega'(\zeta)\psi(\zeta) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$2G(u_\theta + iu_\rho) = \frac{\xi}{\rho} \frac{\overline{\omega'(\zeta)}}{|\omega'(\zeta)|} \left[\frac{3-\mu}{1+\mu}\varphi(\zeta) - \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)}\overline{\varphi'(\zeta)} - \overline{\psi(\zeta)} \right] \quad (4)$$

式中, $\varphi(\zeta)$ 、 $\psi(\zeta)$ 、 $\phi(\zeta)$ 为关于复变量 ζ 的复势解析函数,表达式为:

$$\left. \begin{aligned} \phi(\zeta) &= \frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \\ \psi(\zeta) &= \frac{\psi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

对于复势函数的具体求解,由弹性力学中的复变理论可得:

$$\varphi(\zeta) = \frac{1+u}{8\pi} (A + iB)\ln\zeta + C\omega(\zeta) + \varphi_0(\zeta) \quad (6)$$

$$\psi(\zeta) = \frac{u-3}{8\pi} (A - iB)\ln\zeta + (C' + iD')\omega(\zeta) + \varphi_0(\zeta) \quad (7)$$

式中, A 、 B 分别为矩形巷道 x 、 y 边界上的分布面力合力, C 、 C' 、 D' 由巷道远场应力决定,表达式为:

$$C = \frac{1}{4}(\sigma_x^\infty + \sigma_y^\infty) \quad (8)$$

$$C' + iD' = \frac{1}{2}[(\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty) + 2i\tau_{xy}^\infty] \quad (9)$$

式中, σ_x^∞ 、 σ_y^∞ 、 τ_{xy}^∞ 为矩形巷道远场应力。

根据复变函数理论,矩形巷道边界条件为:

$$i \int (A_v + iB_v)ds = \varphi(\sigma) + \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)}\overline{\varphi'(\sigma)} - \frac{\overline{\varphi'(\sigma)}}{\omega'(\sigma)} \quad (10)$$

式中, A_v 、 B_v 分别为矩形巷道 x 、 y 边界上的分布面力, σ 为 ζ 平面上复变量 ζ 位于矩形平面孔口边界时的值。

1.2 矩形孔口围岩应力弹性解答

通过保角变换建立 Z 平面矩形至 ζ 平面单位圆映射,如图 2 所示,在 ζ 平面上任意一点位置可通过表达式 (11) 表示。

$$\zeta = \rho(\cos\theta + i\sin\theta) = \rho e^{i\theta} \quad (11)$$

式中, ρ 与 θ 为 ζ 平面 ζ 点的极坐标,不表示 z 点的极坐标。

由 Schwarz-Christoffel 公式给出的映射方法,映射函数的一般形式可表示为:

$$\omega = K \int \left[(z-x_1)^{\frac{\alpha_1}{\pi}-1} (z-x_2)^{\frac{\alpha_2}{\pi}-1} (z-x_3)^{\frac{\alpha_3}{\pi}-1} \cdots (z-x_k)^{\frac{\alpha_k}{\pi}-1} \cdots (z-x_n)^{\frac{\alpha_n}{\pi}-1} \right] dz + c \quad (12)$$

式中, x_1 、 x_2 、 $\cdots$ 、 x_n 、 x_k 表示平面矩形单孔口映射到单位圆上任意一点映射位置, α_1 、 α_2 、 $\cdots$ 、 α_n 、 α_k 表示平面矩形单孔口映射到单位圆上任意一点映射角。寻求

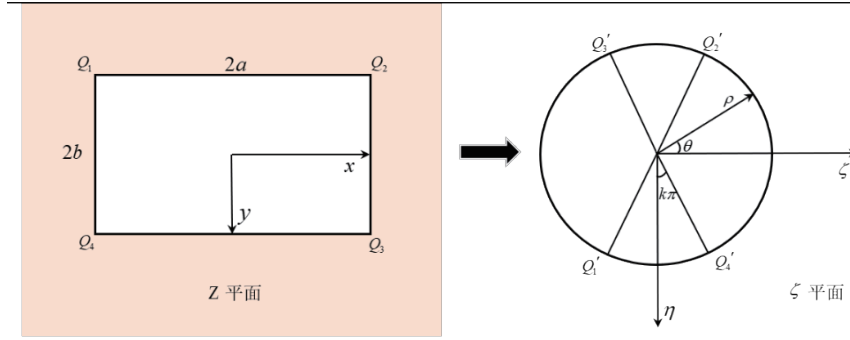


图2 Z平面矩形至ζ复平面内单位圆映射

Fig. 2 Z-plane rectangle to ζ map of unit circle in complex plane

合适的 x 、 α 数值,即可确定映射函数。

依据复变函数理论,Z平面矩形外边界弹性体映射至ζ复平面内单位圆映射过程, n 值可取4,参数 k 取0,依据 n 、 k 参数的确定,代入式(11)后计算可得 Q'_1 、 Q'_2 、 Q'_3 、 Q'_4 四个映射点的复变表示如式(13):

$$\left. \begin{aligned} Q'_1 &= ie^{-ik\pi} \\ Q'_2 &= ie^{-ik\pi} \\ Q'_3 &= ie^{ik\pi} \\ Q'_4 &= ie^{-ik\pi} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中, k 与矩形巷道宽高比 a/b 有关。

映射角位置为:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \frac{3\pi}{2} \quad (14)$$

代入式(12)中并另设一被积函数 $f(t)$ 可得:

$$f(t) = (t^4 + 2\cos 2k\pi t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

将被积函数 $f(t)$ 在其零点的邻域内展开,再设一变量 $T=1/t$,代入式(15)后进行积分可得映射函数新表达式:

$$Z = \omega(\zeta) = R \left[\frac{1}{\zeta} + m_1 + m_2\zeta + \frac{1}{2}m_3\zeta^2 \cdots + \frac{1}{n-1}m_n\zeta^{n-1} \right] \quad (16)$$

式(16)中, R 为常复数,与矩形巷道尺寸相关, m_n 与被积函数 $f(t)$ 可由式(17)确定:

$$\left. \begin{aligned} m_n &= \frac{1}{n!} f^{(n)}(t) \Big|_{t=0} \\ f(t) &= (t^4 + 2\cos 2k\pi t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} \\ f^{(1)}(t) &= 2(t^4 + 2\cos 2k\pi t^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} (t^3 + \cos 2k\pi t) \\ f^{(2)}(t) &= 2(t^4 + 2\cos 2k\pi t^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} (3t^2 + \cos 2k\pi) \\ &\quad - 4(t^3 + \cos 2k\pi t)^2 (t^4 + 2\cos 2k\pi t^2 + 1)^{-\frac{3}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

将 m_n 表达式下限 $t=0$ 代入式(16)结合式(17)式可得:

$$Z = \omega(\zeta) = R \left[\frac{1}{\zeta} + m_1\zeta + m_3\zeta^3 + \cdots + m_{2n-1}\zeta^{2n-1} \right] = R \left[\frac{1}{\zeta} + \sum_{e=1}^{2n-1} m_e \zeta^e \right] \quad (18)$$

式(18)中, n 为正整数、 m_n 通常为复数、 R 为实数与巷道尺寸相关, m_1 、 m_2 、 m_3 、 m_4 取值由式(19)计算:

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= \cos 2k\pi \\ m_3 &= -\frac{1}{6} \sin^2 2k\pi \\ m_5 &= -\frac{1}{10} \sin^2 2k\pi \cos 2k\pi \\ m_7 &= \frac{1}{448} (5 \cos 8k\pi - 4 \cos 4k\pi - 1) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

根据复变函数理论以及图2中ζ平面单位圆边界位置, ρ 为1,此时:

$$\zeta = \cos \theta + i \sin \theta = e^{i\theta} \quad (20)$$

为简化运算,先取映射函数前三项进行计算,此时Z平面矩形上存在:

$$x + yi = R \left(\frac{1}{e^{i\theta}} + m_1 e^{i\theta} + m_3 e^{3i\theta} \right) \quad (21)$$

将式(20)与式(21)代入式(18)后可得 x 、 y 计算式为:

$$\left. \begin{aligned} x &= R \left[\left(m_1 + \frac{1}{\rho} \right) \cos \theta + m_3 \rho^3 \cos 3\theta \right] \\ y &= R \left[\left(m_1 - \frac{1}{\rho} \right) \sin \theta + m_3 \rho^3 \sin 3\theta \right] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

寻求合理参数对映射函数进行赋值计算,依据文献[7],取 $\theta=0$ 、 $\theta=\pi/2$ 两特殊点,根据图2所示坐标系映射关系, $\theta=0$ 、 $\theta=\pi/2$ 时对应Z平面矩形 $(a, 0)$ 、 $(0, -b)$,代入计算可得:

$$\left. \begin{aligned} x=0; y=-b &= R \left(\cos 2k\pi + \frac{1}{6} \sin^2 2k\pi - 1 \right) \\ y=0; x=a &= R \left(\cos 2k\pi - \frac{1}{6} \sin^2 2k\pi + 1 \right) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$R = \frac{a}{1 + \cos 2k\pi - \frac{1}{6} \sin^2 2k\pi} \quad (24)$$

通过矩形巷道实际尺寸得出 a 、 b 数值代入式(23)后即可求出 k 值。

本次计算不考虑支护阻力带来的影响即矩形巷道属无支护状态,此时初始地应力可表示为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^0 &= \gamma H \\ \sigma_y^0 &= \lambda \gamma H \\ \tau_{xy}^0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

联立式(6)、(7)可得:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\zeta) &= \frac{1}{4}(1+\lambda)PR\zeta + \varphi_0(\zeta) \\ \psi(\zeta) &= \frac{1}{2}(1-\lambda)PR\zeta + \psi_0(\zeta) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式中, λ 为巷道侧压力系数, P 为巷道初始地应力, 关于式中 $\varphi_0(\zeta)$ 以及 $\psi_0(\zeta)$ 的求解, $\varphi_0(\zeta)$ 、 $\psi_0(\zeta)$ 为 ζ 平面中心单位圆内 ζ 的解析函数, 在单位圆内与圆周上连续, 其表达式为:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(\zeta) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma} \left(\frac{J_0}{\sigma - \zeta} - \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \frac{\overline{\varphi'_0(\zeta)}}{\sigma - \zeta} \right) \\ \psi_0(\zeta) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma} \left(\frac{J_0}{\sigma - \zeta} - \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \frac{\varphi'_0(\zeta)}{\sigma - \zeta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式中, σ 为复变量 ζ 对应矩形巷道内边界数值, 因不考虑支护阻力, 故模型体力为 0, 因此 J_0 相关表达式为:

$$\left. \begin{aligned} J_0 &= -2CR \left(\frac{1}{\sigma} + m_1\sigma + m_3\sigma^3 \right) - C'R \left(\sigma + \frac{m_1}{\sigma} + \frac{m_3}{\sigma} \right) \\ \overline{J_0} &= -2CR \left(\sigma + \frac{m_1}{\sigma} + \frac{m_3}{\sigma^3} \right) - C'R \left(\sigma + \sigma m_1 + \sigma^3 m_3 \right) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

将解析函数 $\varphi_0(\zeta)$ 、 $\psi_0(\zeta)$ 在其奇点附近进行 Laurent 级数展开:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(\zeta) &= h_0 + h_1\zeta + h_2\zeta^2 + h_3\zeta^3 + \cdots + h_{n-3}\zeta^{n-3} + \\ &\quad h_{n-2}\zeta^{n-2} + h_{n-1}\zeta^{n-1} \\ \psi_0(\zeta) &= r_0 + r_1\zeta + r_2\zeta^2 + r_3\zeta^3 + \cdots + r_{n-3}\zeta^{n-3} + \\ &\quad r_{n-2}\zeta^{n-2} + r_{n-1}\zeta^{n-1} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

此时联立映射函数式 (18) 与式 (29) 可得:

$$\frac{R \left[\frac{1}{\zeta} + \sum_{e=1}^{2n-1} m_e \zeta^e \right]}{R \left[\frac{1}{\zeta} + \sum_{e=1}^{2n-1} m_e \zeta^e \right]} \frac{\overline{\varphi'_0(\zeta)}}{\varphi'_0(\zeta)} = \frac{\left(\overline{r_1} + \frac{2\overline{r_1}}{\sigma} + \frac{3\overline{r_1}}{\sigma^2} \right) \left(\frac{1}{\sigma} + m_1\sigma + m_3\sigma \right)}{m_1 + \frac{3m_3}{\sigma^2} - \sigma^2} \quad (30)$$

将式 (29)、式 (30) 代入式 (27), 由于解析函数在

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta} + \sigma_{\rho} &= 2 \left[\phi(\zeta) + \overline{\phi(\zeta)} \right] = 4 \operatorname{Re} \left(C + \frac{R(2Cm_1 + C') - 6Cm_3\zeta^2(m_3 - 1)}{(m_3 - 1)(3Rm_3\zeta^4 + Rm_1\zeta^2 - R\zeta^2)} \right) \\ \sigma_{\theta} - \sigma_{\rho} + 2i\tau_{\rho\theta} &= \frac{2\zeta^2}{\rho^2\omega'(\zeta)} \left[\overline{\omega(\zeta)}\phi'(\zeta) + \omega'(\zeta)\psi(\zeta) \right] = \frac{2\zeta^2 \left(\frac{\zeta}{\rho^2} + \frac{m_1\rho^2}{\zeta} + \frac{m_3\rho^6}{\zeta^3} \right) \phi'(\zeta)}{m_1 - \frac{\zeta^2}{\rho^4} + 3m_3\frac{\rho^4}{\zeta^2}} + \\ &\quad \frac{2\zeta^2 \left(m_1 - \frac{1}{\zeta^2} + 3m_3\zeta^2 \right) \left[\frac{(m_3 - 1)C'R - m_3R(2Cm_1 + C')}{(m_3 - 1)\zeta} - 2CR\zeta - \frac{\zeta^4 + m_1\zeta^2 + m_3}{3m_3 + m_1\zeta^2 - 1} \left(\frac{R(2Cm_1 + C')}{(m_3 - 1)\zeta} - 6Cm_3R\zeta \right) \right]}{m_1 - \frac{\zeta^2}{\rho^4} + 3m_3\frac{\rho^4}{\zeta^2}} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

弹性力学孔口问题中, 孔口边缘处径向应力及剪切应力均为 0, 巷道周边仅存在环向应力, 基于以上复势函数的求解过程, 取径向应力为 0、 $\rho=1$, 代入以上

其定义域内连续且满足赫尔德条件, 因此可对联立后的等式进行柯西型积分计算, 结果如下:

$$h_0 + h_1\zeta + h_2\zeta^2 + h_3\zeta^3 - \overline{h_1}m_3\zeta = R(2CRm_3\zeta^3 - 2Cm_1 - C'\zeta) \quad (31)$$

对式 (30) 进行多项式拆分对比后, 得出如下结果:

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= 0 = h_2 \\ h_1 &= \frac{R(2Cm_1 + C')}{m_3 - 1} \\ h_3 &= -2CRm_3 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

将式 (31) 代入式 (29) 并联立式 (32) 进行化简可得:

$$\varphi_0(\zeta) = \frac{R(2Cm_1 + C')}{m_3 - 1} \zeta - 2CRm_3\zeta^3 \quad (33)$$

再将式 (33) 代入式 (27) 中进行转换后得出 $\psi_0(\zeta)$ 表达式为:

$$\begin{aligned} \psi_0(\zeta) &= \frac{R(2Cm_1 + C')}{1 - m_3} \frac{m_3}{\zeta} - R(2C + C'm_1) - CRm_3\zeta^3 - \\ &\quad \frac{\overline{\omega(\sigma)}}{\omega'(\sigma)} \varphi'_0(\zeta) - \frac{\zeta^4 + m_1\zeta^2 + m_3}{3m_2\zeta^4 + m_1\zeta^2 - 1} \left(\frac{R(2Cm_1 + C')}{\zeta(m_3 - 1)} - 6Cm_3R\zeta^3 \right) \end{aligned} \quad (34)$$

因此由式 (6)、(7) 表达式可得出复变量 ζ 的复势解析函数 $\varphi(\zeta)$ 、 $\psi(\zeta)$ 表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\zeta) &= CR \left(m_1\zeta + \frac{1}{\zeta} - m_3\zeta^3 + \frac{2m_1}{m_3 - 1} \right) + \frac{C'R}{m_3 - 1} \\ \psi(\zeta) &= \frac{(m_3 - 1)C'R - m_3R(2Cm_1 + C')}{(m_3 - 1)\zeta} - 2CR\zeta - \\ &\quad \frac{\zeta^4 + m_1\zeta^2 + m_3}{3m_3 + m_1\zeta^2 - 1} \left(\frac{R(2Cm_1 + C')}{(m_3 - 1)\zeta} - 6Cm_3R\zeta \right) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

将式 (35) 代入式 (5) 计算可得 $\phi(\zeta)$ 表达式为:

$$\phi(\zeta) = C + \frac{R(2Cm_1 + C') - 6Cm_3\zeta^2(m_3 - 1)}{(m_3 - 1)(3Rm_3\zeta^4 + Rm_1\zeta^2 - R\zeta^2)} \quad (36)$$

将式 (36) 代入式 (3) 联立相关表达式可得:

相关参数的求解值, 即可对式 (37) 进行简化, 得出围岩环向应力求解式:

$$\frac{\sigma_{\theta}}{\lambda H} = (1 + \lambda) \left\{ 1 + \frac{2[m_1 + (3m_3 - 1)\cos 2\theta] \left[m_1 + \frac{(1 - \lambda)}{(1 + \lambda)} \right] - 6(m_3^2 - m_3) [m_1 \cos 2\theta + (3m_3 - 1)\cos^2 2\theta + (3m_3 + 1)\sin^2 2\theta]}{(m_3 - 1) [m_1^2 + (3m_3 - 1)^2 \cos^2 2\theta + (6m_1m_3 - 2m_1)\cos 2\theta + (1 + 3m_3)^2 \sin^2 2\theta]} \right\} \quad (38)$$

1.3 保角变换准确性验证

黎曼定理明确指出,无线长弹性单孔口在 Z 平面中定存在映射函数,可将任意单连通域边界通过映射转换至像平面 ζ 中心单位圆上。虽然经过映射函数变换后的孔口应力边界分析式极其复杂,但对于求解复杂形状孔口围岩应力不失为一种好方法。通过映射函数的变换, Z 平面中任意点及任意线条在 ζ 平面上都存在与之对应的映射点及映射线条,需要指出的是,映射到 ζ 平面上的图像通常情况下都将发生拉伸扭曲与旋转变形,但相交线条之间的角度值不会改变,该种映射即为保角变换。本文通过映射函数 $z=\omega(\zeta)$ 将 z 平面矩形孔口映射到 ζ 平面单位圆上,如图2所示。映射函数推导的解析函数均具有保角变换性质,映射函数也必定属于解析函数,考虑到文中映射函数下保角变换的重要性,针对以上式(1)~(18)映射函数的理论分析过程,假设矩形巷道高度 $2b$ 为4.5 m,宽度 $2a$ 分别为2.7 m、4.5 m、6.3 m、8.1 m、9.9 m;一共5个不同尺寸巷道模型,通过式(18)保角变换将 Z 平面矩形巷道映射至 ζ 平面单位圆上时,保角变换各参数计算结果如表1所示。

表1 不同宽高比情况下矩形巷道保角变换参数

Table 1 Parameter of conformal transformation for rectangular chambers under different aspect ratios

方案	1	2	3	4	5
高度/ $2b$	4.5 m	4.5 m	4.5 m	4.5 m	4.5 m
宽度/ $2a$	2.7 m	4.5 m	6.3 m	8.1 m	9.9 m
宽高比/ w	0.6	1.0	1.4	1.8	2.2
k	0.291	0.252	0.234	0.214	0.201
R	2.147	2.700	3.233	3.730	4.226
m_1	-0.255	-0.013	0.100	0.224	0.321
m_3	-0.156	-0.167	-0.165	-0.158	-0.151

利用表1所示参数,根据映射函数表达式,描绘出以上5种不同宽高比情况下的矩形巷道映射轮廓如图3所示。

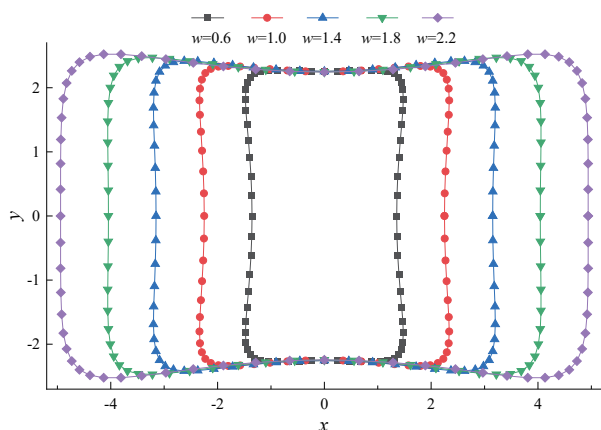


图3 不同宽高比时保角映射至直角坐标下的矩形巷道轮廓
Fig. 3 Conformal mapping to rectangular roadway contour under rectangular coordinates at different aspect ratios

由图3可看出,通过所求映射函数进行保角变换后的微曲矩形巷道轮廓,已经极其接近于实际巷道形状,因此本文基于保角变化下的矩形巷道围岩应力弹性分析,可满足计算精度的要求。

2 矩形巷道围岩应力分布规律

2.1 不同宽高比围岩应力分布规律

基于以上矩形巷道围岩应力分布的弹性解答,为研究矩形巷道不同宽高比条件下围岩的应力分布规律,固定巷道顶板埋深不变,令初始地应力 $p=\lambda H$,巷道侧压力系数分别取0.2、0.6、0.8、1.0、1.4。此时依照本文所推导的式(38)矩形巷道围岩应力弹性解答表达式,分别计算矩形巷道宽高比分别为0.6、1.0、1.4、1.8、2.2时围岩应力分布情况,以 $\lambda=0.8$ 为例,在复平面单位圆上每隔 5° 取一次应力值,将数据拟合处理后描绘于极坐标中,具体见图4所示。

通过保角变换结论划分区域,图4中 $(k\pi)^\circ\sim(\pi-k\pi)^\circ$ 对应矩形巷道左侧帮部围岩环向应力, $(\pi-k\pi)^\circ\sim(\pi+k\pi)^\circ$ 对应矩形巷道底板区域围岩环向应力, $(\pi+k\pi)^\circ\sim(2\pi-k\pi)^\circ$ 对应矩形巷道底板左侧帮部围岩环向应力, $(2\pi-k\pi)^\circ\sim(k\pi)^\circ$ 对应矩形巷道底板顶板区域围岩环向应力,其中 k 值可由表1选取。从图4可清晰看出,在固定巷道侧压力系数与地应力条件下,矩形巷道周边围岩应力4个隅点位置应力值最大,且呈对称分布。因此依据不同规格巷道的 k 值,取相应巷道1/4区域围岩应力分布情况着重分析,具体如图5所示。

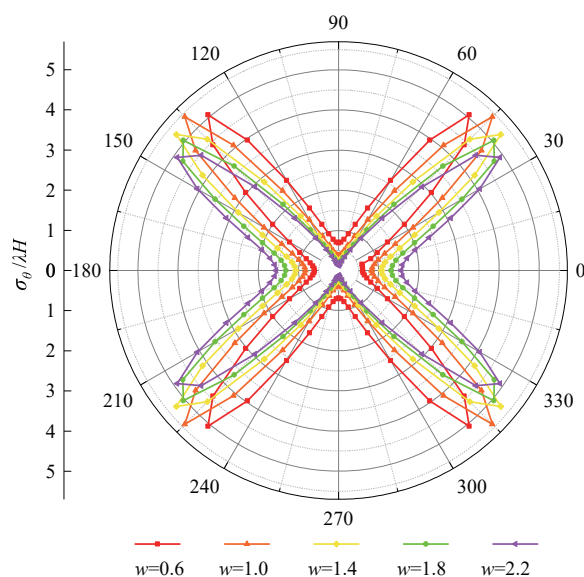


图4 $\lambda=0.8$ 时极坐标下不同 w 值围岩环向应力分布
Fig. 4 Circumferential stress distribution of surrounding rock with different w values in polar coordinates when $\lambda=0.8$

由图5分析可知,不同宽高比下,矩形巷道围岩应力在帮部与顶底板位置应力变化较为平缓,顶底板

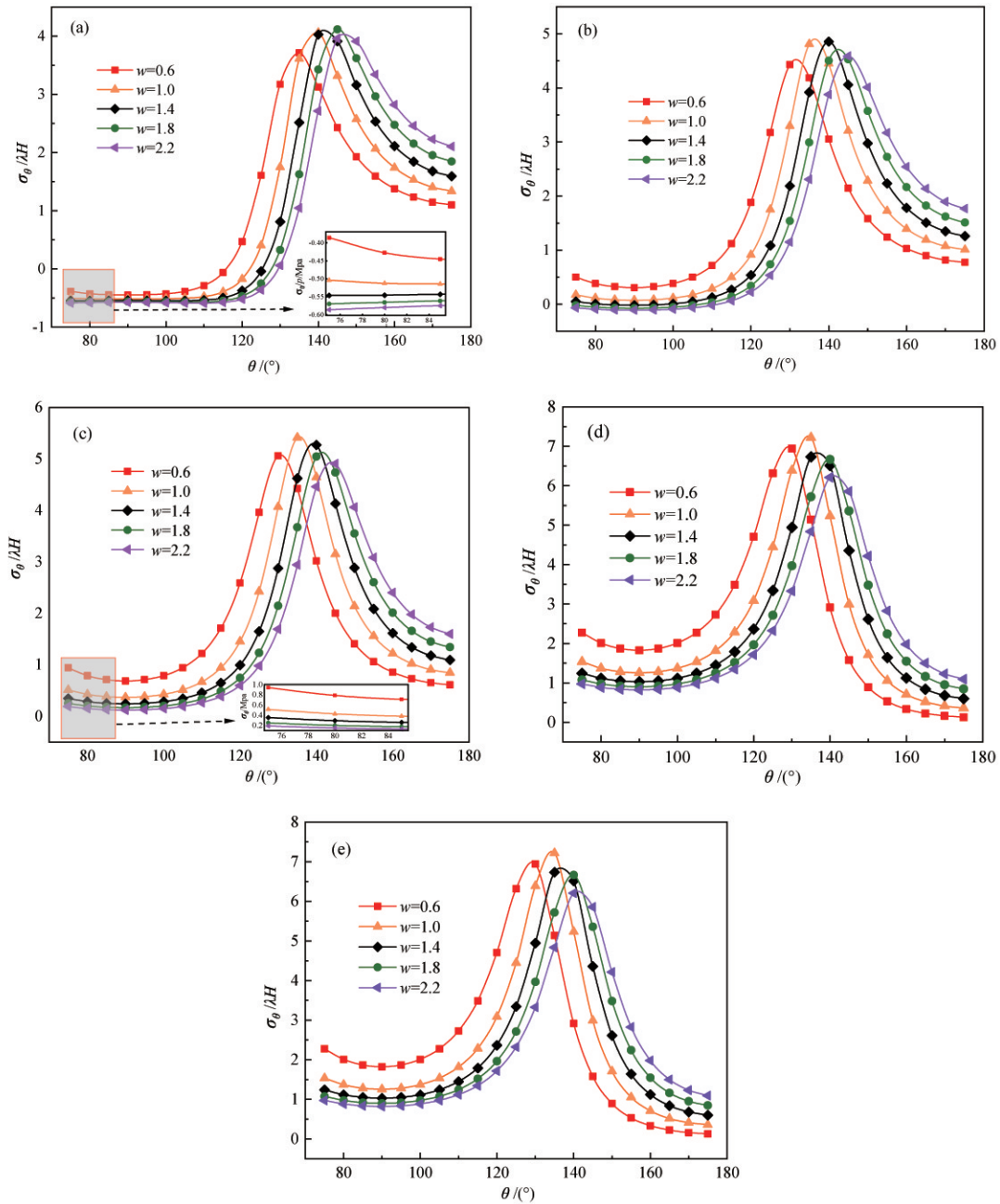


图5 不同宽高比下的围岩应力分布 (a—侧压力系数为 0.6; b—侧压力系数为 1.0; c—侧压力系数为 1.4; d—侧压力系数为 1.8; e—侧压力系数为 2.2)

Fig. 5 Stress distribution map of surrounding rock under different aspect ratios (a—lateral pressure coefficient of 0.6; b—lateral pressure coefficient of 1.0; c—lateral pressure coefficient of 1.4; d—lateral pressure coefficient of 1.8; e—lateral pressure coefficient of 2.2)

与侧帮交界处应力突变较大,巷道宽高比为 1 时,围岩应力峰值最大,高于其他尺寸巷道的应力峰值;巷道宽高比为 2.2 时围岩应力峰值最小,低于其他尺寸巷道的应力峰值,且侧压力系数为 0.2 时围岩侧帮应力值为负值,围岩处受拉状态,随着侧压力系数增大,帮部应力逐渐由拉转压,应力值不断增大。

依据应力发展趋势,较为明显的应力规律表现为:随着巷道宽高比增大,以 $w=1$ 为分界点,巷道围岩周边应力峰值先增大后减小;巷道帮部围岩应力随宽高比的增大逐渐减小,巷道顶底板围岩应力随宽高比的增大逐渐增大;侧压力系数越大,帮部围岩应力峰值

越大,顶底板围岩应力峰值越小。因此在涉及到矩形巷道支护考虑时,建议宽高比较大时,着重支护顶底板;宽高比较小时,着重支护侧帮,由于矩形巷道 4 个隅角位置应力始终远高于其他区域,存在较大的压应力集中,因此无论何种情况,隅角位置围岩都应该作为施工和支护时的重点关注区域。

2.2 不同侧压力系数围岩应力分布规律

经过对不同宽高比情况下矩形巷道围岩应力分布特征进行解析之后,为进一步了解在不同侧压力系

数下(即不同应力状态下)矩形巷道围岩应力分布的规律,保持地应力不变,矩形巷道宽高比选择 0.6、1.0、1.4、1.8、2.2 五种规格,分别计算其在 0.2、0.6、0.8、1.0、1.4 五种不同侧压力系数下的环向应力,对数值进行拟合后,取其中一组(当 $w=1.0$)时,其极坐标下应力分布情况如图 6 所示。

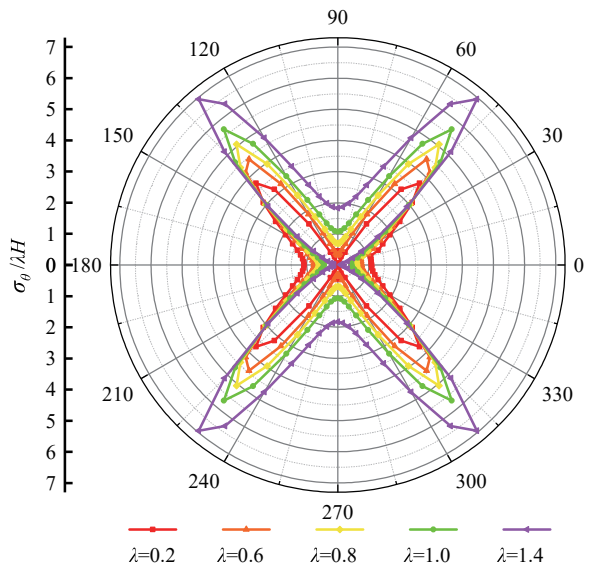


图 6 $w=1.0$ 时极坐标下不同 λ 值围岩环向应力分布
Fig. 6 Circumferential stress distribution of surrounding rock with different λ values in polar coordinates when $w=1.0$

由图 6 反馈信息可知,在不同侧压力系数下,矩形巷道围岩应力依旧表现为对称分布,且应力峰值始终处于隅角位置,因此可选取 1/4 区域巷道应力分布情况做重点分析,具体如图 7 所示。

分析图 7 所示信息,侧压力系数的变化对围岩应力影响较宽高比更为显著,其中侧压力系数对于巷道侧帮围岩应力的影响明显高于对于顶底板围岩应力的影响。随着侧压力系数的增大,侧帮围岩应力随之增大,顶底板围岩应力随之减小,侧压力系数为 0.2 时,无论巷道宽高比如何变化,侧帮围岩部分区域始终存在有拉应力,结合应力曲线走势可以预测出当巷道宽高比大于 1 时,侧压力系数小于 0.6 时,巷道侧帮围岩大概率存在拉应力分布。

综上所述,侧压力影响下的围岩应力分布规律主要表现为:顶板围岩应力峰值随侧压力系数增大而增大,且侧帮围岩应力受侧压力影响变化幅度较大,随着侧压力增大,侧帮围岩应力随之增大,两者呈正相关,顶底板围岩应力随侧压力增大而减小,两者呈负相关,当宽高比大于 1、侧压力系数小于 0.6 时,侧帮围岩部分区域将会出现拉应力,系数越小,拉应力数值越大,因此当巷道掘进岩层水平应力较大时,可适当增大巷道宽高比。

2.3 环向应力集中系数变化规律

针对矩形巷道最大环向应力出现位置与巷道尺寸及侧压力系数关系,令最大环向应力集中系数为 K_c ,峰值应力为环向应力的最大值 $\sigma_\theta(\text{Max})$,标称应力为地应力 γH ,则应力集中系数表达为:

$$K_c = \frac{\sigma_\theta(\text{Max})}{\gamma H} \quad (39)$$

用环向应力集中系数 K_c 最大值代表围岩环向应力峰值,依据环向应力解析式计算各种情形下环向应力最大值出现位置及 K_c 数值,统计情况如表 2 所示。

分析表 2 可知:相同宽高比下,随着侧压力系数增大,巷道围岩应力峰值随之增大;相同侧压力系数下,宽高比小于 1 时,围岩应力峰值随宽高比的增大而增大;宽高比大于 1 时,围岩应力峰值随宽高比的增大而减小;宽高比为 1 时,环向应力峰值始终高于其他规格巷道,且在第一象限内。固定宽高比,侧压力系数增大,围岩应力峰值出现位置对应角度越大;固定侧压力系数,宽高比增大,围岩应力峰值出现位置对应角度越小。对表 2 数据进行拟合,拟合曲线如图 8 所示。

表 2 环向应力集中系数 K_c 最大值对应位置
Table 2 Corresponding positions for the maximum value of circumferential stress concentration coefficient K_c

宽高比	侧压力系数				
	0.2	0.6	0.8	1.0	1.4
0.6	46°/3.728	48°/4.540	49°/5.082	50°/5.687	51°/7.014
1.0	41°/4.150	44°/4.909	44°/5.432	45°/6.016	46°/7.292
1.4	38°/4.118	40°/4.856	41°/5.322	42°/5.841	43°/7.009
1.8	35°/4.114	37°/4.726	38°/5.137	39°/5.612	40°/6.666
2.2	33°/4.066	35°/4.590	36°/4.953	37°/5.371	38°/6.326

由图 8 可知,固定侧压力系数与宽高比任意一项,最大应力集中系数 K_c 与其余一项呈线性相关,拟合曲线的拟合优度 R^2 均高于 0.95,可将其近似作为线性变化。其中,宽高比一定时,随着侧压力系数的改变,最大应力集中系数 K_c 变化规律均相同, K_c 随着侧压力系数的增大而增大,由图 8(a) 中拟合曲线方程可知,当宽高比 $w=0.6$ 时, K_c 变化斜率为 2.751,当宽高比 $w=2.2$ 时, K_c 变化斜率为 1.890,可得出,宽高比越大, K_c 随侧压力系数的增长速率越大。侧压力系数一定时,随着宽高比 w 的改变, K_c 可分为两阶段变化。第一阶段:宽高比 w 小于 1 时, K_c 随宽高比增大而增大,两者呈正相关关系,且由图 8(b) 中拟合曲线增长斜率变化趋势可知,侧压力系数越小, K_c 增长速率越大;第二阶段:宽高比 w 大于 1 时, K_c 随宽高比增大而减小,两者呈负相关关系,与第一阶段相反,根据拟合曲线

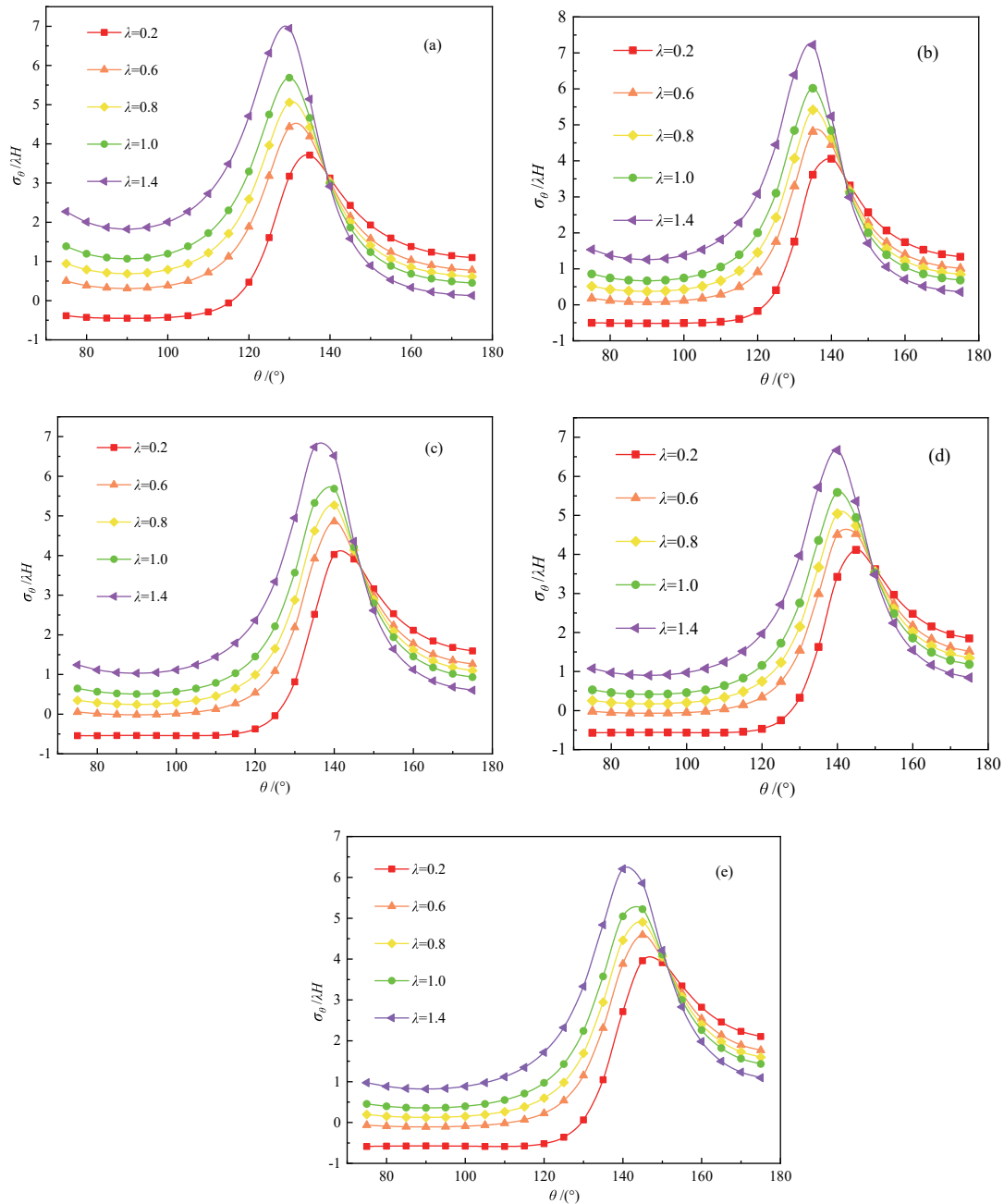


图7 不同侧压力系数下(a—宽高比为0.6; b—宽高比为1.0; c—宽高比为1.4; d—宽高比为1.8; e—宽高比为2.2)的围岩应力分布图

Fig. 7 Stress distribution map of surrounding rock under different lateral pressure coefficients (a—aspect ratio of 0.6; b—aspect ratio of 1.0; c—aspect ratio of 1.4; d—aspect ratio of 1.8; e—aspect ratio of 2.2)

增长斜率变化趋势,此时侧压力系数越大, K_c 增长速率越小,两者呈负相关关系。

3 数值模拟分析验证

3.1 模型构建

为了深入探究矩形巷道在宽高比及侧压力系数变动条件下,其围岩的力学响应与特征规律,采用FLAC3D数值模拟软件对矩形巷道的受力状态进行模拟分析,系统地揭示不同宽高比和侧压力系数下巷

道围岩应力分布基本规律。数值模型长×宽×高为20 m×11 m×20 m,选用摩尔-库伦强度准则,假定围岩为各项同性、均质岩体,考虑到计算速度与精确度,采用radial-tunnel命令对核心区域进行网格加密,划分网格如图9所示,总共划分192 000个单位和200 121个节点。

3.2 方案选定

本次模拟选取宽高比为1,侧压力系数分别为0.8、1、1.4;侧压力系数为1,宽高比为0.6、1、1.4等6个方案,按相同岩体力学参数、地应力建立五组数值模型。

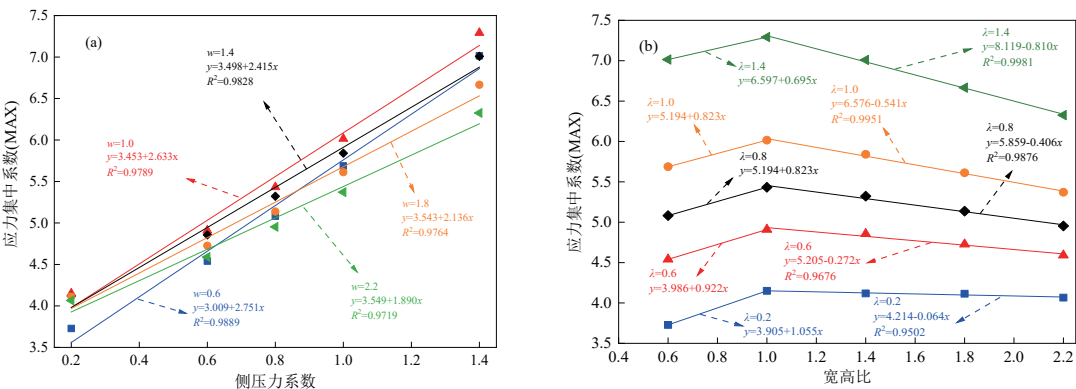


图 8 最大应力集中系数 K_c 随侧压力系数 (a) 及宽高比 (b) 的变化规律
Fig. 8 Variation law of the maximum stress concentration coefficient K_c with lateral pressure coefficient(a) and aspect ratio(b)

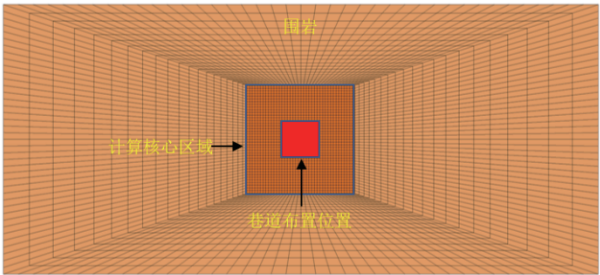


图 9 数值计算模型
Fig. 9 Numerical calculation model

具体取值如表 3 所示。

3.3 结果分析

在巷道开挖完毕且围岩二次应力分布状态稳定

表 3 岩体力学参数
Table 3 Rock mechanics parameters

岩体密度 ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	内聚力 /MPa	地应力 /MPa	内摩擦 角/($^{\circ}$)	弹性 模量/GPa	泊松比
3.34	1.35	11	32	5	0.25

后, 截取不同方案下的巷道围岩应力云图如图 10 所示。

分析图 10 可知, 在宽高比一定时, 侧压力的改变对围岩应力状态有较大影响, 应力主要集中于巷道 4 个隅角位置, 应力分布对称, 且随着侧压力系数的增大, 围岩环向应力的最大值 $\sigma_{\theta}(\text{Max})$ 也随之增大, 与 2.1 节理论分析结果基本吻合。

分析图 11 可知, 在侧压力系数一定时, 4 个隅角位置应力始终远高于其他区域, 存在较大的压应力集中现象, 应力依旧呈对称分布, 随着宽高比的增大, 围

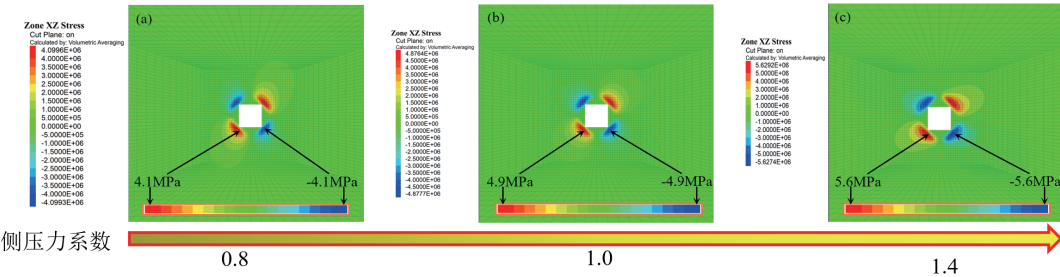


图 10 宽高比为 1 时不同侧压力系数下的应力云图 (a—侧压力系数为 0.8; b—侧压力系数为 1.0; c—侧压力系数为 1.4)
Fig. 10 Stress cloud maps under different lateral pressure coefficients when the aspect ratio of 1 (a—lateral pressure coefficient is 0.8; b—lateral pressure coefficient is 1.0; c—side pressure coefficient is 1.4)

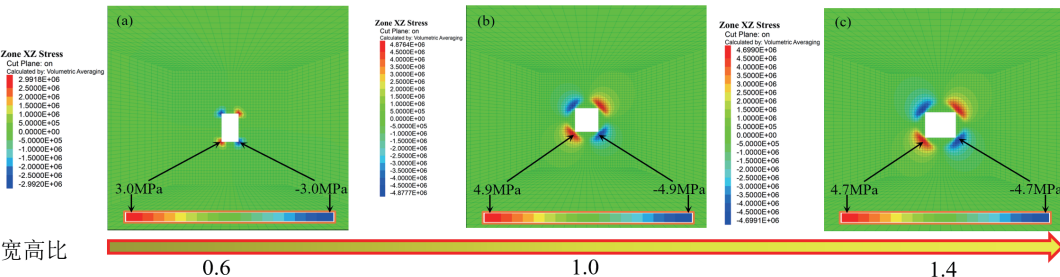


图 11 侧压力系数为 1 时不同宽高比下的应力云图 (a—宽高比为 0.6; b—宽高比为 1.0; c—宽高比为 1.4)
Fig. 11 Stress cloud maps under different aspect ratios with a lateral pressure coefficient of 1 (a—aspect ratio of 0.6; b—aspect ratio of 1.0; c—aspect ratio of 1.4)

岩环向应力的最大值 $\sigma_\theta(\text{Max})$ 出现在宽高比为 1 时。宽高比小于 1, $\sigma_\theta(\text{Max})$ 随宽高比增大而增大, 宽高比大于 1, $\sigma_\theta(\text{Max})$ 随宽高比增大而减小, 与 2.2 节理论分析结果基本吻合。

4 结论

本文将矩形巷道围岩应力求解视为弹性力学孔口问题, 基于弹性力学复变函数理论, 运用 Schwarz-Christoffel 公式, 对矩形巷道围岩环向应力解析解进行合理推导, 在此基础上对矩形巷道尺寸或侧压力系数变化下, 矩形巷道周边围岩应力变化规律以及影响程度进行了分析, 获得主要结论如下:

(1) 弹性力学孔口问题研究中, 围岩应力解析解的精度取决于映射函数精度, 通过保角变化下的矩形巷道映射轮廓图反馈, 证明了只取映射函数前三项进行计算, 其计算精度已满足实际要求, 并给出了孔口问题应力求解的一般步骤。

(2) 矩形巷道 4 个隅角位置应力始终远高于其他区域, 存在较大的压应力集中, 应作为施工和支护时的重点关注区域。矩形巷道宽高比越大, 围岩应力峰值越大, 帮部围岩应力随宽高比增大而减小, 顶底板围岩应力随宽高比增大而增大。侧压力系数越大, 帮部围岩应力峰值越大, 顶底板围岩应力峰值越小。

(3) 顶板围岩应力峰值随侧压力系数增大而增大。侧压力系数的变化对围岩应力影响较宽高比影响更为显著, 随着侧压力的减小, 侧帮围岩应力随之减小, 两者呈正相关, 侧压力减小, 顶底板围岩应力随之增大, 两者呈负相关, 且当宽高比大于 1、侧压力系数小于 0.6 时, 侧帮围岩部分区域将会出现拉应力, 系数越小, 拉应力数值越大。

(4) 最大应力集中系数 K_σ 与宽高比及侧压力系数呈线性相关。固定宽高比, 围岩环向应力最大集中系数随着侧压力系数的增大而增大; 固定侧压力系数, 随着宽高比的改变, K_σ 可分为两阶段变化。第一阶段: 宽高比小于 1 时, K_σ 随宽高比增大而增大, 两者呈正相关, 且侧压力系数越小, K_σ 增长速率越大; 第二阶段: 宽高比大于 1 时, K_σ 随宽高比增大而减小, 两者呈负相关, 与第一阶段相反, 根据拟合曲线增长斜率变化趋势, 此时侧压力系数越大, K_σ 增长速率越小, 两者呈负相关。

(5) 本文未针对地应力不同以及侧压力系数与宽高比共同改变下围岩应力分布规律做进一步探讨, 之后研究中应进行更深层次考虑。

参考文献:

- [1] 王沉, 屠世浩, 李召鑫, 等. 深部“三软”煤层回采巷道断面优化研究[J]. 中国矿业大学学报, 2015, 44(1): 9-15.
WANG C, TU S H, LI Z X, et al. Section optimization of deep gateways

in three soft coal seam[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2015, 44(1): 9-15.

- [2] 杨巨文, 唐治, 何峰, 等. 圆形巷道围岩弹性应力场的复变函数解析[J]. 安全与环境学报, 2015, 15(1): 148-152.
YANG J W, TANG Z, HE F, et al. Analysis of the complex functions of the surrounding rock stress field in the elastic circular tunnels[J]. Journal of Safety and Environment, 2015, 15(1): 148-152.
- [3] 赵瑜, 卢义玉, 陈浩. 深埋隧道三心拱洞室平面应变模型试验研究[J]. 土木工程学报, 2010, 43(3): 68-74.
ZHAO Y, LU Y Y, CHEN H. A plane strain modeling study of a three-center arch for deep tunnels[J]. China Civil Engineering Journal, 2010, 43(3): 68-74.
- [4] 吴浩, 马丹, 左宇军, 等. 大断面六角形进路围岩应力解析与数值验证[J]. 采矿与安全工程学报, 2022, 39(5): 951-960.
WU H, MA D, ZUO Y J, et al. Analytical solution and numerical verification of surrounding rock stress in large-section hexagonal route[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2022, 39(5): 951-960.
- [5] 黄松, 王俊, 乔登攀, 等. 基于复变函数不同形状的巷道围岩应力分析[J]. 有色金属(矿山部分), 2023, 75(4): 134-141.
HUANG S, WANG J, QIAO D P, et al. Stress analysis of roadway surrounding rock with different shapes based on complex function[J]. Nonferrous Metals(Mining Section), 2023, 75(4): 134-141.
- [6] 尹华. 梯形巷道断面优化分析[J]. 矿山压力与顶板管理, 2001(4): 88-89.
YIN H. Optimization analysis of trapezoidal roadway[J]. Ground Pressure and Strata Control, 2001(4): 88-89.
- [7] 李明, 茅献彪. 基于复变函数的矩形巷道围岩应力与变形粘弹性分析[J]. 力学季刊, 2011, 32(2): 195-202.
LI M, MAO X B. Based on the complex variable functions of rectangular roadway surrounding rock stress and deformation viscoelastic analysis[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2011, 32(2): 195-202.
- [8] 于远祥, 谷拴成. 矩形巷道围岩松动范围实测及控制技术研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2013, 30(6): 828-835.
YU Y X, GU S C. Measurement of loosened surrounding rock scope in the rectangular roadway and its control techniques research[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2013, 30(6): 828-835.
- [9] 王志强, 黄鑫, 武超, 等. 基于复变函数理论的巷道围岩稳定性分析[J]. 煤炭科学技术, 2022, 50(4): 58-66.
WANG Z Q, HUANG X, WU C, et al. Stability analysis of roadway surrounding rock based on complex variable function theory[J]. Coal Science and Technology, 2022, 50(4): 58-66.
- [10] 王平, 冯涛, 蒋运良, 等. 软弱再生顶板巷道围岩失稳机理及其控制原理与技术[J]. 煤炭学报, 2019, 44(10): 2953-2965.
WANG P, FENG T, JIANG Y L, et al. Control principle and technology and instability mechanism of surrounding rock in weak

- regenerated roof[J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(10): 2953–2965.
- [11] 刘金高,王润富.马蹄形孔口和梯形孔口的应力集中问题[J].岩土工程学报,1995,17(5):57–64.
- LI J G, WANG R F. The stress concentration of U-shaped and ladder-shaped holes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 17(5): 57–63.
- [12] EXADAKTYLOS G E, STAVROPOULOU M C. A closed-form elastic solution for stresses and displacements around tunnels[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2002, 39(7): 905–916.
- [13] 皇甫鹏鹏,张路青,伍法权.基于高效保角变换的单个复杂洞室围岩应力场解析解研究[J].岩石力学与工程学报,2011,30(Supp.2):3905–3913.
- HUANGFU P P, ZHANG L Q, WU F Q. Research on analytical solution of stress field of surrounding rock of single hole with arbitrary shape based on highly-efficient conformal mapping[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(Supp.2): 3905–3913.
- [14] BATISTA M. On the stress concentration around a hole in an infinite plate subject to a uniform load at infinity[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2011, 53(4): 254–261.
- [15] 朱大勇,钱七虎,周早生,等.复杂形状洞室围岩应力弹性解析分析[J].岩石力学与工程学报,1999,18(4):34–36.
- ZHU D Y, QIAN Q H, ZHOU Z S, et al. Elastic solution to stresses of rock masses around openings with complex shape[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, 18(4): 34–36.
- [16] 祝江鸿,杨建辉,施高萍,等.单位圆外域到任意开挖断面隧洞外域共形映射的计算方法[J].岩土力学,2014,35(1):175–183.
- ZHU J H, YANG J H, SHI G P, et al. Calculating method on the conformal mapping from the exterior of unit circle to the exterior of cavern with the arbitrary excavation cross section[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(1): 175–183.
- [17] 施高萍,祝江鸿,李保海,等.矩形巷道孔边应力的弹性分析[J].岩土力学,2014,35(9):2587–2593+2601.
- SHI G P, ZHU J H, LI B H, et al. Elastic analysis of hole-edge stress of rectangular roadway[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(9): 2587–2593+2601.

Analysis of Stress Distribution Law of Surrounding Rock of Rectangular Roadway with Different Specifications Based on Complex Variable Function

ZHAO Wenhuan¹, LONG Gan², LI Jinhua¹

1. Yunnan Tin Industry Co., Ltd. Datun Tin Mine, Gejiu 661000, Yunnan, China;

2. Faculty of Land Resources Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming, 650093, Yunnan, China

Abstract: Given the widespread use of rectangular tunnels, in order to deeply analyze the degree and pattern of the influence of factors such as the size and lateral pressure coefficient of rectangular tunnels on the stress of the surrounding rock of the tunnels. This article regards the solution of the surrounding rock of a rectangular roadway as an elastic mechanics orifice problem, and uses the theory of complex variables and Schwartz Chistoffel mapping function, combined with conformal transformation for analysis ζ Complex plane unit circle ζ Analysis function of $\varphi_0(\zeta)$ 、 $\psi_0(\zeta)$, After expanding the Laurent series, obtain the complex potential function $\varphi(\zeta)$ 、 $\psi(\zeta)$ 。 After further deduction, the analytical solution for the circumferential stress of the surrounding rock of the rectangular tunnel was finally determined. Based on this, the polar coordinate expression of the circumferential stress was used to deeply analyze the stress variation law and degree of influence of the surrounding rock of the rectangular tunnel under the changes in the size and lateral pressure coefficient of the rectangular tunnel. The results showed that taking the first three calculations of the mapping function, the mapping roadway section had approached the theoretical section, which could ensure the accuracy requirements; with the increase of the width–height ratio of the roadway, the peak stress around the surrounding rock of the roadway increased first and then decreased with the width–height ratio of 1 as the dividing point. The stress of surrounding rock of roadway side decreased with the increase of width–height ratio, and the stress of surrounding rock of roadway roof and floor increased with the increase of width–height ratio. The larger the lateral pressure coefficient was, the larger the peak stress of the surrounding rock was, and the smaller the peak stress of the roof and floor was. The stress of side wall surrounding rock increased with the increase of lateral pressure, and the two were positively correlated. The stress of roof and floor decreased with the increase of lateral pressure, and the two were negatively correlated.

Keywords: rectangular roadway; complex function theory; mapping function; conformal transformation; stress distribution

引用格式: 赵文环, 龙赣, 李进华. 基于复变函数不同规格矩形巷道围岩应力分布规律解析[J]. 矿产保护与利用, 2024, 44(4): 111–123.

ZHAO Wenhuan, LONG Gan, LI Jinhua. Analysis of stress distribution law of surrounding rock of rectangular roadway with different specifications based on complex variable function[J]. Conservation and Utilization of Mineral Resources, 2024, 44(4): 111–123.

投稿网址: <http://kcbhyly.xml-journal.net>

E-mail: kcbh@chinajournal.net.cn

**作者简介:**

赵文环, 采矿工程师, 毕业于昆明理工大学国土资源工程学院, 于 2015 年获得采矿工程学士学位, 现工作于云南锡业股份有限公司大屯锡矿, 主要从事采矿技术管理工作, 以第一作者在国内学术期刊发表论文 1 篇。

**通信作者简介:**

李进华, 采矿高级工程师, 毕业于昆明理工大学国土资源工程学院, 于 2009 年获得采矿工程学士学位, 现工作于云南锡业股份有限公司大屯锡矿, 长期从事采矿技术管理及采矿方法研究工作, 以第一作者在国内学术期刊发表论文 4 篇, 授权发明专利 1 项, 实用新型 1 项。