

DOI:10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.2019.05.10

考虑桩桩相互作用的双排支护桩受力变形分析

张 玲, 朱幸仁, 欧 强

(湖南大学岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082)

摘要: 双排桩支护结构的变形与内力计算是其设计计算的重要内容之一。双排支护桩结构是由前排桩、后排桩及桩顶连系梁组成的空间门架式结构。在承受水平荷载时, 后排桩向坑内发生挠曲变形, 挤压桩间土体, 同时桩间土体又对前排桩产生推力, 使得前排桩向坑内发生挠曲变形, 挤压前排桩桩前土体, 以致该支护结构在传递水平荷载时, 前后排桩及桩间土体之间存在非常复杂的相互作用。本文基于上述双排桩支护结构受力变形特性, 将前、后排桩均视为竖向放置的弹性地基梁, 以欧拉伯努利双层梁理论考虑前后排桩的相互作用, 以水平向弹簧模拟桩间土相互作用, 以朗肯土压力计算作用于后排桩的主动土压力, 以弹性抗力法计算作用于前排桩基坑底面以下的被动土压力, 以基坑底面为界人为将前、后排桩分为上下部分, 并通过桩身各段的受力平衡建立前后排桩的挠曲变形控制微分方程, 然后通过桩端约束及基坑坑底平面处的连续条件得到方程的解析解, 给出了一种考虑桩桩相互作用以及桩土相互作用的双排桩支护结构计算方法。最后结合两个实例, 将本文方法计算结果与实例结果进行对比分析, 验证本文方法的可行性, 以期双排桩支护结构在工程中的设计计算提供借鉴。

关键词: 双排桩支护结构; 桩桩相互作用; 桩土相互作用; 地基反力系数; 双层地基梁模型; 弹性抗力法

中图分类号: TU473.1⁺2

文献标识码: A

文章编号: 1000-3665(2019)05-0072-09

Analysis of forced deformation of double row support piles considering pile interaction

ZHANG Ling, ZHU Xingren, OU Qiang

(Institute of Geotechnical Engineering, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China)

Abstract: Calculation of deformation and internal force is one of the important contents of the double-row pile retaining structure. The double-row support pile structure is a space gantry structure composed of front row piles, rear row piles and pile top tie beams. When subjected to horizontal loads, flexural deflection to the pit occurs in the rear pile and the soil between the piles is squeezed. At the same time, the soil between the piles generates thrust to the front pile, so that flexural deflection to the pit also occurs in the front pile. The soil before the front piles is extruded, when the supporting structure transmits horizontal loads, there is a very complicated interaction between the front and rear piles and the soil between the piles. Based on the above-mentioned forced deformation characteristics of double-row pile retaining structure, the front and rear piles are regarded as vertical elastic foundation beams. The interaction of front and rear piles is considered by using the Euler-Bernoulli double-layer beam theory. The soil interaction between the piles is simulated through the horizontal spring, and the active earth pressure acting on the rear piles is calculated by the Rankine soil pressure. The passive earth pressure acting on the front pile below the bottom surface of foundation pit is calculated by using the elastic resistance method. From the bottom of the foundation pit, the double-row piles can be divided into upper and lower parts, the differential equations of the deflection deformation of the front

收稿日期: 2019-04-03; 修订日期: 2019-05-06

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(51678231)

第一作者: 张玲(1982-), 女, 博士, 副教授, 主要从事软基处理及桩基础研究。E-mail: zhanglhd@163.com

and rear piles for each element are established by the force balance of the piles. The pile end constraints and the continuous conditions at the bottom of the foundation pit are introduced to obtain the analytical solution of the equation. A calculation method for the double-row pile retaining structure considering the pile interaction and the interaction between pile and soil is given in this study. By combining two examples, the calculation results of this method are compared with the reported results to verify the feasibility of the proposed method. This method may provide reference for the design of double-row pile retaining structure in practice engineering.

Keywords: double-row pile retaining structure; pile interaction; pile-soil interaction; foundation reaction coefficient; double-layer foundation beam model; elastic resistance method

近年来,随着高层建筑和地下结构工程的不断兴建,工程界对基坑支护技术的要求也越来越高^[1-4]。由两排平行的钢筋混凝土桩以及桩顶连系梁组成的空间门架式围护体系,即双排桩支护结构得到了广泛的应用。与其他支护结构相比,双排桩支护结构侧向刚度大,桩身各部分受力比较合理,能让桩身材料性能得到有效利用,支护效果明显。

与单排支护桩比较,双排桩支护结构的受力变形机理及其设计计算更为复杂,为此不少学者对此展开了研究。常见的双排桩支护结构计算模型包括基于经典土压力理论提出的计算模型和基于弹性地基反力法提出的计算模型。前者是将双排桩支护结构简化成一个底端嵌固的平面刚架结构,采用经典土压力理论计算作用在前后桩上的土压力,再人为分配桩间土产生的作用力,然后采用结构力学方法求解前后排桩桩身内力与变形。典型的有何颐华等^[5]提出的“体积比例系数法”,以平面刚架模型为基础,侧向土压力由桩间土的滑动土体的体积占桩后滑动土体总体积比例来确定。经典土压力计算模型虽计算简单,但假定土体处于极限平衡状态,且无法考虑桩土相互作用,与实际情况存在出入。弹性地基反力模型,即将双排桩视为前、后设置的文克尔地基梁,受到地基土的抗力简化为弹性支撑。该计算模型能在一定程度上考虑桩土相互作用,故计算结果较经典土压力计算模型更接近实际情况。但仍有许多问题有待进一步研究,如计算模型中弹簧刚度的合理取值,桩间土对前、后排桩的作用模式以及作用力的计算等等。Begemann等^[6]假定桩体为刚性体,忽略其轴向压缩和拉伸变形,在外荷载作用下用弹性方法来计算桩身各段的水平向位移及内力。Stewart等^[7]、Springman等^[8]结合自己和前人的研究,提出了一种土压力与桩土间近似相对位移的计算方法,同时还对如何计算桩身内力做了进一步的研究。季伟等^[9]在总结分析了之前学者对基坑支护计算方

法的研究成果,以弹性地基梁方法为基础,提出了一种新的双排桩计算模型。杨光华等^[10]把基坑底面以下的附加应力假定为弹性应力,为了使土压力选取更合理对两排桩与桩间土的作用增加了一个等效土柱刚度,对基坑面以下的桩间土弹簧刚度取压缩刚度和m法刚度的大值。申永江等^[11]运用大型通用有限元程序ANSYS,建立三维有限元模型,分析桩排间岩土体中应力的转移与重分布,并探讨分析了桩间土拱效应的发育规律。刘钊^[12]通过假定基底以上部分桩间土为侧限无限长土体来计算前排桩的桩侧土压力,然后分段计算,将双排桩分为前排桩、后排桩、连系梁三部分,再结合连续条件和内力条件求解前、后排桩的挠曲变形微分方程。周翠英等^[13]将前、后排桩受到的地基土的抗力简化成弹性支承,认为前排桩受到桩间土主动土压力及桩间土受挤压作用引起的附加土压力的双重作用,然后通过有限单元法计算得到双排桩支护结构的位移与内力。戴智敏等^[14]、万智等^[15]将双排桩支护结构简化为一个门架式框架,并假定一条土体滑裂面,滑裂面以上的侧向土压力用土拱原理用计算,滑裂面以下的地基土以水平向弹簧模拟,土对桩的侧向抗力由桩的计算宽度,侧向位移和地基系数三者相乘所得。

上述几种模型考虑了部分桩土相互作用,但忽略了前排桩设置对后排桩受力变形的影响,不能很好反应双排桩支护结构中前后排桩的相互作用问题。在双排桩支护结构设计中,双排桩排距 D 宜取2~5倍桩径 B ^[16],同时当排间距 D 与与桩径 B 之比小于8时,必须要考虑桩间土与桩的相互作用^[13],因此为了保证设计的合理性,必须要充分考虑到前后排桩以及桩土之间的相互作用。郑刚等^[17]考虑桩间土体传递水平荷载的机理,视其为薄压缩层,采用水平弹簧模拟,提出平面杆系有限元分析模型。钱国伟等^[18]通过分析与总结现行国家和部分地方基坑行业规程中的双排桩计算方法,以此为基础提出了三种改进的双排桩支护

结构计算模型。但都需采用有限元程序进行计算,工程应用上有所不便。

鉴于此,本文在前人研究的基础上,基于欧拉伯努利双层梁理论,充分考虑桩桩相互作用,对双排支护桩的受力变形进行分析,以期丰富双排桩支护结构设计计算理论提供借鉴。

1 计算模型的建立

1.1 双排桩计算模型

为便于计算,作如下假定:

- (1) 前、后桩均视为竖向放置的欧拉伯努利梁;
- (2) 连系梁为刚性体,即忽略其轴向的压缩或拉伸变形;
- (3) 连系梁与前、后桩桩顶的连接为刚性连接。

双排桩支护结构中后排桩桩后作用因地面超载等引起的水平推力,在水平力作用下,后排桩向坑内发生挠曲变形,挤压桩间土体,故又受到桩间土的抗力作用;同时桩间土体又对前排桩产生推力,使得前排桩向坑内发生挠曲变形,挤压前排桩桩间土体,以致前排桩还受到其桩前土抗力作用。由于前、后排桩挠曲变形不一致,通常桩间土具有一定程度水平向的压缩变形,并同时传递水平荷载,因此,同平面杆系有限元分析模型^[17],本文亦采用水平弹簧模拟桩间土与前、后排桩的相互作用,计算模型如图1所示。

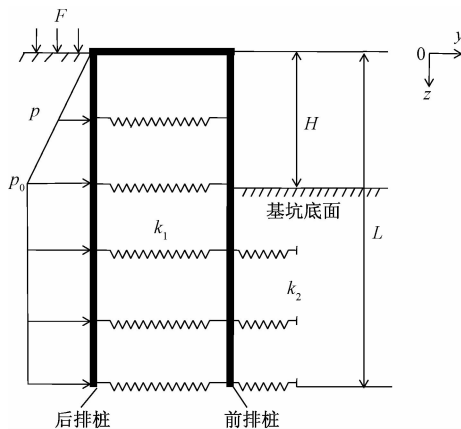


图1 本文双排支护桩计算模型

Fig. 1 Calculation model of double-row pile

1.2 双排桩受力分析

根据后排桩的受力特点,本文以基坑底面为界考虑作用于后排桩桩后的土压力。基坑底面以上后排桩桩后受到的土压力可按朗肯主动土压力计算^[16,19]:

$$p = (Fk_a + \gamma z k_a - 2c \sqrt{k_a})b \quad (1)$$

式中: p ——作用于后排桩桩后的主动土压力;

k_a ——土的朗肯主动土压力系数;

γ ——土的天然重度;

c ——土的黏聚力;

z ——该土层厚度;

F ——地面超载;

b ——桩间距。

基坑底面以下后排桩桩后受到土压力假定呈矩形分布^[16,19]:

$$p_0 = (qk_a + \gamma H k_a - 2c \sqrt{k_a})b \quad (2)$$

式中: p_0 ——后排桩在基坑底面处的土压力。

前、后排桩在水平推力的作用下发生挠曲变形,分别受到桩前土的抗力作用。结合本文双排桩计算模型(图1),基坑底面以上桩间土相互作用力 q_1 为:

$$q_1 = k_1 b_0 (\gamma_{11} - \gamma_{21}) \quad (3)$$

基坑底面以下桩间土相互作用力 q_2 为:

$$q_2 = k_1 b_0 (\gamma_{12} - \gamma_{22}) \quad (4)$$

前排桩桩前基坑底面以下的土抗力 q_3 为:

$$q_3 = k_2 b_0 \gamma_{22} \quad (5)$$

式中: b_0 ——桩的计算宽度,可按表1选取^[20];

γ_{11} ——后排桩基坑底面以上桩的挠曲变形;

γ_{21} ——前排桩基坑底面以上桩的挠曲变形;

γ_{12} ——后排桩基坑底面以下桩的挠曲变形;

γ_{22} ——前排桩基坑底面以下桩的挠曲变形;

k_1 ——桩间土的地基反力系数,一般桩间土可视为薄压缩层;

k_2 ——前排桩桩前土的地基反力系数。

k_1 可按规程^[16]由下式确定:

$$k_1 = \frac{E_s}{D} \quad (6)$$

式中: E_s ——桩间土的水平向平均压缩模量;

D ——双排桩排间距。

k_2 可由下式确定:

$$k_2 = \frac{mH + mL}{2} \quad (7)$$

式中: H ——基坑开挖深度;

L ——桩身长度;

m ——地基系数比例系数,可由实验确定或按规程^[16]中的经验公式计算求得。

当桩入土深度范围内有多种土层时,可由地基系数图形面积与换算后的面积相等求得,如当 $(L-H)$ 深度内存在2层不同土时, m 的计算公式^[19]如下:

$$m = \frac{m_1 h_1^2 + m_2 (2h_1 + h_2) h_2}{h_m^2} \quad (8)$$

式中: h_m ——计算土层厚度之和;

h_1, h_2 ——基坑深度范围内2个不同土层厚度。

表1 桩的计算宽度

Table 1 Pile calculation width

桩径(或桩宽)	矩形桩	圆形桩
$b \leq 1 \text{ m}$	$b_0 = 1.5b + 0.5$	$b_0 = 0.9(1.5b + 0.5)$
$b > 1 \text{ m}$	$b_0 = b + 1$	$b_0 = 0.9(b + 1)$

2 挠曲变形微分方程的建立与求解

2.1 挠曲变形微分方程的建立

取后排桩基坑底面以上桩身的一微段 dz 进行受力分析如图2所示,由微段 dz 的平衡关系可得:

$$\begin{cases} \frac{dQ}{dz} = q_1 - p \\ \frac{dM}{dz} = Q \end{cases} \quad (9)$$

式中: Q, M ——桩截面上的剪力和弯矩。

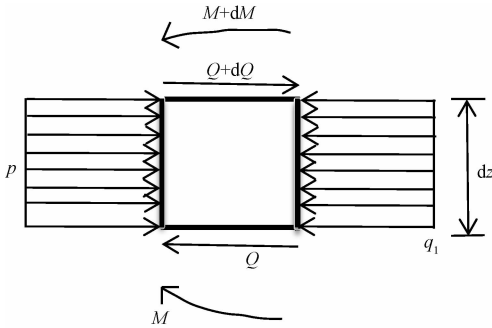


图2 后排桩基坑底面以上桩身微段受力图

Fig. 2 Stress diagram of the micro-segment of pile above the bottom of the pile foundation pit

又因有:

$$EI \frac{d^2 y_{11}}{dz^2} = -M \quad (10)$$

联立式(9)和式(10)可得后排桩基坑底面以上部分桩身挠曲变形微分方程,对于其他部分桩身求解亦是如此。

因此可求得后排桩挠曲变形微分方程为:

$$\begin{cases} EI \frac{d^4 y_{11}}{dz^4} + k_1 b_0 (y_{11} - y_{21}) = (Fk_a + \gamma z k_a - 2c \sqrt{k_a}) b, & 0 \leq z \leq H \\ EI \frac{d^4 y_{12}}{dz^4} + k_1 b_0 (y_{12} - y_{22}) = (Fk_a + \gamma H k_a - 2c \sqrt{k_a}) b, & H \leq z \leq L \end{cases} \quad (11)$$

前排桩挠曲变形微分方程为:

$$\begin{cases} EI \frac{d^4 y_{21}}{dz^4} = k_1 b_0 (y_{11} - y_{21}), & 0 \leq z \leq H \\ EI \frac{d^4 y_{22}}{dz^4} + k_2 b_0 y_{22} = k_1 b_0 (y_{12} - y_{22}), & H \leq z \leq L \end{cases} \quad (12)$$

式中: E ——桩身混凝土弹性模量;

I ——桩身截面惯性矩。

2.2 内力求解

将方程(11)中第一个式子改写为:

$$y_{21} = \frac{EI}{b_0 k_1} \frac{d^4 y_{11}}{dz^4} + y_{11} - \frac{(Fk_a + \gamma z k_a - 2c \sqrt{k_a}) b}{k_1 b_0} \quad (13)$$

将方程(13)代入方程(12)第一个式子可得:

$$\frac{d^8 y_{11}}{dz^8} + \frac{2b_0 k_1}{EI} \frac{d^4 y_{11}}{dz^4} = \frac{(Fk_a + \gamma z k_a - 2c \sqrt{k_a}) b b_0 k_1}{(EI)^2} \quad (14)$$

方程(14)的通解为:

$$\begin{aligned} y_{11} = & e^{\lambda_1 z} (D_1 \cos \lambda_1 z + D_2 \sin \lambda_1 z) + e^{-\lambda_1 z} (D_3 \cos \lambda_1 z + D_4 \sin \lambda_1 z) + D_5 + D_6 z + D_7 z^2 + D_8 z^3 \\ & + \frac{(Fk_a - 2c \sqrt{k_a}) b}{48EI} z^4 + \frac{\gamma k_a b}{240EI} z^5 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\varphi = y'_{11} \quad (15a)$$

$$M = EI y''_{11} \quad (15b)$$

$$Q = EI y'''_{11} \quad (15c)$$

式中: $D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8$ ——待定系数。

联立方程(13)、(15)可得:

$$\begin{aligned} y_{21} = & \frac{EI}{b_0 k_1} \left(\frac{Fk_a b - 2cb \sqrt{k_a}}{2EI} + \frac{\gamma k_a b}{2EI} z - 4e^{-\lambda_1 z} (D_3 + D_1 e^{2\lambda_1 z}) \lambda_1^4 \cos \lambda_1 z - 4e^{-\lambda_1 z} (D_4 + D_2 e^{2\lambda_1 z}) \lambda_1^4 \sin \lambda_1 z \right) + \\ & e^{\lambda_1 z} (D_1 \cos \lambda_1 z + D_2 \sin \lambda_1 z) + e^{-\lambda_1 z} (D_3 \cos \lambda_1 z + D_4 \sin \lambda_1 z) + D_5 + D_6 z + D_7 z^2 + D_8 z^3 + \frac{(Fk_a - 2c \sqrt{k_a}) b}{48EI} z^4 + \\ & \frac{\gamma k_a b}{240EI} z^5 - \frac{(Fk_a + \gamma z k_a - 2c \sqrt{k_a}) b}{b_0 k_1} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\varphi = y'_{21} \quad (16a)$$

$$M = EI y''_{21} \quad (16b)$$

$$Q = EI y'''_{21} \quad (16c)$$

$$\text{式中: } \lambda_1 = \sqrt[4]{\frac{b_0 k_1}{2EI}} \circ$$

同理将方程(11)第二个式子改写为:

$$y_{22} = \frac{EI}{b_0 k_1} \frac{d^4 y_{12}}{dz^4} + y_{12} - \frac{(Fk_a + \gamma H k_a - 2c \sqrt{k_a}) b}{b_0 k_1} \quad (17)$$

将方程(17)代入方程(12)第二个式子可得:

$$\frac{d^8 y_{12}}{dz^8} + \frac{b_0 k_1}{(EI)^2} \left(EI + \frac{(k_1 + k_2)EI}{k_1} \right) \frac{d^4 y_{12}}{dz^4} + \frac{k_1 k_2 b_0^2}{(EI)^2} y_{12} = \frac{bb_0(k_2 + k_3)(Fk_a + \gamma Hk_a - 2c\sqrt{k_a})}{(EI)^2} \quad (18)$$

可求得式(18)通解为:

$$y_{12} = e^{\lambda_2 z} (C_1 \cos \lambda_2 z + C_2 \sin \lambda_2 z) + e^{-\lambda_2 z} (C_3 \cos \lambda_2 z + C_4 \sin \lambda_2 z) + e^{\lambda_3 z} (C_5 \cos \lambda_3 z + C_6 \sin \lambda_3 z) + e^{-\lambda_3 z} (C_7 \cos \lambda_3 z + C_8 \sin \lambda_3 z) + \frac{(k_1 + k_2)(Fk_a + \gamma Hk_a - 2c\sqrt{k_a})b}{b_0 k_1 k_2} \quad (19)$$

$$\varphi = y'_{12} \quad (19a)$$

$$M = EI y''_{12} \quad (19b)$$

$$Q = EI y'''_{12} \quad (19c)$$

式中: $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8$ ——待定系数。

联立方程(17)、(19)可得:

$$y_{22} = \frac{EI}{b_0 k_1} \left\{ -4e^{-z(\lambda_2 + \lambda_3)} [e^{\lambda_3} (C_3 + C_1 e^{2\lambda_2}) \lambda_2^4 \cos \lambda_2 z + e^{\lambda_2} (C_7 + C_5 e^{2\lambda_3}) \lambda_3^4 \cos \lambda_3 z + C_4 e^{\lambda_3} \lambda_2^4 \sin \lambda_2 z + C_2 e^{z(2\lambda_2 + \lambda_3)} \lambda_2^4 \sin \lambda_2 z + C_8 e^{\lambda_2} \lambda_3^4 \sin \lambda_3 z + C_6 e^{z(2\lambda_3 + \lambda_2)} \lambda_3^4 \sin \lambda_3 z] \right\} + e^{\lambda_2 z} (C_1 \cos \lambda_2 z + C_2 \sin \lambda_2 z) + e^{-\lambda_2 z} (C_3 \cos \lambda_2 z + C_4 \sin \lambda_2 z) + e^{\lambda_3 z} (C_5 \cos \lambda_3 z + C_6 \sin \lambda_3 z) + e^{-\lambda_3 z} (C_7 \cos \lambda_3 z + C_8 \sin \lambda_3 z) + \frac{(k_1 + k_2)(Fk_a + \gamma Hk_a - 2c\sqrt{k_a})b}{b_0 k_1 k_2} - \frac{(Fk_a + \gamma Hk_a - 2c\sqrt{k_a})b}{b_0 k_1} \quad (20)$$

$$\varphi = y'_{22} \quad (20a)$$

$$M = EI y''_{22} \quad (20b)$$

$$Q = EI y'''_{22} \quad (20c)$$

$$\text{其中: } \lambda_2 = \sqrt[4]{\frac{\alpha + \beta}{4}}, \lambda_3 = \sqrt[4]{\frac{\alpha - \beta}{4}}, \alpha = \frac{A}{2}, \beta = \sqrt{\frac{A^2}{4} - B},$$

$$A = \frac{(2k_1 + k_2)b_0}{EI}, B = \frac{b_0^2 k_1 k_2}{(EI)^2}$$

2.3 引入边界条件和连续条件求解方程组系数

上述 16 个待定系数 $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8$ 需根据边界和连续条件确定。目前对于桩底的约束条件主要考虑以下几种情况:(1)桩底受到铰接约束作用,即弯矩和位移为 0;(2)桩底只受竖向约束作用,即弯矩和剪力为 0;(3)桩底为自由端,即弯矩和剪力为 0。本文方法对于上述几种桩底边界条件都适用,现求解当桩底为铰接约

束时的桩身内力,其他约束情况的求解方法类似。

前后排桩在最底端铰接,弯矩和位移为 0,并由前面假定(2)可知,桩顶转角为 0,前、后排桩桩顶位移相等,假设桩顶位移为 y_0 ,所以可以依次解出 8 个方程:

前排桩桩底(即 $z = L - H$)弯矩、位移为 0,即:

$$M_{22} = EI \frac{d^2 y_{22}}{dz^2} = 0 \quad (21)$$

$$y_{22} = 0 \quad (22)$$

后排桩桩底(即 $z = L - H$)弯矩、位移为 0,即:

$$M_{12} = EI \frac{d^2 y_{12}}{dz^2} = 0 \quad (23)$$

$$y_{12} = 0 \quad (24)$$

前排桩桩顶转角为 0,位移为 y_0 ,即:

$$\frac{dy_{21}}{dz} = 0 \quad (25)$$

$$y_{21} = y_0 \quad (26)$$

后排桩桩顶转角为 0,位移为 y_0 ,即:

$$\frac{dy_{11}}{dz} = 0 \quad (27)$$

$$y_{11} = y_0 \quad (28)$$

同时由于前、后排桩的位移 y 、弯矩 M 、剪力 Q 、转角 Φ 在基坑底面处($z = H$)具有连续性,所以可依次得到 8 个方程,即:

$$y_{11} = y_{12} \quad (29)$$

$$\frac{dy_{11}}{dz} = \frac{dy_{12}}{dz} \quad (30)$$

$$EI \frac{d^2 y_{11}}{dz^2} = EI \frac{d^2 y_{12}}{dz^2} \quad (31)$$

$$EI \frac{d^3 y_{11}}{dz^3} = EI \frac{d^3 y_{12}}{dz^3} \quad (32)$$

$$y_{21} = y_{22} \quad (33)$$

$$\frac{dy_{21}}{dz} = \frac{dy_{22}}{dz} \quad (34)$$

$$EI \frac{d^2 y_{21}}{dz^2} = EI \frac{d^2 y_{22}}{dz^2} \quad (35)$$

$$EI \frac{d^3 y_{21}}{dz^3} = EI \frac{d^3 y_{22}}{dz^3} \quad (36)$$

联立方程(21)~(36),即:

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ J & N \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} G \\ O \end{bmatrix} \quad (37)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha \cdot \cos(\lambda_2 t) & \alpha \cdot \sin(\lambda_2 t) & \frac{\cos(\lambda_2 t)}{\alpha} & \frac{\sin(\lambda_2 t)}{\alpha} & \beta \cdot \cos(\lambda_3 t) & \beta \cdot \sin(\lambda_3 t) & \frac{\cos(\lambda_3 t)}{\beta} & \frac{\sin(\lambda_3 t)}{\beta} \\ t_1 \alpha \cdot \cos(\lambda_2 t) & t_1 \alpha \cdot \sin(\lambda_2 t) & \frac{t_1 \cos(\lambda_2 t)}{\alpha} & \frac{t_1 \sin(\lambda_2 t)}{\alpha} & t_2 \beta \cdot \cos(\lambda_3 t) & t_2 \beta \cdot \sin(\lambda_3 t) & \frac{t_2 \cos(\lambda_3 t)}{\beta} & \frac{t_2 \sin(\lambda_3 t)}{\beta} \\ -2\lambda_2^2 \alpha \cdot \sin(\lambda_2 t) & 2\lambda_2^2 \alpha \cdot \cos(\lambda_2 t) & \frac{2\lambda_2^2 \sin(\lambda_2 t)}{\alpha} & \frac{-2\lambda_2^2 \cos(\lambda_2 t)}{\alpha} & -2\lambda_3^2 \beta \cdot \sin(\lambda_3 t) & 2\lambda_3^2 \beta \cdot \cos(\lambda_3 t) & \frac{2\lambda_3^2 \sin(\lambda_3 t)}{\beta} & \frac{-2\lambda_3^2 \cos(\lambda_3 t)}{\beta} \\ t_3 \alpha \cdot \sin(\lambda_2 t) & t_3 \alpha \cdot \cos(\lambda_2 t) & \frac{t_3 \sin(\lambda_2 t)}{\alpha} & \frac{t_3 \cos(\lambda_2 t)}{\alpha} & t_4 \beta \cdot \sin(\lambda_3 t) & t_4 \beta \cdot \cos(\lambda_3 t) & \frac{t_4 \sin(\lambda_3 t)}{\beta} & \frac{t_4 \cos(\lambda_3 t)}{\beta} \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = e^{\iota \lambda_2}, \beta = e^{\iota \lambda_3}, t = L - H, t_1 = 1 + \frac{4EI\lambda_2^4}{b_0 k_1}, t_2 = 1 + \frac{4EI\lambda_3^4}{b_0 k_1}, t_3 = \frac{8EI\lambda_2^6 - 2b_0 k_1 \lambda_2^2}{b_0 k_1}, t_4 = \frac{8EI\lambda_3^6 - 2b_0 k_1 \lambda_3^2}{b_0 k_1}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 - \frac{8EI\lambda_1^4}{2k_1 b_0} & 0 & 1 - \frac{8EI\lambda_1^4}{2k_1 b_0} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_1 - \frac{8EI\lambda_1^5}{2k_1 b_0} & \lambda_1 - \frac{8EI\lambda_1^5}{2k_1 b_0} & -\lambda_1 + \frac{8EI\lambda_1^5}{2k_1 b_0} & \lambda_1 - \frac{8EI\lambda_1^5}{2k_1 b_0} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -e^{\lambda_1 H} \cos(\lambda_1 H) & -e^{\lambda_1 H} \sin(\lambda_1 H) & -e^{\lambda_1 H} \cos(\lambda_1 H) & -e^{\lambda_1 H} \sin(\lambda_1 H) & -1 & -H & -H^2 & -H^3 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} \lambda_2 & \lambda_2 & -\lambda_2 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_3 & -\lambda_3 & \lambda_3 \\ 0 & 2\lambda_2^2 & 0 & 2\lambda_2^2 & 0 & 2\lambda_3^2 & 0 & 2\lambda_3^2 \\ -2\lambda_2^3 & 2\lambda_2^3 & 2\lambda_2^3 & 2\lambda_2^3 & -2\lambda_3^3 & 2\lambda_3^3 & 2\lambda_3^3 & 2\lambda_3^3 \\ 1-s & 0 & 1-s & 0 & 1-s_1 & 0 & 1-s_1 & 0 \\ \lambda_2(1-s) & \lambda_2(1-s) & \lambda_2(s-1) & \lambda_2(1-s) & \lambda_3(1-s_1) & \lambda_3(1-s_1) & \lambda_3(s_1-1) & \lambda_3(1-s_1) \\ 0 & -t_2 & 0 & t_2 & 0 & -t_3 & 0 & t_3 \\ \lambda_2 t_2 & -\lambda_2 t_2 & -\lambda_2 t_2 & -\lambda_2 t_2 & \lambda_3 t_3 & -\lambda_3 t_3 & -\lambda_3 t_3 & -\lambda_3 t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s = \frac{4EI\lambda_2^4}{b_0 k_1}, s_1 = \frac{4EI\lambda_3^4}{b_0 k_1}$$

$$N = \begin{bmatrix} \lambda_1 e^{\lambda_1 H} n_1 & -\lambda_1 e^{\lambda_1 H} n & \lambda_1 e^{-\lambda_1 H} n & \lambda_1 e^{-\lambda_1 H} n_1 & 0 & -1 & -2H & -3H^2 \\ 2\lambda_1^2 e^{\lambda_1 H} \sin(\lambda_1 H) & 2\lambda_1^2 e^{\lambda_1 H} \cos(\lambda_1 H) & -2\lambda_1^2 e^{-\lambda_1 H} \sin(\lambda_1 H) & 2\lambda_1^2 e^{-\lambda_1 H} \cos(\lambda_1 H) & 0 & 0 & -2 & -6H \\ 2\lambda_1^3 e^{\lambda_1 H} n & 2\lambda_1^3 e^{\lambda_1 H} n_1 & 2\lambda_1^3 e^{-\lambda_1 H} n_1 & -2\lambda_1^3 e^{-\lambda_1 H} n & 0 & 0 & 0 & -6 \\ n_2 e^{\lambda_1 H} \cos(\lambda_1 H) & n_2 e^{\lambda_1 H} \sin(\lambda_1 H) & n_2 e^{-\lambda_1 H} \cos(\lambda_1 H) & n_2 e^{-\lambda_1 H} \sin(\lambda_1 H) & -1 & -H & -H^2 & -H^3 \\ -2\lambda_1 e^{\lambda_1 H} n_1 n_2 & 2\lambda_1 e^{\lambda_1 H} n n_2 & -2\lambda_1 e^{-\lambda_1 H} n n_2 & 2\lambda_1 e^{-\lambda_1 H} n_1 n_2 & 0 & -1 & -2H & -3H^2 \\ 2n_2 \lambda_1^2 e^{\lambda_1 H} \sin(\lambda_1 H) & 2n_2 \lambda_1^2 e^{\lambda_1 H} \cos(\lambda_1 H) & 2n_2 \lambda_1^2 e^{-\lambda_1 H} \sin(\lambda_1 H) & -2n_2 \lambda_1^2 e^{-\lambda_1 H} \cos(\lambda_1 H) & 0 & 0 & -2 & -6H \\ -2\lambda_1^3 e^{\lambda_1 H} n n_2 & -2\lambda_1^3 e^{\lambda_1 H} n_1 n_2 & -2\lambda_1^3 e^{-\lambda_1 H} n_1 n_2 & -2\lambda_1^3 e^{-\lambda_1 H} n n_2 & 0 & 0 & 0 & -6 \\ -\lambda_1 n_2 & -\lambda_1 n_2 & \lambda_1 n_2 & -\lambda_1 n_2 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$n = \sin(\lambda_1 H) + \cos(\lambda_1 H), n_1 = \sin(\lambda_1 H) - \cos(\lambda_1 H), n_2 = \frac{4EI\lambda_2^4}{b_0 k_1} - 1$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} y_0 & y_0 + \frac{2bc}{2b_0 k_1} \sqrt{k_a} - Fbk_a & \frac{2\gamma k_a b_0 - \gamma b k_a}{2b_0 k_1} & -\frac{(k_1 + k_2)j}{b_0 k_1 k_2} & \frac{b_0 k_2 (j - 2\gamma k_a H + \gamma k_a L) - b(k_1 + k_2)j}{b_0 k_1 k_2} & 0 & 0 \\ \frac{5bH^4(-2c\sqrt{k_a} + Fk_a) + b\gamma k_a H^5}{240EI} \end{bmatrix}^T$$

$$j = Fk_a + \gamma Hk_a - 2c\sqrt{k_a}$$

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \frac{4bH^3(Fk_a - 2c\sqrt{k_a}) + bH^4\gamma k_a}{48EI} & -\frac{(6bcH^2\sqrt{k_a} + 3bH^2Fk_a + bH^3\gamma k_a)}{12EI} & -\frac{(4bcH\sqrt{k_a} + 2bHFk_a + bH^2\gamma k_a)}{4EI} \\ \frac{(24EI - bH^4k_1)(10c\sqrt{k_a} - 5Fk_a) + H\gamma k_a(-120EI + bH^4k_1)}{240EI k_1} & + \frac{-6c\sqrt{k_a} + 3Fk_a + H\gamma k_a}{2k_1} \\ \frac{bH^3(-8c\sqrt{k_a} + 4Fk_a + H\gamma k_a)}{48EI} + \frac{\gamma k_a}{k_1} & \frac{bH^2(-6c\sqrt{k_a} + 3Fk_a + H\gamma k_a)}{12EI} & \frac{bH(-4c\sqrt{k_a} + 2Fk_a + H\gamma k_a)}{4EI} \\ \frac{4c\sqrt{k_a}\lambda_1 + \gamma k_a}{2k_1} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{C} = [C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4 \ C_5 \ C_6 \ C_7 \ C_8], \mathbf{D} = [D_1 \ D_2 \ D_3 \ D_4 \ D_5 \ D_6 \ D_7 \ D_8]$$

可解出 $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8$, 把 16 个系数代入方程 (15) ~ (15c)、(16) ~ (16c)、(19) ~ (19c)、(20) ~ (20c), 可求得双排桩各段的位移方程、转角方程、弯矩方程以及剪力方程。

3 算例分析

3.1 算例 1

为验证本文分析方法的可行性,对文献[17]有限元方法中的算例进行分析,基本计算参数如下:双排桩桩径 $B=800$ mm,间距 1.6 m,桩入土深度 12 m,桩长 20 m,桩排距 2.5 m。连系梁尺寸 $b \times h=800$ mm $\times$ 500 mm,基坑开挖深度 9 m,桩顶帽梁顶标高低于地面 1 m,地基系数比例系数 $m=3\ 000$ kN/m³。桩周土为单一土层,土性指标: $c=18$ kPa; $\varphi=25^\circ$; $\gamma=19$ kN/m³; $E_s=5$ MPa;后排桩桩后土压力采用朗肯主动土压力,考虑 10 kPa 地面施工超载,基坑底面以上为三角形分布,基坑底面以下为矩形分布。并将计算结果与文献[17]有限元分析结果进行比较,比较结果如图 3 ~ 图 4 所示。

由图 3、图 4 可见用本文理论计算所得桩身各点的水平位移以及桩身弯矩与文献[17]有限元分析结果比较接近。

3.2 算例 2

南京龙江小区农贸市场位于龙江小区阳光广场南段,一层地下室。基坑开挖深度为 6.0 m,工程地质条件见表 2^[21]。基坑支护方式采用双排桩支护,桩直径

为 0.7 m,前排桩长 14 m,后排桩长 13.5 m,双排桩排距 1.9 m,桩距 2.0 m,双排桩桩顶有连梁连接。

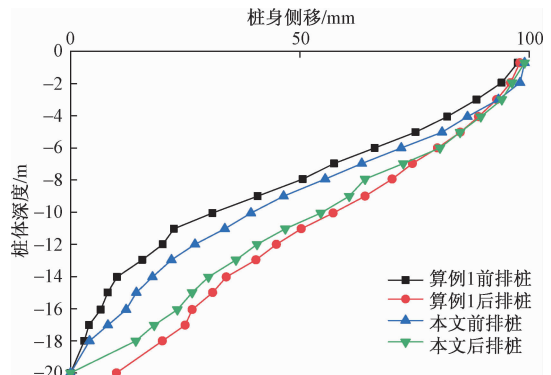


图 3 桩体侧向位移图

Fig. 3 Lateral displacement of piles

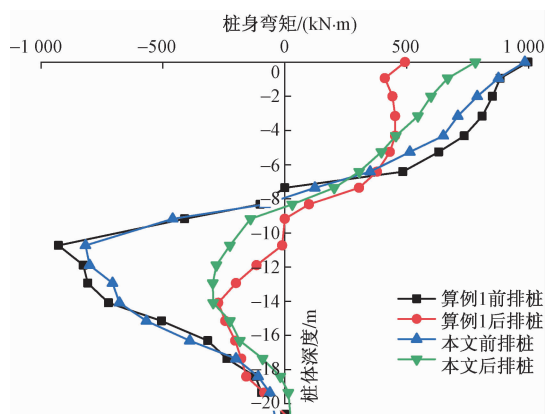


图 4 桩体弯矩图

Fig. 4 Bending moment of piles

表2 深基坑土层参数^[21]

Table 2 Soil parameters of deep foundation pit

土层名称	层厚/m	重度/ ($\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$)	c/kPa	$\varphi/(\circ)$
杂填土	0.30 ~ 2.15	18.0	8.0	20.0
黏土	0.45 ~ 1.10	18.8	18.8	8.3
淤泥质粉质黏土	4.20 ~ 5.90	18.0	11.4	14.5
淤泥质粉质黏土夹粉土	13.00	18.2	7.9	21.7

基坑开挖至6 m时,根据监测结果^[21]:前、后排桩桩顶位移均为36.7 mm,前、后排桩桩顶弯矩均为457.3 $\text{kN}\cdot\text{m}$ 。

按照本文理论分析方法对该双排支护结构进行计算分析。计算时,层厚近似取中间值,即杂填土土层厚取1 m,黏土土层厚取1 m,淤泥质粉质黏土土层厚取5 m,淤泥质粉质黏土夹粉土土层厚取7 m; γ 按深度加权取平均值为18.2 kN/m^3 ; $E_s = 2.5 \text{ MPa}$;顶面超载按文献[22]取10 kPa;地基反力系数 m 根据土层情况取^[23]3 000 kN/m^3 ;桩的计算宽度由表1确定,即 $b_0 = 1.4 \text{ m}$;桩身混凝土弹性模量 E 取为 $2.55 \times 10^7 \text{ kN}/\text{m}^2$ 。按本文方法计算得前排桩弯矩为497.2 $\text{kN}\cdot\text{m}$,后排桩弯矩为470.8 $\text{kN}\cdot\text{m}$,接近实测值。

由此可见,本文的计算方法有一定的可行性。

4 结论

本文针对双排支护桩的受力特点,对其受力变形计算进行研究。分析时,将前后排支护桩视为竖直放置的弹性地基梁,充分考虑桩土相互作用,以基坑底面为分界面,将前、后排桩支护结构分为上下两部分,并根据弹性地基梁的变形方程分段列出各段桩体挠曲微分方程,然后根据各段桩体的变形协调和连续性以及桩顶桩底边界条件,求解方程,进而得到双排桩各点变形和内力值。本文将前后排桩桩间土以水平向弹簧模拟,得出了一类考虑桩土相互作用的结构内力计算解析方法。从算例分析结果和工程实例结果对比可以看出,本文计算方法具有一定的可行性。

此外,实际工程中,由于桩周边土体的成层性、各向异性以及非线性变形等特性,使得双排桩支护结构桩桩相互作用、桩土相互作用非常复杂,仍有许多问题亟待完善。例如本文方法中如何考虑土体变形的非线性问题,桩间土等效弹簧刚度 k 的合理取值除应考虑深度效应外,是否还应考虑桩间距等的影响;基坑开挖是一个卸荷过程,随着坑内土体的开挖,支护结构将产生变形,此时该如何去合理计算后排桩桩后土压力等等;以上问题都有待进一步深入研究。

参考文献:

- [1] 周志军,郑昊,王连坤.一种新的桩间土承载力特征值的估算方法[J].水文地质工程地质,2018,45(2):84-89. [ZHOU Z J, ZHENG W, WANG L K. A new method for estimating the characteristic value of soil bearing capacity between piles[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2018, 45(2): 84-89. (in Chinese)]
- [2] 朱洪昌,徐金明,黄大勇.考虑成层土分布和试桩结果的桩土相互作用细观特征研究[J].水文地质工程地质,2016,43(3):106-112. [ZHU H C, XU J M, HUANG D Y. Study on the meso-features of pile-soil interaction considering the distribution of layered soil and test pile results[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2016, 43(3): 106-112. (in Chinese)]
- [3] 陈立国,刘宝琛.基于极限分析法求解基坑支护墙入土深度下限解[J].水文地质工程地质,2015,42(3):54-58. [CHEN L G, LIU B C. Solving the lower limit solution of foundation depth of foundation pit retaining wall based on limit analysis method[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2015, 42(3): 54-58. (in Chinese)]
- [4] 陈秋南,周亚军,马晓朋,等.基于双剪强度理论土拱效应的基坑支护桩间距分析[J].水文地质工程地质,2012,39(4):38-42. [CHEN Q N, ZHOU Y J, MA X P, et al. Analysis of spacing of foundation pit support piles based on double-shear strength theory soil arching effect[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2012, 39(4): 38-42. (in Chinese)]
- [5] 何颐华,杨斌,金宝森,等.双排护坡桩试验与计算的研究[J].建筑结构学报,1996,17(2):56-58. [HE S H, YANG B, JIN B S, et al. Study on experiment and calculation of double-row slope protection piles[J]. Journal of Building Structures, 1996, 17(2): 56-58. (in Chinese)]
- [6] BEGEMANN H-K S, DELEEUW E H. Horizontal earth pressures on piles as a result of nearby soil fills [C]//Proc. 5th ECSMFE. Madrid, 1972:3-9.
- [7] STEWART D P, JEWELL R J, RANDOLPH M F. Design of piled bridge abutments on soft clay for loading from lateral soil movements [J]. Geotechnique, 1994, 46(2):277-296.
- [8] SPRINGMAN S M. Lateral loading on piles due to simulated embankment construction[D]. Cambridge: University of Cambridge, 1989.

- [9] 季伟. 深基坑双排桩支护结构的分析与研究[D]. 西安:西安建筑科技大学, 2017. [JI W. Analysis and research on double-row pile supporting structure of deep foundation pit[D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2017. (in Chinese)]
- [10] 杨光华, 黄忠铭, 姜燕, 等. 深基坑支护双排桩计算模型的改进[J]. 岩土力学, 2016, 37(增刊2): 1-15. [YANG G H, HUANG Z M, JIANG Y, *et al.* Improved calculation model for double-row piles supporting deep foundation pits[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37 (Sup 2): 1-15. (in Chinese)]
- [11] 申永江, 杨明, 项正良, 等. 双排桩桩排间土拱效应的发育规律研究[J]. 水文地质工程地质, 2015, 42(1): 70-74. [SHEN Y J, YANG M, XIANG Z L, *et al.* Study on the development law of soil arching effect between rows of double-row piles [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2015, 42(1): 70-74. (in Chinese)]
- [12] 刘钊. 双排支护桩结构的分析及试验研究[J]. 岩土工程学报, 1992, 14(5): 76-80. [LIU Z. Analysis and test of the double-row piles supporting structure[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1992, 14(5): 76-80. (in Chinese)]
- [13] 周翠英, 刘祚秋, 尚伟, 等. 门架式双排抗滑桩设计计算新模式[J]. 岩土力学, 2005, 26(3): 441-444. [ZHOU C Y, LIU Y Q, SHANG W, *et al.* A new design calculation model for portal double row anti-slide piles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(3): 441-444. (in Chinese)]
- [14] 戴智敏, 阳凯凯. 深基坑双排桩支护结构体系受力分析与计算[J]. 信阳师范学院学报(自然科学版), 2002, 15(3): 34-352. [DAI Z M, YANG K K. Analysis and calculation of mechanical behavior of double-row piles in deep foundation pits [J]. Journal of Xinyang Normal University (Natural Science Edition), 2002, 15(3): 34-352. (in Chinese)]
- [15] 万智, 王贻荪, 李刚. 双排桩支护结构的分析与计算[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2001, 28(增刊1): 116-120. [WAN Z, WANG W, LI G. Analysis and Calculation of Double-row Pile Support Structure[J]. Journal of Hunan University (Natural Science), 2001, 28 (Sup 1): 116-120. (in Chinese)]
- [16] 建筑基坑支护技术规程: JGJ120—2012[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012. [Technical Specification for Foundation Pit Support: JGJ120—2012 [J]. Beijing: China Construction Industry Press, 2012. (in Chinese)]
- [17] 郑刚, 李欣, 刘畅, 等. 考虑桩土相互作用的双排桩分析[J]. 建筑结构学报, 2004, 25(1): 99-106. [ZHENG G, LI X, LIU C, *et al.* Analysis of Double-row Pile Considering Pile-soil Interaction[J]. Journal of Building Structures, 2004, 25(1): 99-106. (in Chinese)]
- [18] 钱国伟. 深基坑双排桩支护桩间土计算模型及受力机理研究[D]. 昆明: 昆明理工大学, 2017. [QIAN G W. Soil calculation model and mechanism of double-row piles in deep foundation pit [D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2017. (in Chinese)]
- [19] 范秋雁, 许胜才, 崔峰. 一类双排桩支护结构内力计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(增刊1): 3152-3158. [FAN Q Y, XU S C, CUI F. The internal force calculation of a kind of double-row pile retaining structure [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(Sup 1): 3152-3158. (in Chinese)]
- [20] 高大钊. 深基坑工程[M]. 北京: 机械工业出版社, 1999: 76. [GAO D Z. Engineering of deep foundation excavations[M]. Beijing: China Machine Press, 1999: 76. (in Chinese)]
- [21] 李家青. 双排桩支护结构受力与变形问题研究[D]. 南京: 东南大学, 2000. [LI J Q. Study on the stress and deformation of double-row pile retaining structure[D]. Nanjing: Southeast University, 2000. (in Chinese)]
- [22] 黄凭, 莫海鸿, 陈俊生. 双排桩支护结构挠曲理论分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(增刊2): 3870-3875. [HUANG P, MO H H, CHEN J S. Analysis of deflection theory of double-row pile retaining structure [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(Sup 2): 3870-3875. (in Chinese)]
- [23] 赵明华. 桥梁桩基计算与检测[M]. 北京: 人民交通出版社, 2000. [ZHAO M H. Calculation and Detection of Bridge Pile Foundation[M]. Beijing: People's Communications Press, 2000. (in Chinese)]

编辑: 张明霞