

基于统一状态参数模型的砂中柱孔扩张分析

刘贯飞, 雷胜友

An analysis of cylindrical cavity expansion in sand based on a unified state parameter model

LIU Guanfei and LEI Shengyou

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202210044>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

砂土地基冲击碾压加固效果影响因素的试验研究

Laboratory investigation on influencing factors of improvement effect of rolling dynamic compaction on sand

陈忠清, 朱文韬, 吕越, 黄曼, 李明东 水文地质工程地质. 2020, 47(3): 128-134

基于高分子复合材料改良砂土三轴剪切试验研究

Triaxial shear test of sand improved by polymer composite

王龙威, 刘瑾, 奚灵智, 武立林, 郑川, 祁长青 水文地质工程地质. 2020, 47(4): 149-157

改性纳米硅材料加固松散砂土的工程特性研究

A study of the engineering characteristics of reinforced loose sand by modified nano-Si materials

徐岗, 裴向军, 袁进科, 陈杰, 任和 水文地质工程地质. 2019, 46(4): 142-149

上浮极限状态下饱和土的浮力模型试验和理论分析

Model tests and theoretical analyses of buoyancy in saturated soils during the ultimate limit state of up-lifting

荣雪宁, 徐日庆, 冯苏阳, 朱亦弘, 伍璇 水文地质工程地质. 2019, 46(4): 90-96

基于等速线模型的一维黄土动荷载响应分析

Dynamic load response analysis of 1-D loess based on the equal speed line model

王文丽, 王兰民 水文地质工程地质. 2019, 46(5): 113-119

基于砂槽模型研究不同水流密度下盆地地下水流系统

A study of the characteristics of groundwater flow system of a basin under variable density condition based on a physical sand box model

易磊, 漆继红, 许模, 吴明亮, 李潇, 岑鑫雨 水文地质工程地质. 2019, 46(3): 40-40



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

DOI: 10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202210044

刘贯飞, 雷胜友. 基于统一状态参数模型的砂中柱孔扩张分析 [J]. 水文地质工程地质, 2023, 50(6): 99-111.
LIU Guanfei, LEI Shengyou. An analysis of cylindrical cavity expansion in sand based on a unified state parameter model[J].
Hydrogeology & Engineering Geology, 2023, 50(6): 99-111.

基于统一状态参数模型的砂中柱孔扩张分析

刘贯飞^{1,2}, 雷胜友¹

(1. 长安大学公路学院, 陕西 西安 710064; 2. 中国十九冶集团有限公司, 四川 成都 610031)

摘要: 目前关于不同初始状态砂土中柱孔扩张的研究结果还缺乏更深层次的分析, 并且由于没有考虑砂土屈服面形状因素的影响, 造成许多研究成果难以在不同类型砂土中推广。采用统一状态参数模型 (clay and sand model, CASM) 和 Rowe 剪胀方程来描述砂的弹塑性变形特点, 结合大变形理论并引入辅助变量, 推导了基于拉格朗日描述的弹塑性区内砂土体积和有效应力的一阶偏微分方程组, 在此基础上结合弹塑性区的边界条件和柱孔扩张弹性解, 建立了饱和砂中的排水柱孔扩张半解析解。结果表明, CASM 可以通过改变应力状态参数 n 和间距比 r 的值使砂的屈服面形状发生改变, 进而使文中解答能够用于不同类型饱和砂中的排水柱孔扩张计算, 其中 n 、 r 值越大, 松砂初次屈服时的偏应力和后续砂中的扩孔压力越大, 但中密、密实砂土中的情况与松砂完全相反。极限扩孔压力随砂土初始状态参数的减小而增大, 相应的砂土体积也从一直剪缩变为先剪胀后剪缩, 弹塑性区半径先减小后增大, 硬化行为从一直硬化变为先软化后硬化。静止侧压力系数增大时, 极限扩孔压力也增大, 但对砂的体积变化规律影响不大。本研究可为相关岩土工程问题分析提供可靠理论支持。

关键词: 柱孔扩张; 砂土; 统一状态参数模型; 屈服面形状; 拉格朗日描述

中图分类号: TU473

文献标志码: A

文章编号: 1000-3665(2023)06-0099-13

An analysis of cylindrical cavity expansion in sand based on a unified state parameter model

LIU Guanfei^{1,2}, LEI Shengyou¹

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China;

2. China 19th Metallurgical Corporation, Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract: The current studies of the cylindrical cavity expansion in sand still lack a deeper analysis for the results obtained in sands with different initial states. In addition, most of previous studies have not considered the influence of the shape of yield surface of sand, which made their results difficult to be popularized in different types of sand. In order to obtain a general solution to expansion of cylindrical cavity in sand under the drained condition, a unified state parameter model - clay and sand model (CASM) with Rowe's stress-dilatancy relation is used to describe the characteristics of elastic-plastic deformation of sand. By employing that large strain occurs in sand and introducing an auxiliary variable, several partial differential equations to calculate the effective stress and specific volume of sand in the elastoplastic zone are derived on the basis of the Lagrangian description. Under the elastic-plastic boundary conditions and the elastic solution of cylindrical cavity expansion, a semi-analytical

收稿日期: 2022-10-19; 修订日期: 2023-02-13

投稿网址: www.swdzcgdz.com

基金项目: 国家自然科学基金项目(59479017); 铁道部科技研究开发项目(2010G003-F)

第一作者: 刘贯飞(1989-), 男, 博士研究生, 主要从事土力学与深基础承载力的研究工作。E-mail: lguanfei89@chd.edu.cn

通讯作者: 雷胜友(1965-), 男, 教授, 博士, 主要从事土力学、加筋土强度等方面的研究工作。E-mail: rongrong11085310@sina.com

solution for drained cylindrical cavity expansion in sand is obtained by solving the governing equations numerically. The results show that the solution of cylindrical cavity expansion established in this paper can be used in many types of sand by changing the values of stress-state parameter n and spacing ratio r^* to select an appropriate shape of yield surface of sand, and the greater the values of n , r^* are, the greater the initial yield deviatoric stress of loose sand and the subsequent expansion pressure, but these situations will reverse in medium dense and dense sand. The ultimate expansion pressure increases with the decreasing initial state parameter of the sand, and together with the volume variation rule of sand changes from always contraction into dilatation first and then contraction, the radius of the elastic-plastic zone decreases first and then increases, and the hardening response of sand changes from always hardening into softening first and then hardening. The ultimate expansion pressure increases with the increasing coefficient of earth pressure at rest of sand, but the volume change law of sand has little change. This study provides a reliable theoretical support for the analysis of related geotechnical engineering problem.

Keywords: cylindrical cavity expansion; sand; unified state parameter model; the shape of yield surface; Lagrangian description

孔的扩张理论是岩土工程中的一个经典课题,因其形式简单、力学原理明确的优点,在桩基承载力^[1-3]、静力触探^[4-5]和旁压试验^[6]分析中得到了广泛应用。为了合理描述材料弹塑性变形和剪切破坏等力学行为,临界状态模型近年来被广泛用于圆孔扩张的解答。例如 Collins 等^[7]、Cao 等^[8]分别使用原始剑桥(original Cam clay, OCC)模型和修正剑桥(modified Cam clay, MCC)模型,推导了饱和黏土中不排水圆孔扩张的近似解析解;Chen 等^[9]使用大应变理论和拉格朗日分析法,基于 MCC 模型推导了初始应力各向异性条件下的饱和土中排水柱孔扩张半解析解;李镜培等^[10]、Liu 等^[11]、Castro 等^[12]分别考虑 SMP 屈服准则、土的结构性和自然堆积各向异性等特点,采用类似 Chen 等^[9]的方法,推导了不同情况下的饱和土中不排水或排水柱孔扩张解答。以上基于剑桥模型或改进型剑桥模型建立的饱和土中圆孔扩张解答,对孔扩张理论的发展具有较大的理论意义。然而,由于剑桥模型所用的相关流动法则和形状固定的屈服面形式(OCC 模型为子弹头形, MCC 模型为椭圆形)^[13-14],导致其仅对正常固结和弱超固结饱和黏土具有较好的适用性,但不能准确模拟密砂的剪胀变形和松砂不排水剪切时加载初期的峰值偏应力^[15-16],因此,上述柱孔扩张解答均不适用于砂土。

为了分析饱和砂中的柱(球)孔扩张力学过程,一些学者有针对性地使用砂土类本构模型来描述砂的弹塑性变形特点。例如李林等^[17]使用 Yao 等^[18]提出的砂土临界状态模型推导了剪胀性砂土中的球孔排水扩张半解析解;Su 等^[19]使用一个剪胀依赖状态的边界

面模型推导了饱和砂中柱孔排水扩张半解析解;武孝天等^[20]基于 CSUH 模型推导了同时适用于饱和黏土和砂土的柱孔不排水扩张解答。上述针对饱和砂的柱孔或球孔扩张解答分别考虑了密砂剪胀、松砂液化、砂土相对密度和静止侧压力系数等因素的影响,但忽略了饱和砂屈服面形状因素的影响,进而使以上解答尽管可以合理反映某一特定类别砂土在圆孔扩张时的剪切变形,但无法推广至其他类别砂土。

研究表明,与黏土不同,砂土的屈服面形状通常不是固定的,而是要随土质情况的不同不断发生改变^[15, 21-22]。统一状态参数模型(clay and sand model, CASM)^[15]可以通过改变土的间距比 r^* 和应力状态参数 n 的取值,使砂的屈服面形状发生改变,进而可用于计算不同类型饱和砂中的排水柱孔扩张力学过程。基于此,本文选择使用 CASM 和 Rowe 剪胀方程^[23]来描述砂土的弹塑性变形,通过引入辅助变量,使用拉格朗日分析法建立饱和砂中的排水柱孔扩张半解析解。

1 问题描述和本构模型介绍

1.1 柱孔扩张过程描述

如图 1 所示,无限均质饱和砂具有初始竖向应力(σ'_{v0})、水平应力($\sigma'_{h0} = K_0 \cdot \sigma'_{v0}$)和孔隙水压力(u_0),以及体积(v_0)。假设砂中有一柱孔在孔壁压力的作用下发生排水扩张,当孔壁应力从 σ'_{h0} 增大到 σ'_a 时,柱孔孔径从 a_0 扩张至 a 。在此过程中,孔壁处砂土最先屈服,之后随着砂土屈服区域越来越大,孔周围逐渐形成内侧为已屈服的弹塑性区和外侧未屈服的弹性区,

弹塑性区的半径假定为 r_p 。由于砂的渗透系数较大, 一般认为饱和砂中的柱孔扩张属严格排水的情况。针对孔周某一砂颗粒的应力变化, 在上述扩孔过程中, 砂颗粒从其初始位置 r_{x0} 移动到了 r_x , 其中 x 为柱坐标系的 x 轴方向, 应力状态从 $(\sigma'_{h0}, \sigma'_{h0}, \sigma'_{v0})$ 变为 $(\sigma'_r, \sigma'_\theta, \sigma'_z)$, 其中, σ'_r 、 σ'_θ 和 σ'_z 分别表示砂的径向、环向和竖向有效应力, 砂的体积从 v_0 变为 v 。

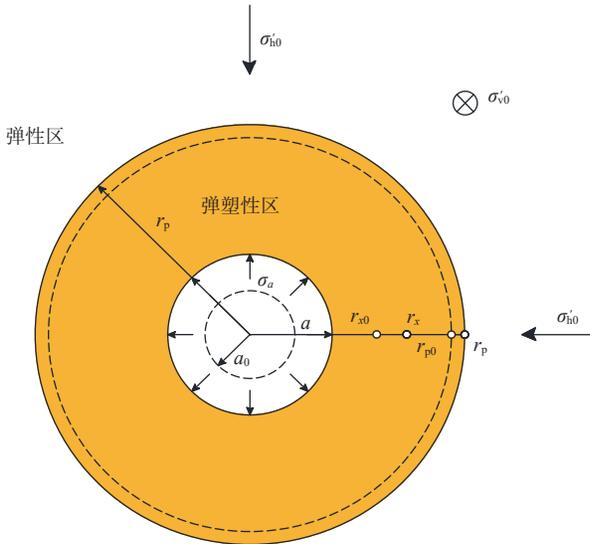


图 1 砂中排水柱孔扩张示意
Fig. 1 Schematic diagram of drained cylindrical cavity expansion in sand

将柱孔扩张视为平面应变过程, 在柱坐标系中建立土的应力平衡方程。严格排水条件下扩孔时, 饱和砂的孔隙水压力不发生改变, 故应力平衡方程可以写为:

$$\frac{d\sigma'_r}{dr} + \frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{r} = 0 \quad (1)$$

式中: d ——物理量的空间导数(欧拉描述), 下同;
 r ——砂颗粒的径向位置/m。

1.2 CASM

如图 2 所示, 根据 Been 等^[24] 的研究, 砂的状态参数 ψ 的定义为 $v-\ln p'$ 平面内饱和砂当前状态与临界状态线(critical state line, CSL)之间的差值, 表达式为:

$$\psi = v + \lambda \ln(p') - \Gamma \quad (2)$$

式中: λ ——CSL 线的斜率;

p' ——砂的平均有效应力/kPa, $p' = (\sigma'_r + \sigma'_\theta + \sigma'_z)/3$;

Γ —— $p' = 1$ kPa 时砂的临界体积。

基于砂的状态参数概念和临界状态土力学理论, Yu^[15] 提出了一个能灵活描述黏性土和砂土受力变形特点的 CASM, 近年来被许多学者用于分析饱和土的

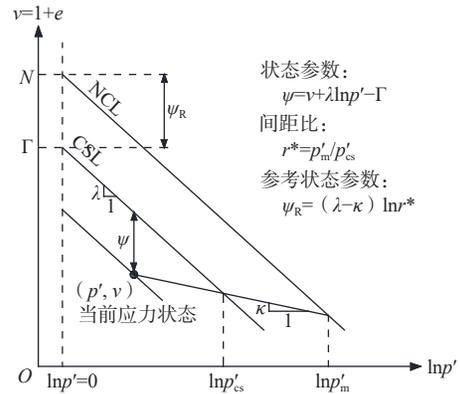


图 2 土体状态参数的描述

Fig. 2 Description of state parameter of soil

注: κ 为土体反弹曲线的斜率; 参数 r^* 表示硬化参数 p'_m 与临界状态平均有效应力 p'_{cs} 之间的比值; NCL 为正常固结线。

旁压试验、静力触探和桩基沉降等工程问题^[1,4,25-27]。CASM 的屈服面函数为:

$$F = \frac{q}{Mp'} - \left(1 - \frac{\psi}{\psi_R}\right)^{\frac{1}{n}} = 0 \quad (3)$$

或

$$F = \left(\frac{q}{Mp'}\right)^n + \frac{\ln(p'/p'_m)}{\ln(r^*)} = 0 \quad (4)$$

式中: ψ_R ——参考状态参数;

n ——应力状态参数;

p'_m ——砂的硬化参数/kPa;

M ——破坏应力比;

r^* ——间距比参数;

q ——砂的偏应力/kPa,

$$q = \sqrt{[(\sigma'_r - \sigma'_\theta)^2 + (\sigma'_\theta - \sigma'_z)^2 + (\sigma'_r - \sigma'_z)^2]}$$

如图 2、图 3 所示, 参数 n 控制着饱和土的屈服面形状, 参数 r^* 控制着正常固结线(normal consolidation line, NCL)与 CSL 线之间的竖向距离。

CASM 一般使用非相关联流动法则, 本文选择基

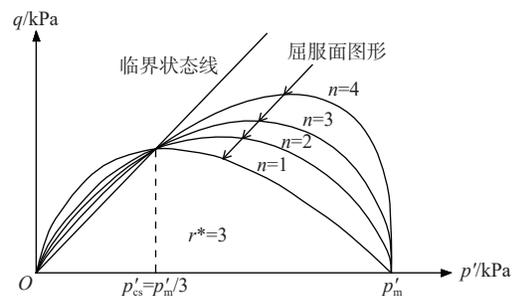


图 3 不同 n 值情况下的 CASM 模型屈服面形状

Fig. 3 Yield surface shape of CASM with different n values

于 Rowe 剪胀方程^[23]的塑性势函数来描述土的受力变形方向,表达式为:

$$G = 3M \ln\left(\frac{p'}{\beta}\right) + (3 + 2M) \ln\left(3 + \frac{2q}{p'}\right) - (3 - M) \ln\left(3 - \frac{q}{p'}\right) \quad (5)$$

式中: β ——塑性势函数形状尺寸参数。

根据式(5),土的塑性应变增量计算式为:

$$D\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma'_{ij}} = \Lambda \left(\frac{\partial G}{\partial p'} \frac{\partial p'}{\partial \sigma'_{ij}} + \frac{\partial G}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma'_{ij}} \right) \quad (6)$$

式中: D ——物理量的物质导数(拉格朗日描述);

Λ ——塑性因子;

$D\varepsilon_{ij}^p$ ——用张量表示的塑性应变增量。

根据各向同性体积硬化规则,得到

$$Dp'_m = \frac{vp'_m}{\lambda - \kappa} D\varepsilon_p^p = \frac{vp'_m}{\lambda - \kappa} \Lambda \frac{\partial G}{\partial p'} \quad (7)$$

式中: ε_p^p ——砂的塑性体应变增量。

κ ——图 2 中土体压缩回弹线的斜率。

1.3 材料的本构关系

根据广义胡克定律,砂的弹性本构关系为:

$$D\varepsilon_{ij}^e = \frac{1 + \mu}{E} D\sigma'_{ij} - \frac{\mu}{E} D\sigma'_{mm} \delta_{ij} \quad (8)$$

式中: $D\varepsilon_{ij}^e$ ——用张量表示的弹性应变增量;

$D\sigma'_{ij}$ ——用张量表示的有效应力增量;

δ_{ij} ——克朗内克符号;

E ——弹性模量/kPa, $E = 3(1 - \mu)p'v_0/\kappa$;

μ ——泊松比。

根据砂土屈服面上的塑性一致性条件得到:

$$DF = \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} D\sigma'_{ij} + \frac{\partial F}{\partial p'_m} Dp'_m = 0 \quad (9)$$

将式(7)代入式(9),整理后可得到塑性因子 Λ 和塑性模量 H 计算式为:

$$\Lambda = - \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} d\sigma'_{ij}}{H}$$

$$H = - \frac{\frac{\partial F}{\partial p'_m} \cdot \frac{vp'_m}{\lambda - \kappa} \cdot \frac{\partial G}{\partial p'}}{\frac{\partial F}{\partial p'_m} = - \frac{1}{p'_m \ln(r^*)}}$$

$$\frac{\partial G}{\partial p'} = 3 \left(\frac{3 + 2M}{2q + 3p'} - \frac{3 - M}{3p' - q} \right)$$

在柱坐标系中建立砂的弹塑性应力应变关系式,

将式(6)与式(8)相加,整理后可得到 CASM 的弹塑性应力应变关系为:

$$D\varepsilon_i = \frac{1 + \mu}{E} D\sigma'_i - \frac{\mu}{E} Dp'_i + \frac{1}{H} \frac{\partial F}{\partial \sigma'_i} \frac{\partial G}{\partial \sigma'_j} D\sigma'_j \quad (10)$$

式中: $D\varepsilon_i$ ——柱坐标系 3 个主方向上砂的应变增量, $i = r, \theta, z$;

$D\sigma'_i$ (或 $D\sigma'_j$)——柱坐标系 3 个主方向上砂的应力增量, i 或 $j = r, \theta, z$;

式中其他物理量的计算式分别为:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma'_i} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{p' \ln r^*} - \frac{nq^n}{M^n p'^{n+1}} \right) + \frac{3(\sigma'_i - p')}{2q} \left(\frac{nq^{n-1}}{M^n p'^n} \right)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \sigma'_j} = \frac{3 + 2M}{2q + 3p'} - \frac{3 - M}{3p' - q} + \frac{3(\sigma'_j - p')}{2q} \left[\frac{2(3 + 2M)}{2q + 3p'} + \frac{3 - M}{3p' - q} \right]$$

2 砂中柱孔排水扩张半解析解

2.1 柱孔扩张弹性解

柱孔周围土体发生纯弹性变形时,由于变形量很小,可认为土的体积和平均有效应力不发生改变,根据式(8)和式(1)容易解得砂中柱孔扩张弹性解为^[9-12]:

$$\sigma'_r = \sigma'_{h0} + (\sigma'_{rp} - \sigma'_{h0}) \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 \quad (11a)$$

$$\sigma'_{\theta} = \sigma'_{h0} - (\sigma'_{rp} - \sigma'_{h0}) \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 \quad (11b)$$

$$\sigma'_z = \sigma'_{v0} \quad (11c)$$

$$u_{re} = \frac{\sigma'_{rp} - \sigma'_{h0}}{2G_0} \frac{r_p^2}{r} \quad (11d)$$

式中: σ'_{rp} ——弹塑性区交界处砂的径向有效应力/kPa;

r_p ——弹塑性区的半径/m;

u_{re} ——弹性区内砂的径向位移/m;

G_0 ——剪切模量/kPa, $G_0 = E/[2(1 + \mu)]$ 。

2.2 柱孔扩张弹塑性解

2.2.1 砂的有效应力和体积计算式

弹塑性区内的砂土发生大变形,用对数应变表示砂的径向应变(ε_r)和环向应变(ε_{θ}),表达式分别为^[9]:

$$\varepsilon_r = -\ln(dr/dr_0) \quad (12a)$$

$$\varepsilon_{\theta} = -\ln(r/r_0) \quad (12b)$$

柱孔扩张是平面应变问题,竖向应变 $\varepsilon_z = 0$, 体应变 $\varepsilon_v = \varepsilon_r + \varepsilon_{\theta} = -\ln(v/v_0)$, 因此 ε_r 也可表示为:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_v - \varepsilon_\theta = -\ln(v/v_0) - \ln(r/r_0) \quad (13)$$

孔周砂土的应变表达式(式 13、12b)和应力平衡方程(式 1)均为欧拉坐标描述, 而弹塑性应力应变关系(式 10)为拉格朗日坐标描述, 为便于推导, 需使用辅助变量将式(13)、式(12b)和式(1)也转化为用拉格朗日坐标描述的形式。

参考 Chen 等^[9]的方法, 引入辅助变量 ξ , 定义为:

$$\xi = \frac{u_{\text{tp}}}{r} = \frac{r-r_0}{r} \quad (14)$$

式中: u_{tp} ——弹塑性区内任一位置点处砂颗粒的径向位移/m。

将式(14)代入式(12b)、式(13), 可以得到:

$$\varepsilon_\theta = -\ln\left(\frac{r}{r_0}\right) = \ln\left(1 - \frac{r-r_0}{r}\right) = \ln(1-\xi) \quad (15a)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_v - \varepsilon_\theta = -\ln(v/v_0) - \ln(1-\xi) \quad (15b)$$

对式(15a)(15b)两边微分, 得到:

$$D\varepsilon_\theta = -\frac{D\xi}{1-\xi}, \quad D\varepsilon_r = -\frac{Dv}{v} - \frac{D\xi}{1-\xi}$$

将 $D\varepsilon_r$ 、 $D\varepsilon_\theta$ 和 $D\varepsilon_z = 0$ 代入式(10), 可解得:

$$\frac{D\sigma'_r}{D\xi} = -\frac{1}{\Psi} \left[\frac{c_{11}f}{v} + \frac{c_{12} - c_{11}}{1-\xi} \right] \quad (16a)$$

$$\frac{D\sigma'_\theta}{D\xi} = -\frac{1}{\Psi} \left[\frac{c_{21}f}{v} + \frac{c_{22} - c_{21}}{1-\xi} \right] \quad (16b)$$

$$\frac{D\sigma'_z}{D\xi} = -\frac{1}{\Psi} \left[\frac{c_{31}f}{v} + \frac{c_{32} - c_{31}}{1-\xi} \right] \quad (16c)$$

$$\frac{Dv}{D\xi} = f \quad (16d)$$

式中:

$$c_{11} = 1 - \mu^2 + Eh\mu b_2 a_\theta + Eh\mu a_2 b_\theta + Eha_2 b_z + Eha_\theta b_\theta;$$

$$c_{12} = -Eha_r(b_\theta + \mu b_z) + \mu(1 + \mu - Ehb_\theta a_z + Eha_z b_z);$$

$$c_{21} = -Eha_r(a_\theta + \mu a_z) + \mu(1 + \mu - Eha_\theta b_z + Eha_z b_z);$$

$$c_{22} = 1 - \mu^2 + Eha_r b_r + Eh\mu a_r b_z + Eh\mu b_r a_z + Eha_z b_z;$$

$$c_{31} = -Ehb_r(\mu a_\theta + a_z) + \mu(1 + \mu + Eha_\theta b_\theta - Ehb_\theta a_z);$$

$$c_{32} = \mu + \mu^2 + Eh\mu a_r b_r - Ehb_\theta a_z - Eh\mu a_r b_\theta - Eh\mu b_r a_z;$$

$$\Psi = \frac{1 + \mu}{E} \left[1 - \mu - 2\mu^2 + Eh(1 - \mu)(a_r b_r + a_\theta b_\theta + a_z b_z) + Eh\mu(a_\theta b_r + b_\theta a_r + a_z b_\theta + b_z a_\theta + a_z b_r + b_z a_r) \right]$$

β ——塑性势函数形状尺寸参数;

ε_p^v ——砂的塑性体应变增量。

式(16)所示的微分方程组有 5 个未知量(σ'_r 、 σ'_θ 、 σ'_z 、 v 、 f)和 4 个控制方程, 为了求解式(16), 还需增加

一个控制方程。

令 ξ 对 r 求导, 得到:

$$\frac{d\xi}{dr} = -\frac{1}{r} \left(\xi - \frac{du_{\text{tp}}}{dr} \right) \quad (17)$$

将式(17)代入式(1), 可以得到:

$$\frac{D\sigma'_r}{D\xi} \left(-\frac{1}{r} \left(\xi - \frac{du_{\text{tp}}}{dr} \right) \right) + \frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{r} = 0 \quad (18)$$

根据式(13a), 式(18)中的 du_{tp}/dr 可表示为:

$$\frac{du_{\text{tp}}}{dr} = 1 - e^{\varepsilon_r} \quad (19)$$

将式(15b)代入式(19), 而后将得到的 du_{tp}/dr 代入式(18), 之后联立式(16a)可以解得:

$$f = \frac{v\Psi}{c_{11}} \left(\frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{1 - \xi - v_0/[v(1-\xi)]} - \frac{c_{12} - c_{11}}{\Psi(1-\xi)} \right) \quad (20)$$

将式(20)代入式(16), 得到:

$$\frac{D\sigma'_r}{D\xi} = -\frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{N_1} \quad (21a)$$

$$\frac{D\sigma'_\theta}{D\xi} = -\frac{c_{21}}{c_{11}} \left(\frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{N_1} - \frac{c_{12} - c_{11}}{N_2} \right) - \frac{c_{22} - c_{21}}{N_2} \quad (21b)$$

$$\frac{D\sigma'_z}{D\xi} = -\frac{c_{31}}{c_{11}} \left(\frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{N_1} - \frac{c_{12} - c_{11}}{N_2} \right) - \frac{c_{32} - c_{31}}{N_2} \quad (21c)$$

$$\frac{Dv}{D\xi} = \frac{v\Psi}{c_{11}} \left(\frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{N_1} - \frac{c_{12} - c_{11}}{N_2} \right) \quad (21d)$$

其中, $N_1 = 1 - \xi - v_0/[v(1-\xi)]$, $N_2 = \Psi(1-\xi)$ 。

式(21)为弹塑性区内基于拉格朗日描述的砂土体积和有效应力求解方程组, 适用于弹塑性区内任意径向位置处的饱和砂土。结合初始条件 $\sigma'_r(\xi_p)$ 、 $\sigma'_\theta(\xi_p)$ 、 $\sigma'_z(\xi_p)$ 和 $v(\xi_p)$, 可计算得到不同 ξ 值情况下砂的 $\sigma'_r(\xi)$ 、 $\sigma'_\theta(\xi)$ 、 $\sigma'_z(\xi)$ 和 $v(\xi)$ 。 ξ 的取值范围为 $\xi_p \leq \xi \leq \xi_f$, ξ_p 对应砂颗粒刚开始发生塑性变形时的 ξ , ξ_f 对应砂颗粒扩孔结束时的 ξ 。

2.2.2 边界条件

对于正常固结砂, 砂的初始应力状态即为其发生弹塑性变形的起始条件, $\sigma'_r(\xi_p) = \sigma'_\theta(\xi_p) = \sigma'_{h0}$ 、 $\sigma'_z(\xi_p) = \sigma'_{v0}$ 、 $v(\xi_p) = v_0$ 。对于超固结砂, 根据式(4)、式(11)和偏应力 q 的定义, 可以解得:

$$\sigma'_\theta(\xi_p) = \sigma'_{h0} - \sqrt{\frac{1}{3} \left((q(\xi_p))^2 - (\sigma'_{h0} - \sigma'_{v0})^2 \right)} \quad (22a)$$

$$\sigma'_r(\xi_p) = \sigma'_{h0} + \sqrt{\frac{1}{3} \left((q(\xi_p))^2 - (\sigma'_{h0} - \sigma'_{v0})^2 \right)} \quad (22b)$$

$$\sigma'_z(\xi_p) = \sigma'_{v0} \quad (22c)$$

$$v(\xi_p) = v_0 \tag{22d}$$

$$\xi_p = \left(\frac{u_r}{r}\right)_{r=r_p} = \frac{\sigma'_r(\xi_p) - \sigma'_{h0}}{2G_0} \tag{22e}$$

$$q(\xi_p) = Mp'_0 \left[\frac{\ln(Rp'_{m0}/p'_0)}{\ln(r^*)} \right]^{\frac{1}{n}} = Mp'_0 \left[1 - \frac{\psi_0}{\psi_R} \right]^{\frac{1}{n}} \tag{23}$$

式中: $q(\xi_p)$ ——砂的初始屈服偏应力/kPa。

R ——砂土的超固结比, $R = p'_c/p'_{m0}$;

p'_c ——砂的历史最大硬化参数/kPa。

$$p'_c = r^* p'_0 \exp\left(-\frac{\psi_0}{\lambda - \kappa}\right) \tag{24}$$

式中: p'_{m0} ——砂土在当前应力状态对应的虚拟硬化参数/kPa,

$$p'_{m0} = p'_0 \exp\left(\ln r^* \left(\frac{q_0}{Mp'_0}\right)^n\right) \tag{25}$$

2.2.3 计算结果的转换

由式(21)解得的 σ'_r 、 σ'_θ 、 σ'_z 均是关于辅助变量 ξ 的拉格朗日描述。为便于分析, 还将计算结果转换为关于孔周径向坐标 r 的欧拉描述, 根据式(15b)(17)(19)可得:

$$\frac{dr}{r} = \frac{d\xi}{1 - \xi - v_0/[v(\xi)(1 - \xi)]} \tag{26}$$

式中: dr ——弹塑性区内相邻 2 个砂土颗粒之间的径向距离/m。

从 ξ_p 到 ξ 对式(26)积分, 可以得到欧拉坐标 r 与拉格朗日坐标 ξ 之间的对应关系为:

$$\frac{r}{a} = \exp\left\{ \int_{\xi_a}^{\xi} \frac{d\xi}{1 - \xi - v_0/[v(\xi)(1 - \xi)]} \right\} \tag{27}$$

式中: ξ_a ——孔壁处的 ξ 值。

从 ξ_p 到 ξ_a 对式(26)积分, 可得到孔周的弹塑性区半径 r_p 为:

$$\frac{r_p}{a} = \exp\left\{ \int_{\xi_a}^{\xi_p} \frac{d\xi}{1 - \xi - v_0/[v(\xi)(1 - \xi)]} \right\} \tag{28}$$

在式(14)中, 令 $r = a$ 、 $r_0 = a_0$, 变化后可得到 ξ 与实时孔径 a 之间的关系为:

$$a = a_0/(1 - \xi) \tag{29}$$

3 参数分析

假设柱孔初始孔径 $a_0 = 0.01$ m, 下同; 使用 R 语言编写程序计算饱和砂中的排水柱孔扩张力学过程。根据砂的初始应力状态, 首先使用 2.2.2 节中所述办法计算砂初始屈服时的 $\sigma'_r(\xi_p)$ 、 $\sigma'_\theta(\xi_p)$ 、 $\sigma'_z(\xi_p)$ 、 $v(\xi_p)$ 和 ξ_p ;

之后使用四阶龙格库塔算法求解式(21), 并且用式(26)~(29)对所得结果进行转化; 最后结合由式(11)所得的弹性区内的应力解答, 给出完整的砂中柱孔扩张解答。

以 Ticino 砂为例, 分析屈服面形状参数 n 、 r^* , 初始状态参数 ψ_0 和静止侧压力系数 K_0 对砂中排水柱孔扩张结果的影响。根据 Yu^[15], Ticino 砂的临界状态参数为 $\Gamma = 1.986$, $\lambda = 0.024$, $\kappa = 0.008$, $\mu = 0.3$, $M = 1.29$, $\varphi'_{cs} = 32^\circ$; 实验室测得砂的最大孔隙比 e_{max} 和最小孔隙比 e_{min} 分别为 0.89 和 0.60^[28]; 另外, 下文无特殊说明时, 饱和砂的静止侧压力系数取 $K_0 = 1 - \sin\varphi'_{cs} = 0.47$, $\sigma'_{v0} = 200$ kPa, $n = 2$, $r^* = 108.6$ 。

3.1 初始状态参数 ψ_0

针对多种不同初始状态参数 ψ_0 的 Ticino 砂, 取 $n = 2$ 、 $r^* = 108.6$ 、 $\sigma'_{v0} = 200$ kPa, 用文中方法计算不同 ψ_0 值饱和砂中柱孔扩张时砂的力学指标变化, 所得结果如图 4、图 5 所示。

由图 4(a)可知, 5 种不同 ψ_0 值情况下扩孔所得 σ'_a/σ'_{z0} 均随 a/a_0 的增大而增大, 当 $1 < a/a_0 < 2$ 时, σ'_a/σ'_{z0} 增大的较快, 之后越来越慢并且在 $a/a_0 = 4$ 以后达到稳定; ψ_0 越小, 砂土越密实, 同样扩孔半径 a/a_0 时的 σ'_a/σ'_{z0} 越大。

由图 4(b)可知, 当 $\psi_0 = 0.044 6$ 时, 饱和砂在扩孔过程中一直剪缩并逐渐靠近临界状态线; 当 $\psi_0 = 0$ 时, 砂的剪缩过程为先远离临界状态线而后再逐渐靠近后者; 当 $\psi_0 = -0.1, -0.2, -0.3$ 时, 砂土在剪切初期会发生剪胀, 这是密实砂土受剪时的砂颗粒错位引起的, 并且 ψ_0 越小, 砂的剪胀量越大, 而当体积路径越过临界状态线后, 初始的中密砂和密砂此时已近似达到了临界状态, 在后续扩孔过程中, 体积路径为紧贴临界状态线发生剪缩。扩孔结束时, 砂的体积 v 随 ψ_0 的减小而减小, 对应的 p' 随 ψ_0 的减小而增大。另外, 在图 4(b)中, 5 种砂的初始孔隙比分布为 0.57 ~ 0.91, 这覆盖了大多数的 Ticino 砂天然孔隙比^[28]。

如图 4(c)所示, 针对 6 种饱和砂, 用于表示砂土屈服面大小的硬化参数 p'_m 在扩孔过程中均发生了较大变化。当 $\psi_0 = 0.044 6$ 和 0.02 时, p'_m 随 a/a_0 的增大而增大, 说明这 2 种砂土在扩孔过程中一直在硬化; 当 $\psi_0 = 0, -0.1, -0.2, -0.3$ 时, p'_m 随 a/a_0 的增大先减小后增大, 说明这 4 种砂土在扩孔过程中先软化而后再硬化。

如图 4(d)所示, 不同情况下的 r_p/a 均随 a/a_0 的增大而增大, 增速先快后慢, 并且在 $a/a_0 = 6$ 以后几乎不

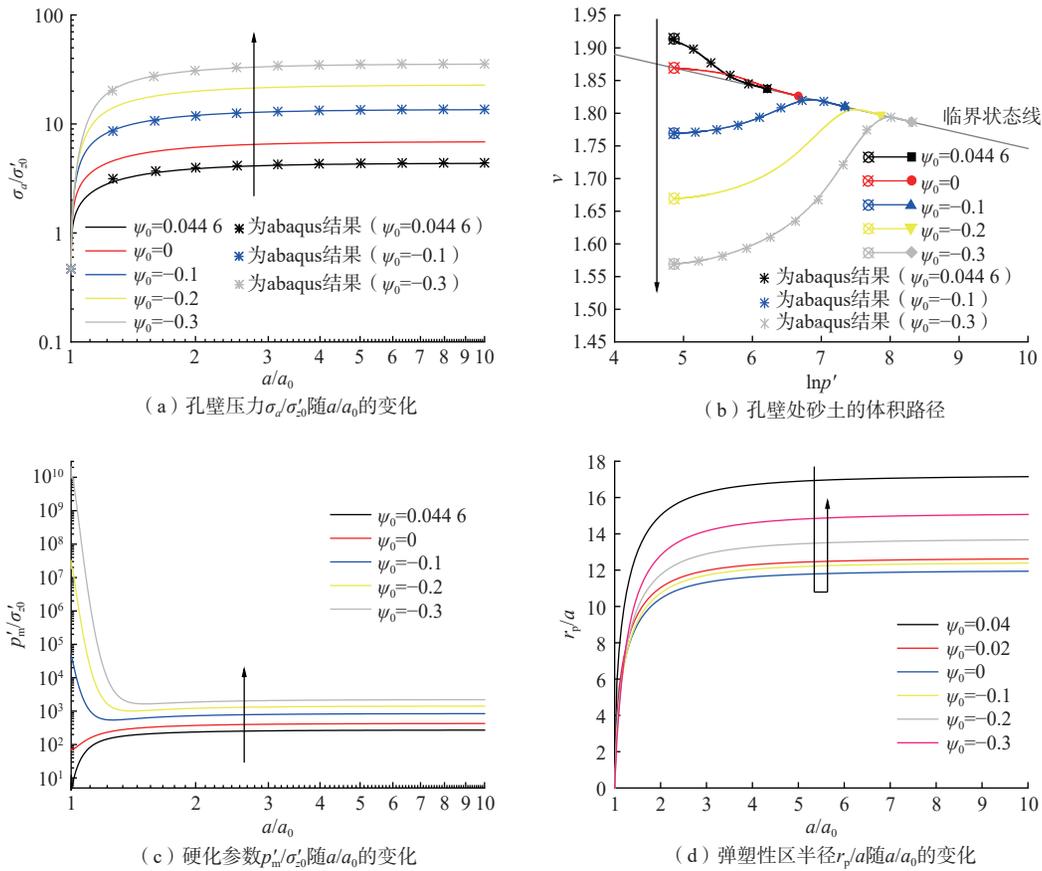


图 4 ψ_0 值对 Ticino 砂中柱孔扩张结果的影响

Fig. 4 Effects of ψ_0 value on the expansion results of cylindrical cavity in Ticino sand

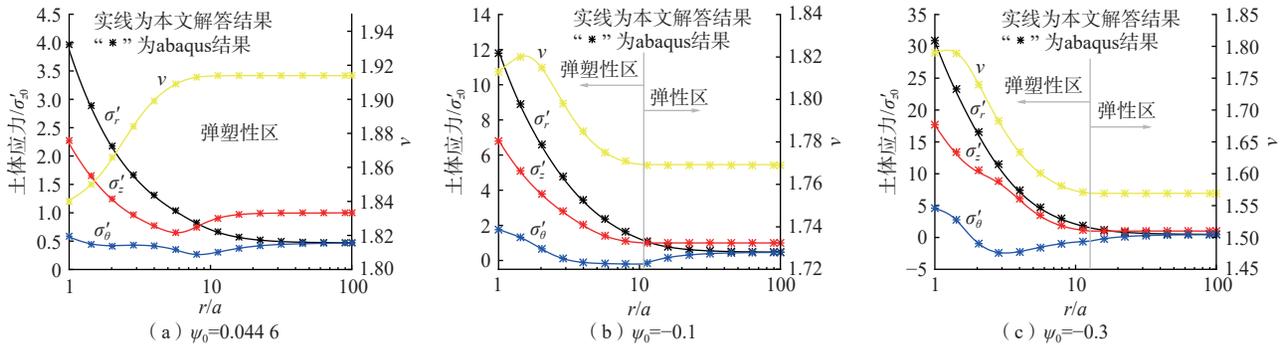


图 5 $a/a_0 = 2$ 时孔周的径向、环向、竖向有效应力分布

Fig. 5 Distributions of radial, tangential and vertical stresses and specific volume around the cavity when $a/a_0 = 2$

再变化。当 ψ_0 从 0.04 降低到 0 时, 最终的 r_p/a 随 ψ_0 的减小而减小, 而后当 ψ_0 从 0 降低到 -0.3 时, r_p/a 又随 ψ_0 的减小而增大。这是因为当 $\psi_0 \geq 0$ 时, ψ_0 越大, 砂土越易在低应力时屈服, 进而弹塑性区的面积越大; 而当 $\psi_0 < 0$ 时, ψ_0 越小, 扩孔时砂的剪胀量越大, 弹塑性性区的面积越大。

图 5 给出了 3 种 Ticino 砂中柱孔排水扩张 $a/a_0 = 2$ 时, 孔周砂土的径向、环向、竖向有效应力 (σ'_r 、 σ'_θ 、 σ'_z) 和体积 (v) 的分布。可以看到, 3 种砂的 σ'_r 、 σ'_θ 和

σ'_z 在孔壁附近均随 r/a 的增大而减小, 说明砂土未达到临界状态。当 $\psi_0 = 0.0446$ 时, 扩孔以后的孔周只有弹塑性区, 联立式 (23)(24) 可知, 此时砂土的初始状态对应为正常固结土, 其从扩孔一开始即发生弹塑性变形^[9]; 当 $\psi_0 = -0.1$ 和 -0.3 时, 扩孔以后的孔周可分为弹塑性区和弹性区 2 个区。 σ'_r 和 σ'_z 在弹塑性区内随 r/a 的增大快速减小, 而 σ'_θ 的变化相对较小, 这是因为柱孔扩张时的孔周土体会因为环向受拉而进入主动状态, 进而引起了 σ'_θ 的减小; 同时, 因为砂中超孔隙水

压力的完全消散,土中应力向砂颗粒转移,这也会引起 σ'_r 、 σ'_θ 和 σ'_z 发生相应的改变。弹性区内的砂土体积不发生变化,在弹塑性区内,松砂($\psi_0 = 0.0446$)均发生了剪缩,最终的砂土体积随 r/a 的增大而增大,中密砂($\psi_0 = -0.1$)和密砂($\psi_0 = -0.3$)在扩孔过程中先剪胀后剪缩,最终砂土的体积随 r/a 的增大先增大后减小。

为了验证文中方法所得结果的合理性与正确性。使用 abaqus 软件对 $\psi_0 = 0.0446$ 、 -0.1 和 -0.3 的 Ticino 砂中柱孔扩张力学过程进行了计算。为了能够在 abaqus 软件中使用 CASM 模型同时又便于程序实现,基于显示积分法^[27]编写了相应的 umat 子程序。在轴对称坐标系中建立有限元模型,柱孔初始孔径 $a_0 = 0.01$ m,模型的径向最大计算区域(右边界)取 $400a_0$ 来消除边界效应,采用长方形网格,网格仅在靠近孔壁处加密以

节约计算时间,采用 CAX8RP 单元。柱孔扩张分为初始、地应力平衡和扩孔 3 个分析步,其中在扩孔分析步中对左边界施加径向位移增量 $9a_0$,同时将右边界设为排水条件,扩孔分析步的时间取 1,砂的渗透系数取 0.01 m/s。图 4(a)、4(b)和图 5 中给出了使用 abaqus 软件所得结果与本文结果的对比,可以看到,本文方法针对上述 3 种饱和砂中柱孔扩张的计算结果与 abaqus 软件所得是非常接近的。

3.2 应力状态参数 n 和间距比 r^*

针对 $\psi_0 = 0.02$ 、 -0.1 和 -0.3 的 3 种 Ticino 砂,取 $n = 1, 2, 3, 4$, $r^* = 108.6$,用文中方法计算得到不同 n 值情况下砂中排水柱孔扩张结果,如图 6、图 7 所示;取 $r^* = 10, 108.6, 1000, 10000$, $n = 2$,用本文方法计算得到不同 r^* 值时的砂中柱孔扩张结果,如图 8、图 9 所示。

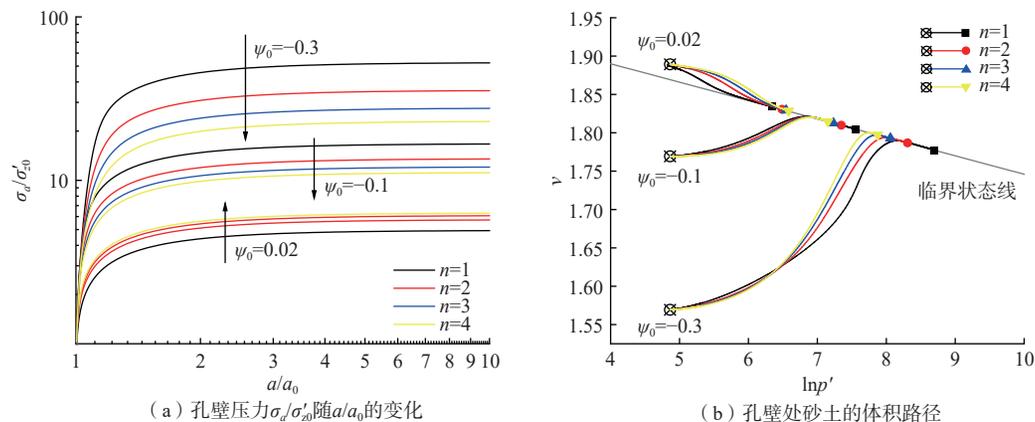


图 6 n 值对 Ticino 砂中柱孔扩张结果的影响 ($r^*=108.6$)
 Fig. 6 Effects of n value on the expansion results of cylindrical cavity in Ticino sand ($r^*=108.6$)

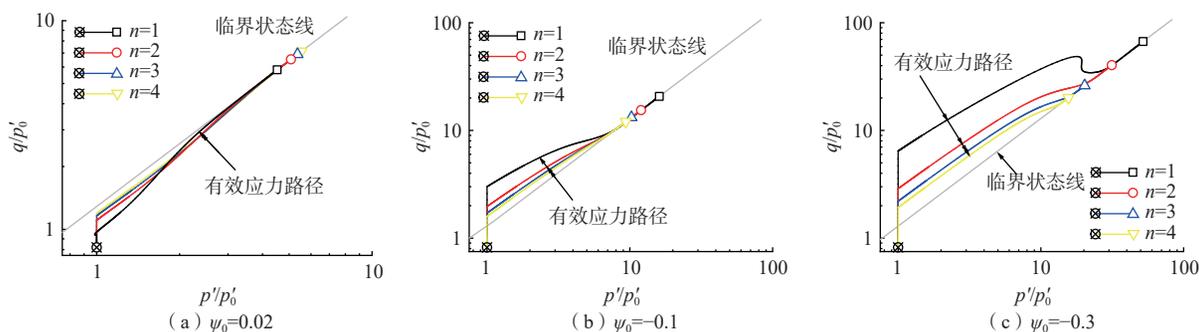


图 7 不同 n 值时孔壁处砂土的 p' - q 应力路径 ($r^*=108.6$)
 Fig. 7 Stress path of sand at cavity wall in p' - q space for different n values ($r^*=108.6$)

图 6(a)和图 8(a)分别给出了不同 n 值和不同 r^* 值情况下柱孔扩张所得 σ_a/σ'_{z0} 随 a/a_0 的变化。可以看到,对于上述 3 种 Ticino 砂,改变 n 、 r^* 的取值对扩孔时的 σ_a/σ'_{z0} 均有较大影响,而且单独改变 n 和 r^* 的值对所得 σ_a/σ'_{z0} 值的影响规律是相似的。对于同样的 a/a_0 ,

当 $\psi_0 = 0.02$ 时, σ_a/σ'_{z0} 随 n 、 r^* 的增大而增大;当 $\psi_0 = -0.1$ 和 -0.3 时, σ_a/σ'_{z0} 随 n 、 r^* 的增大而减小; ψ_0 越小,砂土越密实,改变 n 、 r^* 的取值对所得 σ_a/σ'_{z0} 的值影响越大。

图 6(b)和图 8(b)分别给出了不同 n 值和不同 r^*

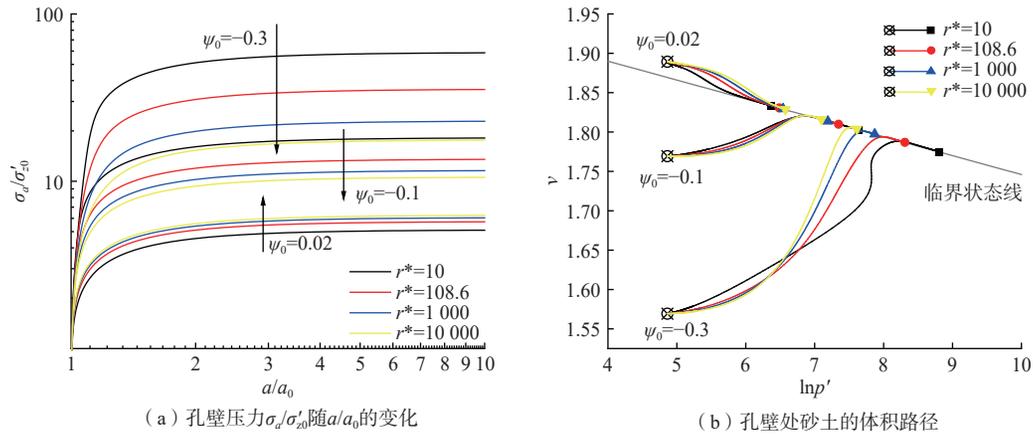


图 8 r^* 值对 Ticino 砂中柱孔扩张结果的影响 ($n=2$)
 Fig. 8 The effects of r^* value on the expansion results cylindrical cavity in Ticino sand ($n=2$)

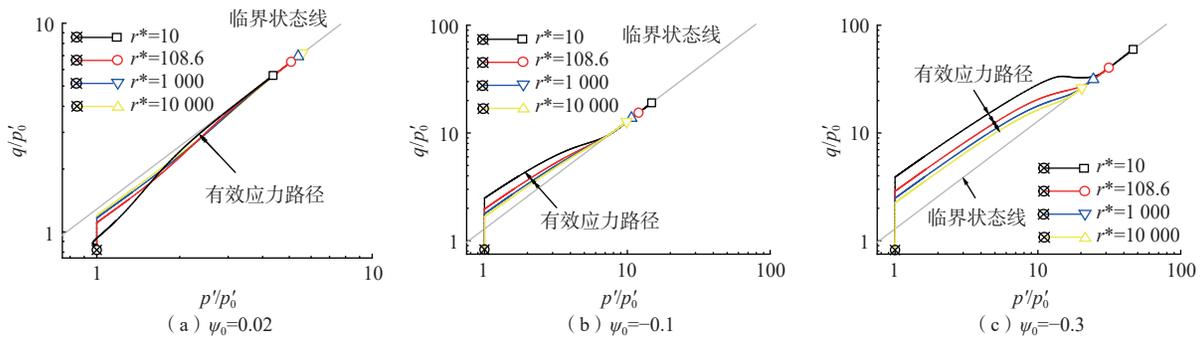


图 9 不同 r^* 值时孔壁处砂土的 p' - q 应力路径 ($n=2$)
 Fig. 9 Stress path of sand at cavity wall in p' - q space for different r^* values ($n=2$)

值饱和砂中排水柱孔扩张时孔壁处砂土的体积路径。如图所示,对于每一种 Ticino 砂, n 、 r^* 的不同取值使饱和砂具有不同的体积路径。当 $\psi_0 = 0.02$ 时,不同 n 、 r^* 值时的饱和砂在柱孔扩张时一直处于剪缩状态,砂的状态参数 ψ 在此过程中不断减小,直至无限接近于 0; n 、 r^* 值越小,饱和砂在低 p' 时的剪缩量越大,进而使砂土可以在低应力条件下近似达到临界状态,扩孔至 $a/a_0 = 10$ 时,砂土体积 v 随 n 、 r^* 的增大而减小,对应的 p' 随 n 、 r^* 增大而增大。当 $\psi_0 = -0.1$ 和 -0.3 时,不同 n 、 r^* 值时的饱和砂在柱孔扩张时表现为先剪胀,而后在其体积路径越过临界状态线后紧贴后者不断剪缩,状态参数 ψ 在扩孔过程中先增大至稍大于 0,而后再不断减小; n 、 r^* 值越小,饱和砂在低 p' 时的剪胀量越大,但随着 p' 的增加,剪胀量的增加幅度不断减小,进而导致总的剪胀量与 n 、 r^* 值较大时的相等甚至被后者超越;在砂的剪缩阶段, n 、 r^* 值越小,剪缩量越大,相应 p' 增大的也越多,扩孔至 $a/a_0 = 10$ 时,砂的体积 v 随 n 、 r^* 的增大而增大,对应的 p' 随 n 、 r^* 的增大而减小。

3 种 Ticino 砂中排水柱孔扩张时,不同 n 值和不同 r^* 值情况下孔壁处砂土的 p' - q 应力路径分别如图 7、图 9 所示。可以看到,对于每一种 Ticino 砂, n 、 r^* 的不同取值使砂土具有不同的应力路径,而且单独改变 n 和 r^* 的值对应力路径的影响规律是相似的。3 种 Ticino 砂的 p' - q 应力路径初始阶段均为一条向上的竖线, p' 不变, q 一直增大,说明此时砂土发生了纯弹性变形。当 $\psi_0 = 0.02$ 时,不同 n 、 r^* 值情况下的砂土初始屈服偏应力均位于临界状态线以下,之后的弹塑性变形应力路径从临界状态线的下方逐渐接近后者,并且 p' 、 q 一直增大;当 $\psi_0 = -0.1$ 和 -0.3 时,不同 n 、 r^* 值时的砂土初始屈服偏应力均位于临界状态线上方,后继的弹塑性变形应力路径从临界状态线的上方逐渐接近并越过后者,之后再紧贴后者不断上升,在此过程中,砂的 p' 、 q 值总体上也一直增大,但 $\psi_0 = -0.3$ 时的砂土在 $n = 1$ 、 $r^* = 108.6$ 和 $n = 2$ 、 $r^* = 10$ 两种情况下会因为剪切初期的偏应力 q 过大,造成应力路径在越过临界状态线之前的 q 值保持不变或者先减小而后再保持不变。另外,结合式(3)、式(23)可知,当 $\psi_0 = 0.02$ 时,

n 、 r^* 值越小,砂的初始屈服偏应力越小,但在 $\eta = q/p'$ 不断增大至 M 的过程中,同样 ψ 条件下的 η 变化得越快,这导致砂土能够较早地近似达到临界状态,进而最终的 p' 、 q 随 n 或 r^* 的增大而增大。当 $\psi_0 = -0.1$ 和 -0.3 时, n 、 r^* 值越小,砂的初始屈服偏应力越大,但同样 ψ 条件下的 η 减小得越慢,因而最终的 p' 、 q 随 n

或 r^* 的增大而减小。

图 10 给出了不同 n 、 r^* 值情况下 Ticino 砂的屈服面形状。可以看到,通过改变参数 n 、 r^* 的取值, CASM 模型可以拟合许多不同形状的砂土屈服面函数,进而使文中方法可用于计算不同类型饱和砂中的柱孔排水扩张力学过程。

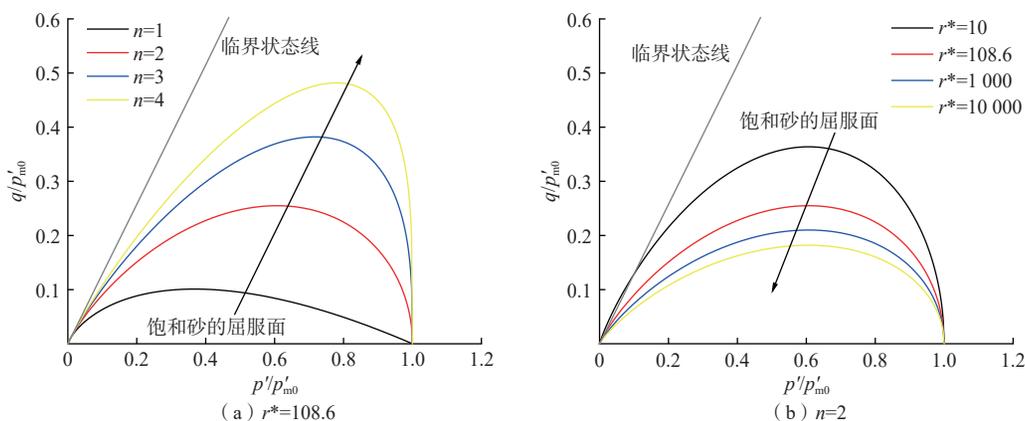


图 10 不同 n 值或 r^* 值时 Ticino 砂的屈服面形状

Fig. 10 Shape of yield surface of the Ticino sand for different n values

3.3 静止侧压力系数 K_0

针对 $\psi_0 = 0.02$ 、 -0.1 和 -0.3 的 3 种 Ticino 砂,取 $K_0 = 0.4$ 、 0.6 、 0.8 和 1.0 , $\sigma'_{z0} = 200$ kPa,分析 K_0 变化对砂中柱孔扩张结果的影响,计算结果如图 11 所示。

如图 11(a)所示,对于 3 种 Ticino 砂,同样 a/a_0 时的 σ'_a/σ'_{z0} 均随 K_0 的增大而增大,并且 ψ_0 越小,砂土越密实,改变 K_0 取值对所得 σ'_a/σ'_{z0} 值的影响越大。如图 11(b)所示,当 ψ_0 值相同时,同样 σ'_{z0} 条件下的砂土初始体积随 K_0 的增大而减小,对应的 p'_0 随 K_0 的增大而增大;然而,尽管不同 K_0 值条件下砂土初始的 v 和 p'_0 值不同,后续的体积路径发展规律却是几乎相同,最终体积 v

也随 K_0 的增大而减小,对应的 p' 随 K_0 的增大而增大。

4 实例应用

使用 Salden 等^[29] 在 Nerlerk 砂中的静力触探刺入试验对文中方法的可靠性进行验证。场地内砂土均位于海平面以下,分布厚度为 14 ~ 18 m,有效重度(γ)均值为 10.05 kN/m³,相对密度(D_r)为 40.0% ~ 58.6%。根据文献 [30], Nerlerk 砂的有效内摩擦角(φ'_{cs})为 30°,计算可知 $M = 1.2$,压缩系数 $C_c = 0.04$,换算得到 $\lambda = 0.0174$;砂的 e_{max} 和 e_{min} 分别为 0.88 和 0.62,将 $p' = 1$ kPa 时砂的临界孔隙比取为 e_{max} ,计算可知,场地内饱和砂的初

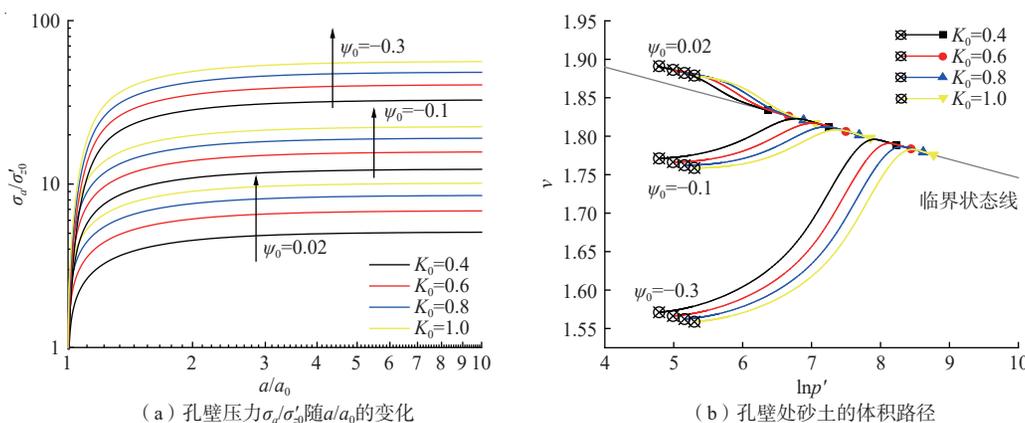


图 11 K_0 值对 Ticino 砂中柱孔扩张结果的影响

Fig. 11 Effects of K_0 value on the expansion results of cylindrical cavity in Ticino sand

始状态参数 ψ_0 为 $-0.120 \sim -0.028$; 静止侧压力系数取 $K_0 = 1 - \sin\varphi'_{cs} = 0.5$ 。如图 12 所示, 按照 Yu^[15] 给出的方法, 使用松散 Nerlerk 砂的不排水剪切应力路径来确定 n 、 r^* , 得到 $n = 3$ 、 $r^* = 21$ 。

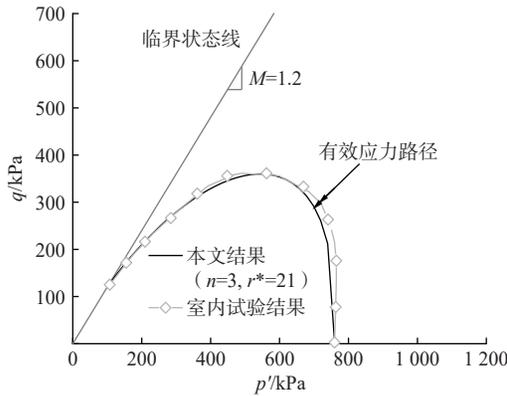


图 12 参数 n 和 r^* 的确定

Fig. 12 Determination of n and r^*

借助砂的初始状态参数 ψ_0 , 文献 [31] 根据试验数据, 拟合了砂中静力触探锥尖阻力 (q_c) 与旁压试验极限压力 (p_{lim}) 之间的关系, 表示为:

$$q_c = p_{lim} \exp\left(\frac{0.46 - \psi_0}{0.3}\right) \quad (30)$$

将用本文解计算出的柱孔扩张孔壁应力 (σ_a) 等效为 p_{lim} , 之后用式 (30) 计算锥尖阻力 q_c 。图 13 给出了本文方法所得探头刺入 Nerlerk 砂时的 q_c 的分布, 可以看到, 当取 $a/a_0 = 2$ 时的 σ_a 作为 p_{lim} 时, 本文所得结果与实测值的分布规律是一致的, 并且埋深 10 m 以内的 q_c 计算值与实测值很接近; 取 $a/a_0 = 10$ 时的 σ_a 作为 p_{lim} 时, 所得 q_c 略大于实测值。相比之下, 基于球孔扩张理论的方法^[4] 计算所得 q_c 要远小于实测值。这是因为文献 [4] 中提供的 q_c 计算方法是一种纯理论的类

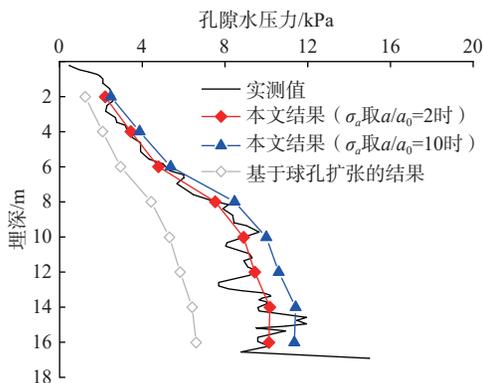


图 13 计算所得锥尖阻力与实测对比

Fig. 13 Comparison of the calculated and the actual cone tip resistance

比方法, 而且球孔扩张模型也并不是与静力触探刺入过程完全相符; 而本文方法是将所得柱孔扩张孔壁压力与式 (30) 结合, 是一种基于理论计算的半经验方法, 所得结果比前者更接近于实际情况。

5 结论

(1) 在 CASM 中改变参数 n 、 r^* 的取值可以使砂的屈服面形状发生改变, 进而使文中解答可用于计算不同类型饱和砂中的排水柱孔扩张力学过程。

(2) n 、 r^* 值越大, 松砂初次屈服时的偏应力和后续砂中的扩孔压力越大, 而中密、密实砂土初次屈服时的偏应力和后续相应的扩孔压力越小; ψ_0 越小, 砂土越密实, 改变 n 、 r^* 的取值对砂中柱孔扩张结果的影响越大。

(3) ψ_0 越小, 砂土越密实, 同样扩孔半径时的孔壁压力越大; 松砂在扩孔时一直剪缩, 而中密和密砂则先剪胀后剪缩; 松砂在扩孔时一般为持续硬化, 但随着密实程度增加, 逐渐变为先软化后硬化, 并且相应弹塑性区半径先减小后增大。

(4) ψ_0 相同时, 改变 K_0 的值将对砂中扩孔压力产生较大影响, 但对体积路径的发展规律影响不大。

(5) 本文解答可用于计算饱和砂中的静力触探锥尖阻力, 其中参数 n 、 r^* 的取值可用松砂的不排水剪切应力路径直接确定。

参考文献 (References) :

- [1] BHARTIYA P, CHAKRABORTY T, BASU D. Nonlinear subgrade modulus of sandy soils for analysis of piled raft foundations[J]. *Computers and Geotechnics*, 2020, 118: 103350.
- [2] 赵明华, 何玮茜, 刘猛. 基于圆孔扩张理论的碎石桩承载力计算方法 [J]. *水文地质工程地质*, 2017, 44(3): 55 - 60. [ZHAO Minghua, HE Weixi, LIU Meng. Calculation method for the bearing capacity of stone columns based on the cavity expansion theory[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2017, 44(3): 55 - 60. (in Chinese with English abstract)]
- [3] 叶俊能, 周晔, 朱瑶宏, 等. 竹节桩复合地基沉桩施工超孔隙水压力研究 [J]. *水文地质工程地质*, 2019, 46(1): 103 - 110. [YE Junneng, ZHOU Ye, ZHU Yaohong, et al. A study of the excess pore water pressure during pile-sinking construction of nodular pile composite foundation[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2019, 46(1): 103 - 110. (in Chinese with English

- abstract]
- [4] MO P Q, YU H S. A state parameter-based cavity expansion analysis for interpretation of CPT data in sands[C]//HICKS M A, PISANO F, PEUCHEN J. Cone Penetration Testing 2018: Proceedings of the 4th international Symposium on Cone Penetration Testing. Boca Raton: CRC Press, 2018: 447 – 453.
- [5] 肖先波, 李波, 王婷, 等. 大应变静力触探数值模拟及锥形因子影响因素分析 [J]. *水文地质工程地质*, 2018, 45(2): 70 – 76. [XIAO Xianbo, LI Bo, WANG Ting, et al. Large-strain numerical simulation for cone penetration and analysis of influence factors for the cone factor[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2018, 45(2): 70 – 76. (in Chinese with English abstract)]
- [6] 陈忠清, 吴天宇, 高彦斌, 等. 扁铲探头贯入干砂的位移特征试验研究 [J]. *水文地质工程地质*, 2021, 48(3): 119 – 125. [CHEN Zhongqing, WU Tianyu, GAO Yanbin, et al. An experimental study of the displacement characteristics of dry sand under dilatometer penetration[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2021, 48(3): 119 – 125. (in Chinese with English abstract)]
- [7] COLLINS I F, YU H S. Undrained cavity expansions in critical state soils[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1996, 20(7): 489 – 516.
- [8] CAO L F, TEH C I, CHANG M F. Undrained cavity expansion in modified Cam clay I: Theoretical analysis[J]. *Géotechnique*, 2001, 51(4): 323 – 334.
- [9] CHEN S L, ABOUSLEIMAN Y N. Exact drained solution for cylindrical cavity expansion in modified Cam Clay soil[J]. *Géotechnique*, 2013, 63(6): 510 – 517.
- [10] 李镜培, 唐剑华, 李林, 等. 饱和黏土中柱孔三维弹塑性扩张机制研究 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2016, 35(2): 378 – 386. [LI Jingpei, TANG Jianhua, LI Lin, et al. Mechanism of three dimensional elastic-plastic expansion of cylindrical cavity in saturated clay[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2016, 35(2): 378 – 386. (in Chinese with English abstract)]
- [11] LIU K, CHEN S L. Analysis of cylindrical cavity expansion in anisotropic critical state soils under drained conditions[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2019, 56(5): 675 – 686.
- [12] CASTRO J, SIVASITHAMPARAM N. Theoretical solution for drained cylindrical cavity expansion in clays with fabric anisotropy and structure[J]. *Acta Geotechnica*, 2022, 17(5): 1917 – 1933.
- [13] ROSCOE K, SCHOFIELD A, WROTH C. On the yielding of soils[J]. *Géotechnique*, 1958, 8: 22 – 53.
- [14] ROSCOE K H, BURLAND J B. On the generalised stress-strain behaviour of wet clay[C]//Engineering Plasticity 1968. Cambridge: Cambridge University Press, 1968: 535 – 609.
- [15] YU H S. CASM: A unified state parameter model for clay and sand[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1998, 22(8): 621 – 653.
- [16] 姚仰平, 侯伟, 周安楠. 基于 Hvorslev 面的超固结土本构模型 [J]. *中国科学(E 辑: 技术科学)*, 2007, 37(11): 1417 – 1429. [YAO Yangping, HOU Wei, ZHOU Annan. Constitutive model of overconsolidated soil based on Hvorslev surface[J]. *Scientia Sinica (Technologica)*, 2007, 37(11): 1417 – 1429. (in Chinese)]
- [17] 李林, 李镜培, 孙德安, 等. 剪胀性砂土中球孔扩张弹塑性解 [J]. *岩土工程学报*, 2017, 39(8): 1453 – 1460. [LI Lin, LI Jingpei, SUN Dean, et al. Elasto-plastic solution to expansion of a spherical cavity in dilatant sand[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2017, 39(8): 1453 – 1460. (in Chinese with English abstract)]
- [18] Yao Y P, Sun D A, Matsuoka H. A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path[J]. *Computers and Geotechnics*, 2008, 35(2): 210 – 222.
- [19] SU D, YANG Z X. Drained analyses of cylindrical cavity expansion in sand incorporating a bounding-surface model with state-dependent dilatancy[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, 68: 1 – 20.
- [20] 武孝天, 徐永福. 基于 CSUH 模型的砂/黏土不排水柱孔扩张统一解 [J]. *岩土工程学报*, 2021, 43(6): 1019 – 1028. [WU Xiaotian, XU Yongfu. Undrained unified solutions to cylindrical cavity expansion in soils and sands based on CSUH model[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2021, 43(6): 1019 – 1028. (in Chinese with English abstract)]
- [21] 姚仰平, 张民生, 万征, 等. 基于临界状态的砂土本构模型研究 [J]. *力学学报*, 2018, 50(3): 589 – 598. [YAO Yangping, ZHANG Minsheng, WAN Zheng, et al. Constitutive model for sand based on the critical state[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(3): 589 – 598. (in Chinese with English abstract)]

- [22] 李海潮, 童晨曦, 马博, 等. 基于双参数屈服函数的黏土和砂土非正交单屈服面模型 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2020, 39(11): 2319 – 2327. [LI Haichao, TONG Chenxi, MA Bo, et al. A non-orthogonal single yield surface model for clays and sands based on a two-parameter yield function[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2020, 39(11): 2319 – 2327. (in Chinese with English abstract)]
- [23] Rowe P W. Theoretical meaning and observed values of deformation parameters for soil[C]//Proceedings of Roscoe Memorial Symposium. Cambridge University, 1971: 170 – 192.
- [24] BEEN K, JEFFERIES M G. A state parameter for sands[J]. *Géotechnique*, 1985, 35(2): 99 – 112.
- [25] CHARLES M, YU H S, SHENG D. Finite element analysis of pressuremeter tests using critical state soil models[M]//PANDE G N, PIETRUSZCZAK S, SCHWEIGER H F. *Numerical Models in Geomechanics*. London: CRC Press, 2020: 645 – 650.
- [26] MO Pinqiang, YU Haisui. Drained cavity expansion analysis with a unified state parameter model for clay and sand[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2018, 55(7): 1029 – 1040.
- [27] XU Guangquan. Wellbore stability in geomechanics[D]. Nottingham, East Midlands, UK: University of Nottingham, 2007.
- [28] GHAFGHAZI M, SHUTTLE D. Interpretation of sand state from cone penetration resistance[J]. *Géotechnique*, 2008, 58(8): 623 – 634.
- [29] SLADEN J A, D'HOLLANDER R D, KRAHN J, et al. Back analysis of the Nerlerk berm liquefaction slides[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1985, 22(4): 579 – 588.
- [30] SLADEN J A, D'HOLLANDER R D, KRAHN J. The liquefaction of sands, a collapse surface approach[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1985, 22(4): 564 – 578.
- [31] YU H S, SCHNAID F, COLLINS I F. Analysis of cone pressuremeter tests in sands[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, 122(8): 623 – 632.

编辑: 刘真真