

考虑界面应力分布不均匀影响的挡土墙主动土压力分析方法

王 峰, 曹文贵

An active earth pressure analysis method of retaining wall considering the influence of uneven interfacial stress distribution

WANG Feng and CAO Wengui

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202201012>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于圆弧主应力迹线的黏性土主动土压力分析

An analysis of active earth pressure of cohesive soil based on the layering of principal stress traces

王佳宇, 曹文贵, 王雨波, 张慧姐 水文地质工程地质. 2021, 48(6): 81-88

基于主应力旋转的黏性填土挡墙土压力

The earth pressure of retaining wall with cohesive fill based on principal stress rotation

王恒利, 邹正盛, 刘京敏, 王新宇 水文地质工程地质. 2021, 48(4): 64-71

考虑桩桩相互作用的双排支护桩受力变形分析

Analysis of forced deformation of double row support piles considering pile interaction

张玲, 朱幸仁, 欧强 水文地质工程地质. 2019, 46(5): 72-80

考虑孔隙水微观赋存形态的非饱和粉土有效应力方程及其验证

An effective stress equation for unsaturated silt considering the microstructure of pore water and its verification

曾立峰, 邵龙潭, 牛庚, 郭晓霞 水文地质工程地质. 2022, 49(4): 37-46

拓宽方式对软土路基工程特性影响的离心模型试验

Centrifugal test on influence of widening styles on the engineering characteristics of soft soil

叶观宝, 葛敬文, 许言, 张振, 饶烽瑞, 戚得健 水文地质工程地质. 2022, 49(3): 112-117

基于应力修正的土体抗剪强度影响因素分析

An analysis of the factors affecting shear strength parameters of soils based on stress correction

龚琰, 朱建群, 陈浩锋 水文地质工程地质. 2019, 46(1): 95-95



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

DOI: 10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202201012

王峰, 曹文贵. 考虑界面应力分布不均匀影响的挡土墙主动土压力分析方法 [J]. 水文地质工程地质, 2022, 49(5): 82-89.

WANG Feng, CAO Wengui. An active earth pressure analysis method of retaining wall considering the influence of uneven interfacial stress distribution[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2022, 49(5): 82-89.

考虑界面应力分布不均匀影响的 挡土墙主动土压力分析方法

王 峰, 曹文贵

(湖南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 目前关于挡土墙土压力的计算多采用水平分层研究方法, 该法在计算分析中常假设分层单元界面上的竖向正应力和水平剪切应力均匀分布, 未考虑界面应力分布不均匀对土压力计算结果的影响。为此, 本文基于现有的墙后填土应力分布及主应力偏转规律, 将界面上不均匀分布的剪应力和正应力等效为作用在楔体单元边界的集中力, 通过楔体单元受力分析及其静力平衡条件, 建立了可以考虑单元界面剪应力和正应力分布不均匀影响的挡土墙主动土压力分析新方法, 并探讨了不均匀界面应力对土压力计算结果的影响。研究结果表明: 分层单元不均匀界面应力作为滑动楔体内部土体的内力不会对土压力合力的大小产生影响, 但会对土压力分布和土压力合力作用点位置产生影响, 且相对于水平剪切应力, 竖向正应力对土压力计算结果的影响更大。通过对比论证, 发现在考虑界面应力分布不均匀情况下, 计算结果可以更准确地描述土压力的分布规律, 土压力分布曲线的拐点随着墙土接触摩擦角 δ 的增大和填土内摩擦角 φ 的减小而上升, 土压力合力作用点位置随着 δ/φ 的增大而上升。

关键词: 挡土墙; 界面应力分布不均匀; 主动土压力; 楔体单元; 水平分层法

中图分类号: TU432

文献标志码: A

文章编号: 1000-3665(2022)05-0082-08

An active earth pressure analysis method of retaining wall considering the influence of uneven interfacial stress distribution

WANG Feng, CAO Wengui

(School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha, Hunan 410083, China)

Abstract: At present, calculation of the earth pressure of retaining walls mostly adopts the horizontal layered research method. In the calculation and analysis with this method, it is often assumed that the vertical normal stress and horizontal shear stress on the interface of the layered element are uniformly distributed, and influence of the uneven distribution of the interface stress on the earth pressure calculation results is not considered. Based on the existing backfill stress distribution and principal stress deflection law, the shear stress and normal stress that are unevenly distributed on the interface are equivalent to the concentrated force acting on the boundary of the wedge element. Based on the analysis of its static equilibrium conditions, a new method for the active earth pressure analysis of retaining walls that can consider the influence of uneven distribution of shear stress and

收稿日期: 2022-01-07; 修订日期: 2022-03-02

投稿网址: www.swdzcgdz.com

基金项目: 国家自然科学基金项目(52078206; 51879104)

第一作者: 王峰(1994-), 男, 硕士研究生, 研究方向为岩土工程。E-mail: 916814821@qq.com

通讯作者: 曹文贵(1963-), 男, 博士(后), 教授, 主要从事岩土工程教学与科研工作。E-mail: cwglyp@hnu.edu.cn

normal stress at the element interface is established, and the influence of uneven interface stress on the calculation results of earth pressure is discussed. The research results show that the non-uniform interfacial stress of the layered element, as the internal force of the soil inside the sliding wedge, will not affect the magnitude of the resultant earth pressure, but will affect the distribution of the earth pressure and the position of the resultant action point, and it is relative to the resultant earth pressure. Horizontal shear stress and vertical normal stress have greater influence on the calculation results of earth pressure. By comparison and demonstration, it is found that the calculation results can describe the distribution law of earth pressure with reasonable accuracy when considering the uneven distribution of interface stress. The inflection point of the earth pressure distribution curve increases with the decreasing δ and increasing φ , and the position of the action point of the resultant earth pressure increases with the increasing δ/φ .

Keywords: retaining wall; uneven interfacial stress distribution; active earth pressure; wedge element; horizontal layering method

挡土墙土压力的计算一直是土木、水利等学科重要的研究课题。经典的朗肯土压力理论和库伦土压力理论因概念清晰、计算简单而得到广泛应用,但其计算得到的土压力线性分布与实际工程不符。大量的现场观测与室内试验^[1-5]发现,挡土墙后土压力呈非线性分布,且与挡土墙的位移模式和墙土摩擦角有关。目前,关于挡土墙土压力计算的研究,大多采用水平分层单元进行受力分析。关于计算单元上分布荷载的分析,是计算挡土墙土压力的关键,而这也正是本文研究的出发点。

卡岗于1960年首次提出水平分层计算法,并由此得出土压力非线性分布的计算结果,但其未考虑墙背摩擦对土压力计算结果的影响^[6]。对此,Handy等^[7]、Paik等^[8]在水平分层计算方法的基础上引入主应力迹线概念,借助主应力迹线描述墙后土体的应力状态,以表征墙背摩擦对墙后土体应力状态的影响。之后,国内外众多学者^[9-18]在Paik等^[8]研究的基础上进行了改进和推广。应宏伟等^[9]通过对墙后土体主应力迹线的形状进行分析,证明了主应力迹线形状对土压力分布的影响很小,并建议采用形状相对简单的圆弧进行分析。章瑞文等^[10]指出在忽略水平剪切应力的情况下,计算单元并不满足静力平衡条件,并据此对滑裂面的倾角进行了重新计算。Xie等^[16]和Khosravi等^[17]考虑曲线滑裂面,得到了土压力分布的有限差分解。涂兵雄等^[18]通过应力坐标平移的方法,将水平分层计算方法推广到黏性填土挡土墙土压力计算中。但在这些研究中,一般需要通过假设计算单元界面上的竖向正应力和水平剪切应力均布分布才能实现土压力的求解,这显然与实际情况不符。竖向正应力和水平剪切应力作为分布在计算单元界面上的界面应

力,对土压力计算有着重要影响,目前研究中关于其作用效果的讨论也相对甚少。

针对以上不足,本文在前人关于墙后土体应力分布及主应力偏转规律研究的基础上,采用楔体单元进行受力分析,将界面不均匀分布的剪应力和正应力等效为作用在楔体单元边界上的集中力即合力,并根据楔体单元的静力平衡条件,建立了可以考虑单元界面剪应力和正应力不均匀影响的挡土墙主动土压力计算的新方法。最后,通过对比验证了本文方法的可行性和合理性,并进一步探讨了界面应力对土压力计算结果的影响,对现有的研究进行了补充。

1 基本假定

鉴于挡土墙工程实际情况的复杂性,为了本文研究的方便,如图1所示,对实际工程进行简化,并作如下假设:

- (1)挡土墙墙高 H ;墙背竖直粗糙,且与填土之间的接触摩擦角为 δ ;填土面水平,不考虑地面超载作用。
- (2)墙后墙土为无黏性土,其内摩擦角为 φ 。
- (3)考虑主动破坏模式,假定墙后填土内部形成通过墙踵的潜在滑裂面,滑裂面倾角为库伦滑裂面倾角 β ^[6],则:

$$\beta = \arctan \left[\sqrt{\tan^2 \varphi + \frac{\tan \varphi}{\tan(\varphi + \delta)}} + \tan \varphi \right] \quad (1)$$

2 墙后土体应力状态分析

考虑土拱效应影响,墙后土体的应力状态发生改变。如图1所示,水平面 AB 和 CD 上的所有土体,其

$$A_6 = 1 - \frac{1}{[A_3 A_5 \tan(\beta - \varphi) + A_4 A_5] \cos \delta}$$

$$A_7 = -\frac{A_5 \cot \beta \tan(\beta - \varphi)}{A_3 A_5 \tan(\beta - \varphi) + A_4 A_5}$$

代入边界条件: 当 $h=H$ 时, $\sigma_{wh}=0$ 。求解方程(29)得:

$$\sigma_{wh} = K\gamma H \left[\frac{h}{H} - \left(\frac{h}{H} \right)^{-A_6} \right] \quad (30)$$

式中:

$$K = \frac{A_7}{1 + A_6}$$

沿墙高对土压力强度进行积分得到土压力合力, 即:

$$E_a = \int_0^H \frac{\sigma_{wh}}{\cos \delta} dh = \frac{-A_7}{(1 - A_6) \cos \delta} \left(\frac{1}{2} \gamma H^2 \right) \quad (31)$$

由式(31)知土压力系数 K_a 为:

$$K_a = \frac{-A_7}{(1 - A_6) \cos \delta} \quad (32)$$

土压力合力作用点距墙底高度 h_0 为:

$$h_0 = \frac{\int_0^H \sigma_{wh} h dh}{E_a \cos \delta} = \frac{2(1 - A_6)}{3(2 - A_6)} \quad (33)$$

4 实例验证与参数分析

4.1 实例验证

前苏联学者 Tsagareli^[1] 在格鲁吉亚列宁工学院进行了平动模式下刚性挡土墙的主动土压力试验。该试验的条件为: 墙背垂直、墙高 $H=4$ m; 墙后填土为砂土, 土体重度 $\gamma=18$ kN/m³, 内摩擦角 $\varphi=32^\circ$, 墙土接触摩擦角 $\delta=25^\circ$ 。为验证本文方法的合理性, 分别采用本文方法、库伦方法、Paik 方法^[8]、应宏伟方法^[9] 计算主动土压力强度, 并与模型试验结果作比较, 对比结果如图 4 所示。由图 4 可以看出, 本文计算得到的土压力呈非线性分布, 在挡土墙上部位置计算结果大于库伦

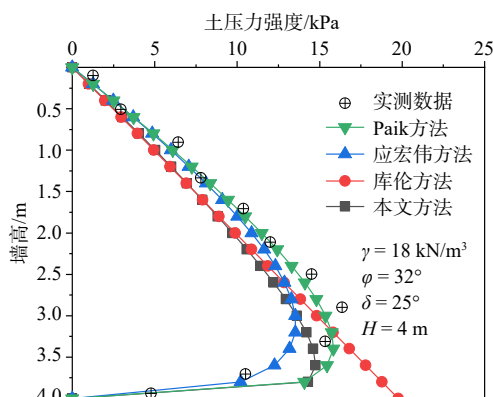


图 4 本文计算结果与其他方法及 Tsagareli 试验结果对比

Fig. 4 Comparison of the theoretical calculation results with those of other methods and Tsagareli test results

计算结果, 在挡土墙下部位置计算结果小于库伦计算结果, 在靠近墙底的位置, 土压力强度变化规律由增大变为减小, 本文在靠近挡土墙上部位置土压力强度小于应宏伟等^[9] 计算结果, 而在挡土墙下部位置土压力强度大于应宏伟等^[9] 计算结果, 这主要是因为其在分析计算中忽视了计算单元界面上的水平剪切应力; 本文在挡土墙墙高范围内土压力强度计算结果均小于 Paik 等^[8] 计算结果。从数据对比分析来看, 本文方法计算结果与实测数据更加接近, 验证了本文方法的可行性与合理性。

4.2 参数分析

为了更好地探讨墙土接触摩擦角 δ 和填土内摩擦角 φ 对土压力非线性分布的影响, 以前文模型试验中的参数为基准, 通过控制变量法, 进行参数敏感性分析。

图 5 表示墙土接触摩擦角 δ 对土压力分布的影响。当 φ 一定时, 随着 δ 的增大, 土压力分布曲线的拐点上移, 当 δ 较小时, 土压力近似呈线性分布。图 6 表示内摩擦角 φ 对土压力分布的影响, 当 δ 一定时, 随着 φ 的增大, 土压力分布曲线的拐点下移, 同一深度处的土压力强度逐渐减小。以上变化规律与 Paik 等^[8] 和应宏伟等^[9] 分析结果一致。

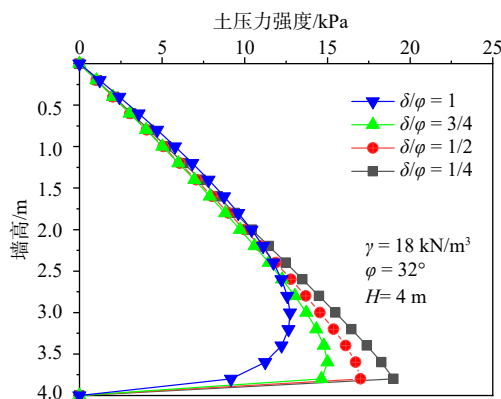
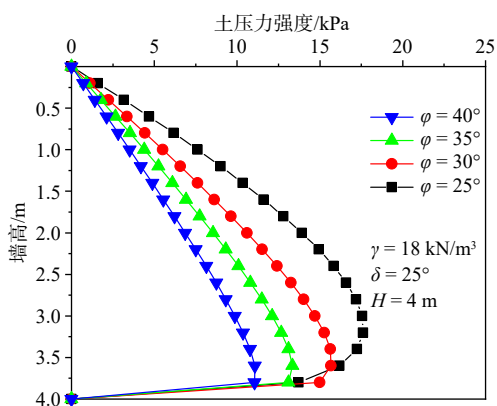


图 5 墙土接触摩擦角 δ 对土压力分布的影响

Fig. 5 Effect of the wall-soil contact friction angle δ on earth pressure distribution

5 界面应力对土压力计算结果的影响分析

界面应力作为计算单元界面上作用的荷载对土压力计算结果有着重要的影响。现有研究中关于这方面的讨论甚少。本文方法力学概念清晰, 便于分析界面应力的作用效果, 现根据本文的计算思路, 定性

图 6 内摩擦角 φ 对土压力分布的影响Fig. 6 Influence of the internal friction angle φ on earth pressure distribution

分析界面应力对土压力计算结果的影响。在前文的分析计算中,根据式(10)和式(11)可知,竖向正应力和水平剪切应力对计算结果的影响,实际上由 A_3 和 A_4 表征。因此,在讨论竖向正应力和水平剪切应力对土压力计算结果的影响时,取以下 4 种情况进行分析:(1)同时考虑竖向正应力和水平剪切应力(情况一);(2)仅考虑竖向正应力,忽略水平剪切应力,即对上述计算分析过程中取 $A_4=0$ (情况二);(3)仅考虑水平剪切应力,忽略竖向正应力,即对上述计算分析过程中取 $A_3=0$ (情况三);(4)既不考虑竖向正应力也不考虑水平剪切应力,即对上述计算过程中取 $A_3=0$ 、 $A_4=0$ (情况四)。

对上述 4 种情况通过算例分别求解土压力合力、土压力分布和土压力合力作用点。通过对计算结果进行对比,得到不均匀分布的竖向正应力和水平剪应力对土压力计算结果的影响。

5.1 界面应力对土压力合力的影响

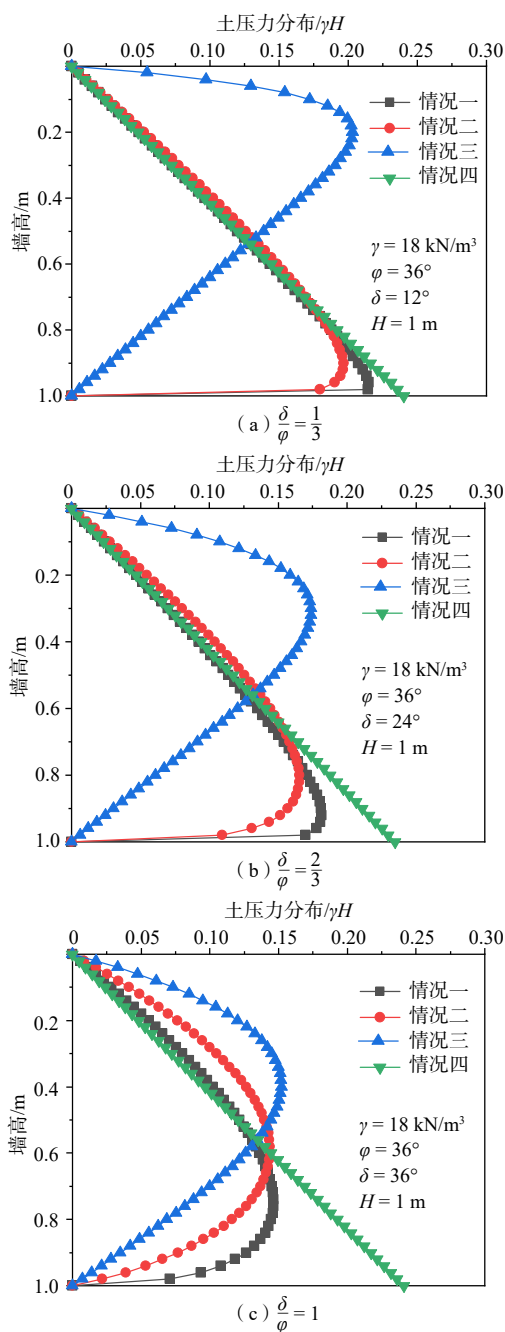
由前文的计算分析可知,土压力系数的表达式如式(32)所示。将 A_6 、 A_7 的表达式代入式(32)进行化简,得:

$$K_a = \frac{\cot \beta \tan(\beta - \varphi)}{\cos \delta + \sin \delta \tan(\beta - \varphi)} \quad (34)$$

经过化简得到的土压力系数与库伦土压力系数完全一致, A_3 、 A_4 作为中间变量在化简的过程中被略去。因此,实际上土压力系数与 A_3 、 A_4 无关,也就是说与竖向正应力和水平剪切应力无关,并且始终等于库伦土压力计算值。这表明,在分层计算的思想下,作为土体内力的竖向正应力和水平剪切应力对土压力合力的计算结果不产生影响。土压力合力大小主要取决于计算区域以及边界条件。

5.2 界面应力对土压力分布的影响

算例条件如下:墙背垂直、墙高 $H=1$ m;墙后填土为砂土,土体重量 $\gamma=18$ kN/m³,内摩擦角 $\varphi=36^\circ$,墙土接触摩擦角 $\delta=12^\circ$ 、 24° 、 36° ,计算结果如图 7 所示。计算结果表明:竖向正应力和水平剪切应力都会导致土压力呈非线性分布。仅考虑竖向正应力时(情况二),土压力分布曲线的拐点始终位于挡土墙下方,随着 δ/φ 值的增大而逐渐上移至挡土墙墙高中点位置附

图 7 不同 δ/φ 值下 4 种情况的土压力分布Fig. 7 Earth pressure distribution in four cases with different δ/φ values

近。仅考虑水平剪切应力时(情况三),土压力分布曲线的拐点始终位于挡土墙上方,且随着 δ/φ 值的增大而逐渐下移至挡土墙墙高中点位置附近。当同时考虑竖向正应力和水平剪切应力时(情况一),土压力分布曲线的拐点低于上述两种情况,且随着 δ/φ 值的增大而逐渐上移。特别地,如果既不考虑竖向正应力也不考虑水平剪切应力(情况四),土压力分布曲线为直线,并且与库伦土压力线性分布完全一致。这点也可以根据式(28)进行分析可知,当 $A_3=0$ 且 $A_4=0$ 时,式(28)退化为:

$$\sigma_{wh} = A_5 \cot \beta \tan(\beta - \varphi) \cos \delta \cdot \gamma h \quad (35)$$

将 A_5 的表达式代入式(35),发现此时土压力分布与库伦土压力分布完全一致。这表明,实际上库伦土压力线性分布假设的含义是计算单元界面上无应力存在。由于界面应力是土体强度发挥的表现,当界面上无应力时,也就是说,此时楔体内部的土体强度完全没有发挥。显然,这种理想情况并不会存在,因此基于库伦理论假设得到的土压力分布和合力作用点并不准确。这与工程实践得到的结论一致。

5.3 界面应力对土压力合力作用点的影响

算例条件如下:墙背垂直、墙高 $H=1\text{ m}$;墙后填土为砂土,土体重度 $\gamma=18\text{ kN/m}^3$,内摩擦角 $\varphi=36^\circ$,墙土接触摩擦角 $\delta=0^\circ \sim 36^\circ$ 。计算不同情况下土压力合力作用点位置 h_0 ,计算结果如图8所示。计算结果表明:单独考虑竖向正应力或水平剪切应力作用时,土压力合力作用点位置都会得到提高。在填土内摩擦角 φ 一定的情况下,如果仅考虑水平剪切应力的作用,当墙土接触摩擦角 $\delta=0^\circ$ 时,土压力合力作用点位置起始于距墙底 $2H/3$ 处,且随着墙土接触摩擦角 δ 的增大而逐渐减小至距墙底 $0.55H$ 左右处,土压力合力作用点位置始终高于 $0.50H$,位于挡土墙上部位置。其他三种情况下,土压力合力均起始于距墙底 $H/3$ 处,其中仅考虑竖向正应力和同时考虑竖向正应力和水平剪切应力两种情况下,土压力合力作用点位置随墙土接触摩擦角 δ 的增大而逐渐增大,土压力合力作用点位置始终低于 $0.50H$,位于挡土墙下部位置。但在仅考虑竖向正应力作用的情况下,土压力合力作用点位置高于同时考虑竖向正应力和水平剪切应力的情况。由于在同时考虑竖向正应力和水平剪切应力的情况下,土压力合力作用点的规律更加接近于仅考虑竖向正应力的情况,这说明实际上相对于水平剪切应力而言,竖向正应力对土压力分布以及土压力合力作用点的影响更大。特别地,如果既不考虑竖向正应力也不考

虑水平剪切应力作用时,由于此时土压力分布和库伦线性土压力完全一致,因此土压力合力作用点与库伦土压力作用点完全一致,始终位于距墙底 $H/3$ 处。

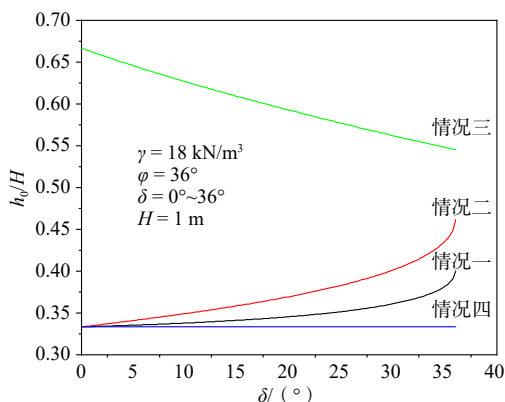


图 8 不同情况下土压力合力作用点规律

Fig. 8 Law of the action point of the resultant earth pressure in different situations

6 结论

(1)考虑分层界面上应力分布不均匀,可以更准确地描述土压力的分布规律。土压力分布曲线的拐点随着墙土接触摩擦角 δ 的增大而上升,随着填土内摩擦角 φ 的增大而下降。土压力合力作用点位置随着 δ/φ 的增大而上升。

(2)界面应力作为滑动楔体内部土体的内力不会对土压力合力的大小产生影响,但会对土压力分布和土压力合力作用点位置产生影响。在仅考虑竖向正应力的情况下,土压力分布曲线为下部凸起的鼓形,土压力合力作用点位置随 δ/φ 的增大而上升,并且始终位于挡土墙墙高中点以下。而在仅考虑水平剪切应力的情况下,土压力分布曲线为上部凸起的鼓形,土压力合力作用点位置随 δ/φ 的增大而下降,并且始终位于挡土墙墙高中点以上。在不考虑竖向正应力和水平剪切应力作用的情况下,土压力分布与库伦土压力线性分布假设完全一致。这表明库伦土压力的内涵是楔体内部土体强度完全没有发挥。

(3)对于单元界面上客观存在的竖向正应力和水平剪切应力而言,相比于水平剪切应力,竖向正应力对土压力计算结果的影响更大。

参考文献 (References) :

- [1] TSAGARELI Z V. Experimental investigation of the pressure of a loose medium on retaining walls with a vertical back face and horizontal backfill surface[J]. Soil

- Mechanics and Foundation Engineering*, 1965, 2(4): 197 – 200.
- [2] FANG Y S, ISHIBASHI I. Static earth pressures with various wall movements[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1986, 112(3): 317 – 333.
- [3] 周应英,任美龙. 刚性挡土墙主动土压力的试验研究[J]. *岩土工程学报*, 1990, 12(2): 19 – 26. [ZHOU Yingying, REN Meilong. An experimental study on active earth pressure behind rigid retaining wall[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1990, 12(2): 19 – 26. (in Chinese with English abstract)]
- [4] CHANG M F. Lateral earth pressures behind rotating walls[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1997, 34(4): 498 – 509.
- [5] O'NEAL T S, HAGERTY D J. Earth pressures in confined cohesionless backfill against tall rigid walls—— A case history[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2011, 48(8): 1188 – 1197.
- [6] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2002: 235 – 258. [GU Weici. Earth pressure calculation of retaining wall [M]. Beijing: China Building Materials Industry Press, 2002: 235 – 258. (in Chinese)]
- [7] HANDY R. The arch in soil arching[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1985, 111(3): 302 – 318.
- [8] PAIK K H, SALGADO R. Estimation of active earth pressure against rigid retaining walls considering arching effects[J]. *Géotechnique*, 2003, 53(7): 643 – 653.
- [9] 应宏伟, 蒋波, 谢康和. 考虑土拱效应的挡土墙主动土压力分布[J]. *岩土工程学报*, 2007, 29(5): 717 – 722. [YING Hongwei, JIANG Bo, XIE Kanghe. Distribution of active earth pressure against retaining walls considering arching effects[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(5): 717 – 722. (in Chinese with English abstract)]
- [10] 章瑞文, 徐日庆. 土拱效应原理求挡土墙土压力方法的改进[J]. *岩土力学*, 2008, 29(4): 1057 – 1060. [ZHANG Ruiwen, XU Riqing. Solution of problem of earth pressure on retaining wall calculated by method of soil arching effect[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, 29(4): 1057 – 1060. (in Chinese with English abstract)]
- [11] 俞缙, 周亦涛, 蔡燕燕, 等. 基于土拱效应的刚性挡土墙后主动土压力[J]. *岩土工程学报*, 2013, 35(12): 2306 – 2310. [YU Jin, ZHOU Yitao, CAI Yanyan, et al. Active earth pressure against rigid retaining wall considering soil-arching effects[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, 35(12): 2306 – 2310. (in Chinese with English abstract)]
- [12] 朱建明, 赵琦. 考虑土拱效应的挡土墙主动土压力与被动土压力统一解[J]. *岩土力学*, 2014, 35(9): 2501 – 2506. [ZHU Jianming, ZHAO Qi. Unified solution to active earth pressure and passive earth pressure on retaining wall considering soil arching effects[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, 35(9): 2501 – 2506. (in Chinese with English abstract)]
- [13] ZHOU Y T, CHEN Q S, CHEN F Q, et al. Active earth pressure on translating rigid retaining structures considering soil arching effect[J]. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2018, 22(8): 910 – 926.
- [14] 胡卫东, 曹文贵, 曾律弦, 等. 考虑摩擦条件下临近既有建筑物的有限土体土压力上限解[J]. *水文地质工程地质*, 2018, 45(5): 73 – 79. [HU Weidong, CAO Wengui, ZENG Lyuxian, et al. Upper bound solution of earth pressure for limited soils adjacent to existing buildings considering friction energy consumption[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2018, 45(5): 73 – 79. (in Chinese with English abstract)]
- [15] 王佳宇, 曹文贵, 王雨波, 等. 基于圆弧主应力迹线的黏性土主动土压力分析[J]. *水文地质工程地质*, 2021, 48(6): 81 – 88. [WANG Jiayu, CAO Wengui, WANG Yubo, et al. An analysis of active earth pressure of cohesive soil based on the layering of principal stress traces[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2021, 48(6): 81 – 88. (in Chinese with English abstract)]
- [16] XIE Y, LESHCHINSKY B. Active earth pressures from a log-spiral slip surface with arching effects[J]. *Géotechnique Letters*, 2016, 6(2): 149 – 155.
- [17] HOSSEIN K M, REZA K A, MEHDI A. Active earth pressures for non-planar to planar slip surfaces considering soil arching[J]. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 2020, 14(7): 730 – 739.
- [18] 涂兵雄, 贾金青. 考虑土拱效应的黏性填土挡土墙主动土压力研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 31(5): 1064 – 1070. [TU Bingxiong, JIA Jinqing. Research on active earth pressure behind rigid retaining wall from clayey backfill considering soil arching effects[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 31(5): 1064 – 1070. (in Chinese with English abstract)]
- [19] 同济大学数学系. 高等数学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007. [Department of Mathematics, Tongji University. Advanced mathematics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2007. (in Chinese)]