

考虑热效应的一维电渗固结解析解

卢奇, 刘干斌, 马永政

Analytical solution of one-dimensional electroosmotic consolidation considering the thermal effect

LU Qi, LIU Ganbin, and MA Yongzheng

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202307029>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

高岭土电渗固结特性及数值模拟研究

A study of the kaolin electro-osmotic consolidation characteristics and their numerical simulation

沈美兰, 周太全, 李吴刚 水文地质工程地质. 2021, 48(4): 78–85

考虑温度影响的改进西原流变模型及一维固结解

陈航, 刘干斌, 郭华, 周晔, 吴章俨

水文地质工程地质. 2020, 47(1): 53–61

超载预压处理软土的次固结特征及沉降计算

Secondary consolidation characteristics and settlement calculation of soft soil treated by overload preloading

陈立国, 吴昊天, 陈晓斌, 贺建清 水文地质工程地质. 2021, 48(1): 138–145

季冻区草炭土固结特性研究

Consolidation characteristics of the turfy soil in seasonally frozen area

韩伶敏, 徐燕, 高康 水文地质工程地质. 2022, 49(4): 109–116

基于蒸渗仪和解析法估算毛乌素沙地潜水蒸发量

Estimation of groundwater evaporation based on lysimeter experiment and analytical solution in the Mu Us sandy land

王文科, 尹红美, 黄金廷, 李俊亭 水文地质工程地质. 2021, 48(4): 1–6

固结与荷载耦合作用下吹填土力学性质与微结构参数关联性

Correlation between mechanical properties and microstructure parameters of soft dredger fill under the coupling action of consolidation and load

杨爱武, 封安坤, 姜帅, 仲涛, 李潇雯 水文地质工程地质. 2019, 46(5): 96–105



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

DOI: 10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202307029

卢奇, 刘干斌, 马永政. 考虑热效应的一维电渗固结解析解 [J]. 水文地质工程地质, 2024, 51(4): 135-145.

LU Qi, LIU Ganbin, MA Yongzheng. Analytical solution of one-dimensional electroosmotic consolidation considering the thermal effect[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2024, 51(4): 135-145.

考虑热效应的一维电渗固结解析解

卢 奇¹, 刘干斌¹, 马永政²

(1. 宁波大学岩土工程研究所, 浙江 宁波 315211;
2. 宁波工程学院建筑与交通工程学院, 浙江 宁波 315016)

摘要: 近年来, 电渗法是疏浚淤泥最有效的地基处理方法之一, 但较少学者考虑温度对电渗固结的影响。为探究温度场对电渗固结特性的影响, 基于热弹性理论和 Esrig 电渗固结理论, 建立了耦合热平衡和渗流特性的控制方程, 利用变量代换和分离变量法, 推导了超静孔隙水压力和固结度的解析解, 验证了不考虑热效应的电渗固结解为 Esrig 解, 并与模型试验对比, 验证了所得解析解的合理性。基于所提解析解与 Esrig 解的对比, 讨论了不同深度、温度、电压对土体电渗固结性状的影响, 结果表明: 相同电压和温度作用下, 在土体不同深度, 考虑热效应的电渗固结(简称“TE”)产生的超静孔压消散速度比 Esrig 电渗固结(简称“E”)产生的孔压更快, 且产生的最终孔压值越大。相同深度和电压作用下, 温度的上升, TE 孔压相比于 E 孔压, 从 73% 上升至 155%; 相同深度和温度作用下, 电压增加, TE 孔压与 E 孔压增加幅度几乎一致; 不同温度与电压下, TE 和 E 固结度的变化较小。热电耦合固结的试验与理论分析为实际工程应用提供了理论指导。

关键词: 电渗; 热效应; 固结; 解析解

中图分类号: TU472

文献标志码: A

文章编号: 1000-3665(2024)04-0135-11

Analytical solution of one-dimensional electroosmotic consolidation considering the thermal effect

LU Qi¹, LIU Ganbin¹, MA Yongzheng²

(1. *Institution of Geotechnical Engineering, Ningbo University, Ningbo, Zhejiang 315211, China*; 2. *School of Architecture and Transportation, Ningbo University of Technology, Ningbo, Zhejiang 315016, China*)

Abstract: In recent years, electro-osmotic method is an effective foundation treatment method for dredged silt; however, few studies have focused on the influence of temperature on the electro-osmotic consolidation. To explore the influence of temperature field on electroosmotic consolidation characteristics, based on the thermos-elasticity theory and the Esrig's electro-osmotic consolidation theory, the governing equations of coupled heat balance and seepage characteristics were established, and the analytical solutions of excess pore water pressure and the degree of consolidation were derived by using the methods of algebraic transformation and variable separation. The correctness of the proposed solutions was verified by comparing the degenerative analytical solutions with the Esrig's theory, combined with the model test. Then the effects of the different depths, the temperature, and the voltage on the electroosmotic consolidation behavior of soil were analyzed. Under the same

收稿日期: 2023-07-20; 修订日期: 2023-10-20

投稿网址: www.swd zgcdz.com

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51778303)

第一作者: 卢奇(1997—), 男, 硕士研究生, 主要从事岩土力学方面的研究工作。E-mail: 3527424878@qq.com

通讯作者: 刘干斌(1976—), 男, 博士, 教授, 主要从事岩土工程方面的研究。E-mail: liuganbin@nub.edu.cn

voltage and temperature, the dissipation rate of excess pore pressure generated by electroosmotic consolidation (TE) considering thermal effect is faster than that generated by Esrig electroosmotic consolidation (E), and the final pore pressure of the former is larger than that of latter. Under the same depth and voltage, with the temperature increase, the TE pore pressure increases from 73% to 155% compared with the E pore pressure. Under the same depth and temperature, with the voltage increase, the increase of TE pore pressure is similar to E pore pressure. Under different temperatures and voltages, the degree of consolidation of TE and E changes little. The experimental and theoretical analysis of thermoelectric coupling consolidation can provide theoretical guidance for practical engineering applications.

Keywords: electroosmosis; thermal effect; consolidation; analytical solution

近年来,随着沿海地区城市发展和港口建设的高速发展,对土地的需求逐日渐增。大量工程勘察分析表明,尽管沿海地区的软土特性复杂多样,但其主要特性表现为:含水率高、强度低、透水性差、土质不均匀等^[1]。针对沿海软土的固结方法不少,常规的如真空预压、堆载预压等,而电渗固结法因排水速率快、易于施工,单独或与传统方法联合使用效果良好而引起关注^[2]。该方法通过插入土体的电极,使用电极产生的电流从阳极引向阴极,从而带动孔隙水的流动从阳极流向阴极,并将孔隙水排出土体,加速土体固结,常适用处理含水率高、低渗透性的土体。

国内外学者采用不同理论模型分析土体的电渗固结性质。如, Esrig^[3]首先通过叠加电渗流和水流推导了一维下的电渗固结理论; Wan等^[4]进一步考虑堆载作用的影响,并证明了电极转换的有效性;在此基础上,李瑛等^[5]、王军等^[6]、秦爱芳等^[7]通过建立数学模型,进一步分析了堆载与电渗联合作用下的固结性状。之后,更多学者考虑到土体固结参数非线性变化的特征,例如有效电势^[8]、电导率^[9]、饱和度^[10]等因素的变化。Mahmoud等^[11]在不同电压(10~50 V)和不同压力(200~1 200 kPa)下对废水淤泥进行了电渗试验。陶燕丽等^[12]对铁、石墨、铜和铝电极在电渗过程中的表现进行了室内试验研究,研究得出对于浙江沿海地区软土地电渗处理优先采用铁电极。但实际上电渗过程中的电极腐蚀会严重影响电渗效果,因而王俊杰等^[13]提出了一种新型导电塑料排水板,省时省力得解决了电极腐蚀问题。郑若璇等^[14]为解决电渗应用的高能耗和大尺寸模拟困难问题,提出了一个电动水力渗流协同作用的三维固结方法。此外,更多学者针对通电方式^[15-16]、电极布置形式^[17-18]、与其他地基处理方法联合处理^[19-20]等展开了电渗研究。但是以上试验研究很少考虑温度对电渗固结的影响。

实际上,电渗过程是电场、渗流场、热场、离子场等多场耦合的固结过程,因此在电渗固结考虑温度场变化更有利于了解和分析土体在渗流、变形的过程和特征。

关于温度场影响的研究, Towhata等^[21]指出随着温度的升高,黏土的渗透性增加,而自由水的黏度系数和黏土中双电层的厚度减小。有其它学者将真空预压法与热效应相结合,提高排水效率^[22-23]。目前对于电渗热效应的研究总体较少, Xue等^[24]利用环型加热板提高土体的初始温度,通过实验研究发现,随着温度的升高,促进了电渗固结。但并没有对热效应下的电渗固结理论进行详细的研究。

针对上述研究情况,本文基于热弹性理论,联立渗流连续方程、热平衡方程建立了考虑热效应的电渗固结方程,并在一定的假设条件和定解条件下求解出对应的解析解,并将本文不考虑热效应的退化解与 Esrig^[3]解进行对比,并与模型试验对比,验证本文考虑热效应电渗固结模型的合理性,同时对相关参数变化对软土地基固结特性如超静孔隙水压力和固结度的影响进行了研究。

1 固结模型的建立

图1所示为考虑热效应的一维电渗固结计算简图。土体深度为 H , U_0 是电渗开始时的初始电压, $T(x)$ 是初始温度,考虑为瞬时加热,土体底端边界接直流电源阳极,阳极处为不排水边界且绝热,上端边界接电源阴极,阴极处为排水边界并可以热交换,土体的渗流、传热方向只发生在竖直方向。为推导考虑热效应的电渗固结理论,作如下基本假设:

(1) 土体是均匀饱和的热弹性体,正交各向同性,土粒与水的压缩忽略不计;

(2) 土体的水力传导系数、电渗透系数不随时间

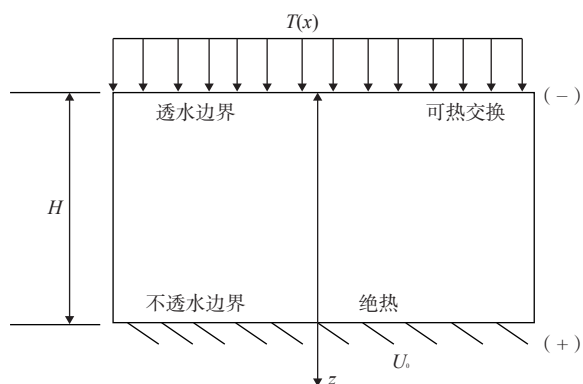


图1 考虑热效应的电渗固结模型示意图

Fig. 1 Model of electroosmotic consolidation considering the thermal effect

而变化^[7],但温度会影响渗透系数的变化^[25-26];

(3) 由水力梯度、电势梯度引起的水流可以叠加,热差引起的水流可忽略不计;

(4) 不考虑相变、化学反应;

(5) 土颗粒与孔隙水之间处于热平衡状态;

(6) 土骨架和土颗粒的线膨胀系数和体膨胀系数相同;

(7) 渗流满足达西定律,热量传递满足傅里叶定律,忽略对流影响;

(8) 土体的变形是小变形。

1.1 单元体的变形条件

根据线性热应力理论,即 Duhamel-Neumann 理论,微元体的总应变由温度变化和有效应力的变化线性叠加,从而可将弹性力学中的虎克定律推广到包含热应力和热应变在内的广义热弹性胡克定律^[27],即:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma'_x - \mu(\sigma'_y + \sigma'_z)] - \alpha T \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma'_y - \mu(\sigma'_x + \sigma'_z)] - \alpha T \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma'_z - \mu(\sigma'_x + \sigma'_y)] - \alpha T \\ \gamma_{xy} &= \tau_{xy}/G, \gamma_{yz} = \tau_{yz}/G, \gamma_{zx} = \tau_{zx}/G \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: ε_x 、 ε_y 、 ε_z —— x 、 y 、 z 方向的热正应变;

σ'_x 、 σ'_y 、 σ'_z ——热有效应力/Pa;

γ_{xy} 、 γ_{yz} 、 γ_{zx} ——剪应变;

T ——温度/°C;

E 、 G ——土体的变形模量、剪切模量/Pa;

μ ——泊松比;

α ——土骨架的线膨胀系数/°C⁻¹。

将式(1)中的前3项相加,可得到体积应变 ε_v :

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\mu}{E} [\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z] - 3\alpha T \quad (2)$$

利用剪切模量 G 和体积应力 σ' 的表达式,

$$G = \frac{E}{1+2\mu}, \sigma' = \sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z \quad (3)$$

式(2)可变为:

$$\varepsilon_v = \frac{1-2\mu}{E} \sigma' - 3\alpha T \quad (4)$$

由式(4)可得:

$$\sigma' = \frac{E}{1-2\mu} (\varepsilon_v + 3\alpha T) \quad (5)$$

假如考虑一维(竖向)条件下的变形、渗流、传热,则:

$$\varepsilon_x = 0, \varepsilon_y = 0 \quad (6)$$

由式(1)(3)(6)可得:

$$\begin{aligned} \varepsilon_v = \varepsilon_z &= \frac{(1-2\mu)(1+\mu)}{E(1-\mu)} \sigma'_z - \frac{1+\mu}{1-\mu} \alpha T \\ &= m_v \sigma'_z - m_v \lambda T \end{aligned} \quad (7)$$

式中: m_v ——压缩系数/MPa⁻¹, $m_v = \frac{(1-2\mu)(1+\mu)}{E(1-\mu)}$;

λ ——热应力系数/(MPa·°C⁻¹), $\lambda = \frac{E}{1-2\mu} \alpha$ 。

根据饱和土的有效应力原理:

$$\sigma_z = \sigma'_z + u \quad (8)$$

式中: u ——超静孔隙水压力/kPa;

σ_z ——总应力/Pa。

将式(8)代入式(7)得到:

$$\varepsilon_v = m_v [(\sigma_z - u) - \lambda T] \quad (9)$$

1.2 渗流连续方程

传统的渗流连续方程是基于同一时间内流出土体微元的水量等于该微元体积量,但在温度变化下,土颗粒体积和孔隙水的体积也会发生变化。

设饱和土的单元体积为 V_i , 土颗粒体积 V_1 和孔隙体积 V_2 相加即为 V_i , 则土体体积变化率为:

$$\frac{1}{V_0} \frac{\partial V_i}{\partial t} = \frac{1}{V_0} \frac{\partial V_1}{\partial t} + \frac{1}{V_0} \frac{\partial V_2}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (10)$$

式中: V_0 ——饱和土单元的初始体积/m³;

t ——时间/h。

考虑土颗粒的变化由热膨胀引起,土颗粒体积变化速率为:

$$\frac{1}{V_0} \frac{\partial V_1}{\partial t} = -(1-n) \alpha'_s \frac{\partial T}{\partial t} \quad (11)$$

式中: n ——孔隙率;

α'_s ——土颗粒的体膨胀系数/ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ 。

考虑土孔隙体积的变化由孔隙水的排出和温度变化产生,土孔隙体积变化速率为:

$$\frac{1}{V_0} \frac{\partial V_2}{\partial t} = \nabla^T q_w - n\alpha'_w \frac{\partial T}{\partial t} \quad (12)$$

式中: q_w ——向上的渗流速率/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$;

α'_w ——孔隙水的体膨胀系数/ $^{\circ}\text{C}^{-1}$;

∇^T ——梯度算子, $\nabla^T = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ 。

由式(8)(9)可得

$$\nabla^T q_w = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \alpha'_v \frac{\partial T}{\partial t} \quad (13)$$

式中: α'_v ——土体体积的膨胀系数/ $^{\circ}\text{C}^{-1}$, $\alpha'_v = n\alpha'_w + (1-n)$

α'_s 。

基于 Esrig^[3] 一维电渗固结理论的假设,土体中向上的渗流速率为:

$$q_w = -\frac{k_h}{\gamma_w} \nabla u - k_e \nabla U \quad (14)$$

式中: k_h ——水力渗透系数/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$;

k_e ——电渗透系数/ $(\text{cm}^2\cdot\text{V}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})$;

U ——电压/V;

γ_w ——水的重度/ $(\text{N}\cdot\text{m}^{-3})$ 。

邓岳保等^[25]研究发现水力渗透系数 k_h 会随着温度的增加而增加,得到了如下计算公式:

$$k_{hT} = (0.471T/T_0 + 0.529) k_{h0} \quad (15)$$

式中: T_0 ——初始温度/ $^{\circ}\text{C}$;

k_{hT} ——温度影响下的水力渗透系数/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$;

k_{h0} ——常温 20°C 下的水力渗透系数/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$ 。

电渗透系数 k_e 会随着温度的增加而增加,参考文献 [26] 的试验结果,简化作拟合曲线如下式:

$$k_{eT} = 0.106T - 2.39 \quad (16)$$

式中: k_{eT} ——温度影响下的电渗透系数/ $(10^{-5} \text{cm}^2\cdot\text{V}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})$ 。

综合水力渗透系数和电渗透系数随温度的变化曲线,如图 2 所示。

将式(15)(16)代入式(14)得:

$$q_w = -\frac{k_{hT}}{\gamma_w} \nabla u - k_{eT} \nabla U \quad (17)$$

由单元体的渗流连续条件,从考虑一维的条件下,利用 $\nabla^T \nabla = \nabla^2$,并联合式(9)(13)(17)可得:

$$\frac{k_{hT}}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + k_{eT} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = m_v \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} \right) + K_T \frac{\partial T}{\partial t} \quad (18)$$

式中: K_T ——一维条件下与土体受热后体积变化相关

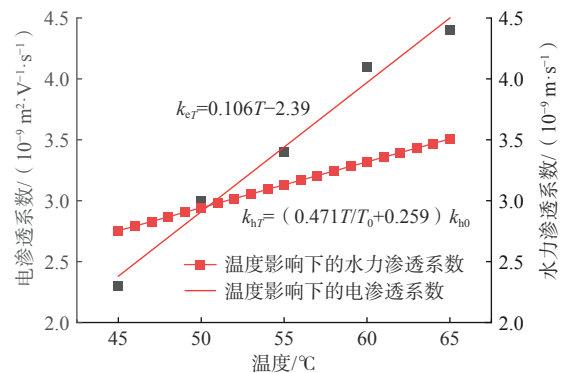


图 2 考虑热效应的渗透系数

Fig. 2 Permeability coefficient considering the thermal effect

的系数/ $^{\circ}\text{C}^{-1}$, $K_T = m_v \lambda - \alpha'_v$ 。

若温度在土体内为稳态状态,总应力在固结过程中保持不变,则式(18)退化为 Esrig^[3] 中的一维电渗控制方程:

$$\frac{k_h}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + k_e \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = m_v \frac{\partial u}{\partial t} \quad (19)$$

1.3 能量守恒方程

假定饱和土颗粒和孔隙水处于热平衡,则能量守恒方程可表示为:

$$\frac{\partial [(V_1 \rho_s c_s + V_2 \rho_w c_w) T]}{V_0 \partial t} + c_w \rho_w T \nabla^T q_w + (T_0 + T) \lambda \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \nabla^T q_T \quad (20)$$

式中: c_s 、 c_w ——固体土颗粒、孔隙水的比热/ $(\text{J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1})$;

ρ_s 、 ρ_w ——固体土颗粒、孔隙水的密度/ $(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$;

T_0 ——初始温度/ $^{\circ}\text{C}$;

q_T ——热流密度/ $(\text{W}\cdot\text{m}^{-2})$ 。

参考文献 [28-29],当变形对温度的影响较小,将傅里叶热传导定律 $q_T = -k_T \nabla T$ 代入,则式(20)可得:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = k_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (21)$$

式中: C ——土体的体积比热/ $(\text{J}\cdot\text{m}^{-3}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1})$, $C = (1-n)c_s \rho_s + c_w \rho_w$;

k_T ——热传导系数/ $(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1})$ 。

而在电渗过程中,通常伴有电流产生的热能 q_v ^[30]:

$$q_v = \sigma_e \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \quad (22)$$

式中: σ_e ——电导率/ $(\text{S}\cdot\text{m}^{-1})$ 。

当土体中有电流产生的热能时,应将热源项 q_v 加入到式(21)的右边,可得:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = k_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \sigma_e \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \quad (23)$$

1.4 总控制方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{k_{hT}}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + k_{eT} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} &= m_v \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} \right) + K_T \frac{\partial T}{\partial t} \\ C \frac{\partial T}{\partial t} &= k_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \sigma_e \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

引入虚拟变量 $\xi = u + k_{eT} \gamma_w U(z)/k_h$; 王柳江等^[31]、王军等^[6]、Erisg^[3] 等研究指出电极中电势基本随深度呈线性分布, 因而假定在该情况下电势呈线性分布, 即 $U(z) = U_0 z/H$, U_0 为初始电压。

本文只考虑热变化对电渗固结的影响, 从而假定上部荷载为一次瞬时加载并保持不变, 代入(24)得:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{m_v \gamma_w}{k_{hT}} \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{K_T \gamma_w}{k_{hT}} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (25)$$

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = k_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \sigma_e \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \quad (26)$$

2 考虑热效应的电渗固结模型的求解

由式(25)可以看出, 可以由边界条件先求解出温度增量的表达式, 从而再求解关于超静孔隙水压力的解析解。

考虑定解条件。由图1, 土体顶面完全透水, 且有瞬时作用的温度增量 T_0 , 土体底部为不透水且绝热, 则式(26)的边界条件为:

$$z=0, T=T_0 \quad (27)$$

$$z=H, \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (28)$$

初始条件:

$$t=0, T=0 \quad (29)$$

根据顶部和底部的边界条件和初始条件, 作变换 $T_1 = T - T_0$, 则

$$C \frac{\partial T_1}{\partial t} = k_T \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} + \sigma_e \frac{U_0^2}{H^2} \quad (30)$$

$$z=0, T_1=0 \quad (31)$$

$$z=H, \frac{\partial T_1}{\partial z} = 0 \quad (32)$$

$$t=0, T_1 = -T_0 \quad (33)$$

将非齐次方程齐次化, 采用分离变量法可求得上述温度增量的解:

$$T_1(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) \left[\frac{2s}{M^3} (1 - e^{-\frac{M^2 c_{vT} t}{H^2}}) - \frac{2T_0}{M} e^{-\frac{M^2 c_{vT} t}{H^2}} \right] \quad (34)$$

式中: $M = \left(\frac{2n-1}{2} \right) \pi, n=1, 2, 3, \dots$;

s ——电流产生的热能/ $^{\circ}\text{C}$, $s = \frac{\sigma_e U^2}{K_T}$;

c_T ——热扩散系数/ $(\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$, $c_T = \frac{K_T}{C}$ 。

由 $T_1 = T - T_0$ 可得:

$$T(z, t) = T_0 + T_1(z, t) \quad (35)$$

记函数:

$$f(z, t) = \frac{K_T}{m_v} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (36)$$

则式(25)变为:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = c_{vT} \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} - f(z, t) \quad (37)$$

式中:

$$f(z, t) = \frac{K_T}{m_v} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2T_0 M c_T}{H^2} + \frac{2s c_T}{M H^2} \right] e^{-\frac{M^2 c_{vT} t}{H^2}} \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) \right);$$

c_{vT} ——温度影响下的固结系数/ $(\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$, $c_{vT} = \frac{k_{hT}}{m_v \gamma_w}$ 。

考虑电渗固结的情况, 阳极为不透水边界, 阴极极为排水边界, 则求解孔隙水压力的边界条件为:

$$z=0, u=0, U=0, \xi(0, t)=0 \quad (38)$$

$$z=H, q_w=0, \xi_z(H, t)=0 \quad (39)$$

初始条件:

$$\xi(z, 0) = \frac{k_{eT} \gamma_w}{k_{hT}} U(z) \quad (40)$$

从而上式将非齐次微分方程齐次化, 利用求解条件可得:

$$\xi(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2k_{eT} \gamma_w U_m}{M^2 k_{hT}} (-1)^{n+1} e^{-\frac{M^2 c_{vT} t}{H^2}} + \frac{2K_T T_0 c_T}{M m_v (c_{vT} - c_T)} \left(e^{-\frac{M^2 c_{vT} t}{H^2}} - e^{-\frac{M^2 c_{vT} t}{H^2}} \right) + \frac{2K_T s c_T}{m_v M^3} \left(e^{-\frac{M^2 c_{vT} t}{H^2}} - e^{-\frac{M^2 c_{vT} t}{H^2}} \right) \right\} \sin \frac{Mz}{H} \quad (41)$$

式中: U_m ——电源电压/V。

定义热传导速率 $T_d = c_T/c_{vT}$, 时间因子 $T_v = c_{vT} t/H^2$, 由

$\xi = u + \frac{k_{eT} \gamma_w}{k_{hT}} U(z)$, 则式(41)为:

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2k_{eT} \gamma_w U_m}{M^2 k_{hT}} (-1)^{n+1} e^{-M^2 T_v} + \frac{2T_0 K_T T_d}{M m_v (1 - T_d)} (e^{-M^2 T_d T_v} - e^{-M^2 T_v}) + \frac{2K_T s T_d}{m_v M^3 (1 - T_d)} (e^{-M^2 T_d T_v} - e^{-M^2 T_v}) \right\} \sin \frac{Mz}{H} - \frac{k_{eT} \gamma_w U_0 z}{k_{hT} H} \quad (42)$$

平均固结度 $\bar{U}$ 表示为:

$$\bar{U} = \frac{\int_0^H [u(z, 0) - u(z, t)] dz}{\int_0^H [u(z, 0) - u(z, \infty)] dz} \quad (43)$$

设初始孔压为 0, 由式(43)得:

$$\bar{U} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2k_{eT}\gamma_w U_m}{M^2 k_{hT}} (-1)^{n+1} e^{-M^2 T_v} + \frac{2T_0 K_T T_d}{M m_v (1 - T_d)} (e^{-M^2 T_d T_v} - e^{-M^2 T_v}) + \frac{2K_T s T_d}{m_v M^3 (1 - T_d)} (e^{-M^2 T_d T_v} - e^{-M^2 T_v}) \right\} \frac{2k_{hT}}{k_{eT}\gamma_w V_m M} \quad (44)$$

当不考虑温度影响时, 本文所提解析解退化为:

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sin \frac{Mz}{H} e^{-M^2 T_v} \frac{2k_{eT}\gamma_w U_m}{M^2 k_{hT}} (-1)^{n+1} \right\} - \frac{k_{eT}\gamma_w U_0 z}{k_{hT} H} \quad (45)$$

$$\bar{U} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2k_{eT}\gamma_w U_m H}{M^3 k_{hT}} (-1)^{n+1} e^{-M^2 T_v} \right] - \frac{k_{eT}\gamma_w UH}{2k_{hT}}}{\frac{k_{eT}\gamma_w UH}{2k_{hT}}} \quad (46)$$

Esrig^[3] 的电渗固结解析解表达式为:

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sin \frac{Mz}{H} e^{-M^2 T_v} \left[\frac{2k_{eT}\gamma_w U_m}{M^2 k_{hT}} (-1)^{n+1} \right] \right\} - \frac{k_{eT}\gamma_w U z}{k_{hT} H} \quad (47)$$

$$\bar{U} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (-1)^{n+1} \frac{4}{M^3} e^{-M^2 T_v} \right\} \quad (48)$$

当参数相同时, 本文解可以退化到 Esrig^[3] 的解析解, 从而验证了本文解答的合理性。

3 模型试验验证

3.1 模型试验介绍

图 3 是模型试验仪器构造及尺寸。试验采用宁波曙区吹填场淤泥质黏土, 塑限 24.5%, 液限 44.5%。土样通过烘箱烘干、筛分后加适量水调配成 65% 含水率的土样, 经抽气真空饱和。阳极和阴极均为不锈钢制成, 加热板为硅胶加热板。设备照片如图 4 所示。

试验方案如下: 将配置好的土样装入试验模型箱内, 土样上方放上滤纸和透水石, 再将模型箱放入真空缸内, 真空缸内缓慢注水到达一定高度, 开启真空泵进行抽气直至土样饱和。抽气真空饱和后在试验土体上放置密封土工膜, 并加设一层土工布, 再放置阴极板, 阴极板上放置施加 1 kPa 的堆载板预压固结。整个模型箱外围包裹真空膜, 缝隙处用胶枪填充。为了测量土体内的有效电势, 土体内插入 5 mm 的不锈钢铁丝用作电势测针。当土样样品位移为每

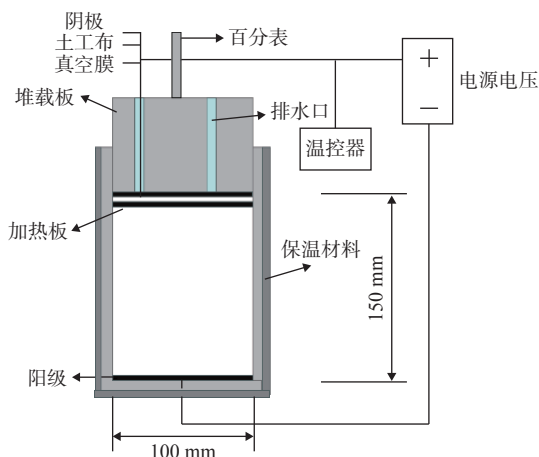


图 3 模型试验容器构造示意图

Fig. 3 Model test vessel structure



图 4 模型试验装置照片

Fig. 4 Model test device

小时 0.01 mm, 且持续 3 h 时, 视为堆载固结结束。当堆载固结结束时, 开启电渗试验 (15 V)。由温度传感器测试土体内温度为 25 °C, 参考文献 [24], 阴极的加热板加热至预期温度 (45, 55, 65 °C); 试验期间记录土体位移, 当位移量连续 3 h 为 0.01 mm 停止试验, 具体试验时间为 36 h。试验过程中每隔 1 h 记录量筒排水量、有效电势。

3.2 电渗排水量

图 5 为不同温度下电渗排水随时间变化曲线。由图 5 可知, 45, 55, 65 °C 的排水量分别为 72, 100, 168 mL。说明提高土体温度可以促进电渗排水。温度为 65 °C 的排水量最高, 相比于 45 °C 和 55 °C 分别提高了 38.9%、133.3%。试验结果表明随着温度的升高, 具有较高的排水能力。这是因为当温度升高时, 孔隙水的黏滞度和黏土中的双电层厚度减小, 加快了液态水的流动。此外, 在热效应的影响下, 土骨架与土颗粒之间的孔隙随着温度的升高而扩大, 增加了黏土中的排水通道。

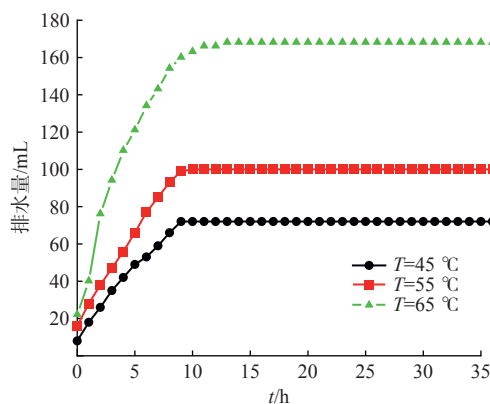


图5 不同温度下电渗排水量随时间变化曲线

Fig. 5 Variations of electroosmotic drainage with time at different temperatures

3.3 电渗透系数

电渗透系数是指单位电势梯度下渗流的速度,用来表征流体在电场作用下通过孔隙骨架的能力。土体内的电渗透系数不能直接测定,需要由式(49)计算得到^[32]。

$$k_e = QL/At\varphi \quad (49)$$

式中: k_e ——电渗透系数/($\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$);

Q ——时间 t 内电渗排水量的总体积/mL;

L ——土样长度/mm;

A ——通过水流或电流的土体横截面面积/ mm^2 ;

φ ——土体两端的电势差/V。

由图5可知,10 h后,排水停止,实际有效排水时间即为10 h,从而采取前10 h的数据计算电渗透系数,如图6所示。由图6可以看出电渗透系数随时间变化比较紊乱,但总体呈衰减趋势。

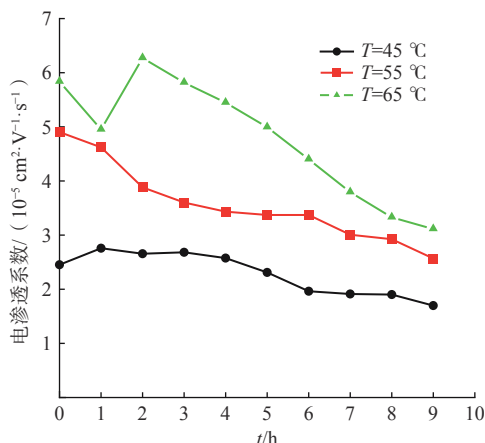


图6 不同温度下电渗透系数随时间变化曲线

Fig. 6 Variations of electric permeability coefficient with time at different temperatures

从表1中可以看出,不同温度下的电渗透系数平

表1 电渗透系数参数统计

Table 1 Electrical permeability coefficient parameters

温度/ $^{\circ}\text{C}$	电渗透系数/($\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$)			
	最大值	最小值	平均值	式(16)计算值
45	2.76×10^{-5}	1.70×10^{-5}	2.29×10^{-5}	2.38×10^{-5}
55	4.90×10^{-5}	3.04×10^{-5}	3.57×10^{-5}	3.44×10^{-5}
65	6.27×10^{-5}	3.11×10^{-5}	4.79×10^{-5}	4.50×10^{-5}

均值与由式(16)得到的电渗透系数取值近似。

3.4 模型试验与计算值比较

试验固结度为固结过程中地基土某时刻的沉降量与最终沉降量之比:

$$U_E = S_t/S_{\infty} \quad (50)$$

式中: U_E ——试验固结度;

S_t ——某时刻地基沉降量/mm;

S_{∞} ——最终沉降量/mm。

模型试验调配后的土样经过相关土工试验,得到各参数指标: $m_v=2.5 \text{ MPa}^{-1}$, $k_h=2 \times 10^{-9} \text{ m/s}$, $k_T=1.51 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C})$, $C=2.52 \text{ J}/(\text{m}^3 \cdot ^{\circ}\text{C})$, $\sigma_e=0.6 \text{ m/s}$ 。由图7可知,两者曲线基本吻合,说明了以上解析理论的合理性。

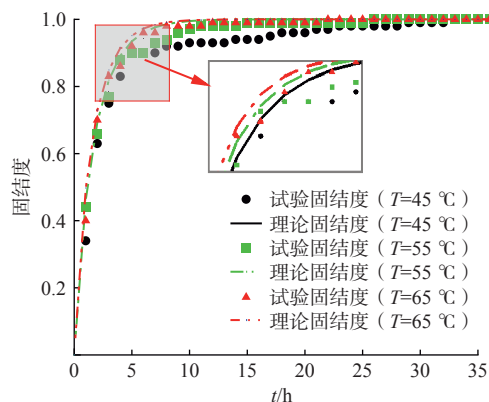


图7 不同温度下(45, 55, 65 °C)理论、试验固结度对比

Fig. 7 Comparison of theoretical and experimental consolidation degree at different temperatures (45, 55, 65 °C)

4 考虑热效应的一维电渗固结性状分析

从式(42)超静孔隙水压力、式(44)固结度的表达式可以看出,除了 T_v (时间因素)外,超静孔隙水压力与固结度的变化还与 U (电压)、 z (深度)、 T (温度)有关。为了探讨考虑热效应的一维电渗固结性状,参考文献[5]、[29]的数据,取表2所示的土性参数值进行算例分析,计算结果如图8—12所示。

4.1 不同深度处对固结特性的影响

图8为 $T=45 \text{ }^{\circ}\text{C}$ 、 $U=9 \text{ V}$ 时,土体不同深度处的超静孔压随时间因素的变化规律。从图8可以看出,考

表 2 土体物性参数

Table 2 Soil physical parameters

参数	取值
土体高度/m	1
水力渗透系数/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	2.0×10^{-9}
土的压缩系数/ kPa^{-1}	2.5×10^{-4}
泊松比	0.4
热传导系数/($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$)	1.5
土颗粒热膨胀系数/ $^\circ\text{C}^{-1}$	3×10^{-5}
水热膨胀系数/ $^\circ\text{C}^{-1}$	2×10^{-4}
孔隙率/%	0.5
土颗粒比热/($\text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$)	1.5
水的比热/($\text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$)	4.2
水的密度/($\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$)	1.0×10^6
土颗粒密度/($\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$)	2.8×10^6

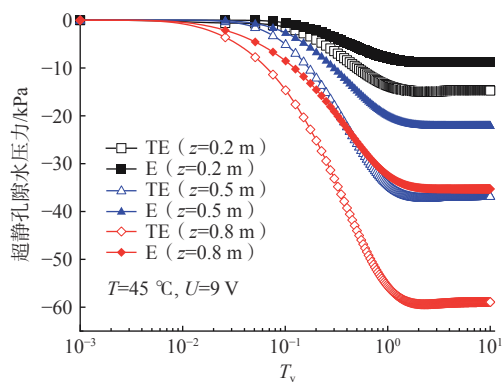


图 8 超静孔隙水压力随时间因子变化规律

Fig. 8 Excess pore water pressures change with the time factor

注: TE 为考虑热效应的电渗固结, E 为 Esrig 电渗固结。

虑热效应的电渗固结(简称“TE”)随着时间因素的变化,最终形成的负超静孔压更大。当深度 $z=0.2, 0.5, 0.8 \text{ m}$ 时, TE 的孔压相比于 Esrig 电渗固结(简称“E”)的孔压,提高了 25%、63%、65%。温度的增加,提高了渗流速度,从而加快了孔压的消散;在初始阶段,靠近土柱表面土层比深层受到表面温度的影响较大;随着时间的增加,温度上升并从表面土层逐渐向深处传导和扩散,且电渗过程中在阳极处的温度不断上升,造成 TE 在土柱深处后期孔压消散速率更快。

4.2 温度对固结特性的影响

图 9 为 $z=0.5 \text{ m}$ 、 $U=9 \text{ V}$ 时,不同温度变化(45, 55, 65 °C)对超静孔隙水压力的影响。从图 9 可以看出,随着温度的增加,TE 的孔压相比于 E 的孔压,从 73% 上升至 155%。温度升高时,水膜厚度减小和黏土渗透性提高,加快了液态水的运动,最终在地基中形成的孔隙水压力绝对值也越大。

图 10 为 $U=9 \text{ V}$ 时,不同温度变化(45, 55, 65 °C)

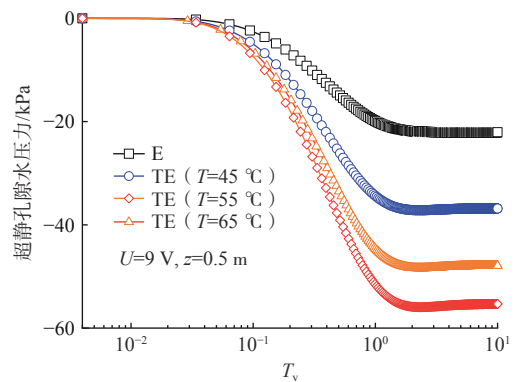


图 9 温度对超静孔隙水压力的影响

Fig. 9 Effects of the temperature on excess pore water pressure

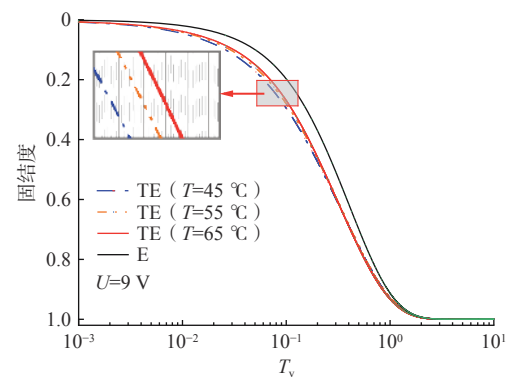


图 10 温度对固结度的影响

Fig. 10 Effects of the temperature on the degree of consolidation

对固结度的影响。随着温度的增加,固结度的变化较小。这是由于固结度由超静孔压定义。结合图 9、图 10 来看,TE 产生的超静孔压绝对值越大,其最终达到的沉降量也会越大。

4.3 电压对固结特性的影响

图 11 为 $T=45 \text{ }^\circ\text{C}$ 、 $z=0.5 \text{ m}$ 时,不同电压(9, 12, 15 V)对超静孔隙水压力的影响。从图 11 可以看出,超静孔压随电压的增大而增大。 $U=9, 12, 15 \text{ V}$ 时,TE 产生的孔压相比于 E 的孔压提高了将近 64%、67%、69%。且当 $T=45 \text{ }^\circ\text{C}$ 、 $U=9 \text{ V}$ 时,与单独的电压 12 V 产生的孔压是一致的。

图 12 为 $T=45 \text{ }^\circ\text{C}$ 时,不同电压对固结度的影响。图 12 与图 10 类似,随着电压的增加,固结度的变化较小,且固结所需的时间延长。结合图 11 和图 12,施加的电源电压越大,超静孔压消散越快,从而相同时间内的固结沉降量越大,而固结度是由超静孔压定义,假如从沉降量来看,也是合理的。

5 结论

本文首先从理论上建立了考虑热效应的一维电

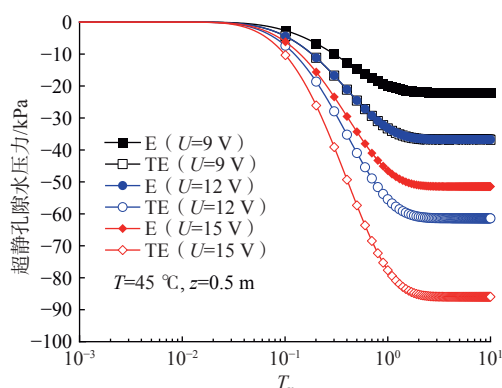


图 11 电压对超静孔隙水压力的影响

Fig. 11 Effects of the voltage on excess pore water pressure

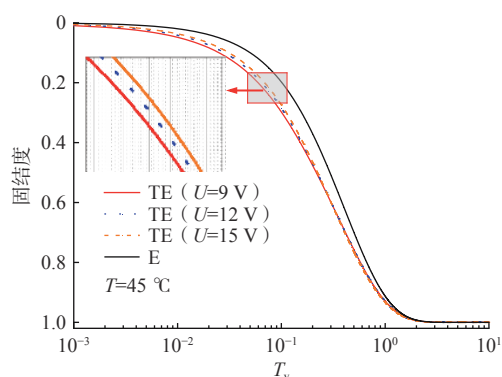


图 12 电压对固结度的影响

Fig. 12 Effects of the voltage on the degree of consolidation

渗固结方程, 推导了超静孔隙水压力和固结度的解析解, 当忽略热效应时, 其可退化为 Esrig^[3] 一维电渗固结理论解, 并与模型试验对比, 验证了本文解析解的合理性。通过对考虑热效应的电渗固结和 Esrig 电渗固结特性进行了对比分析, 主要结论如下:

(1) 在土体不同深度, TE 产生的超静孔压消散速度比 E 更快。在电压 9 V 和温度 45 °C 作用下, 当土体深度从 0.2 m 至 0.8 m, TE 孔压的增加幅度相比于 E 孔压, 从 25% 上升至 65%。

(2) 在深度 0.5 m 和电压 9 V 作用下, 温度从 45 °C 上升至 65 °C, 渗透系数之比(k_v/k_h)随之增加, TE 孔压的增加幅度相比于 E 孔压, 从 73% 上升至 155%。这是因为随着温度的升高, 自由水的黏滞度和黏土中双电层厚度减小, 增加了黏土的渗透性, 促进了电渗效果。

(3) 在深度 0.5 m 和温度 45 °C 作用下, 随着电压的增加(6, 12, 15 V), TE 孔压与 E 孔压增加幅度一致。

参考文献 (References) :

[1] 袁帅, 王君, 吴朝峰, 等. 虹吸排水法处理软土地基的

水位与沉降计算模型 [J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2024, 54(1): 208 – 218. [YUAN Shuai, WANG Jun, WU Zhaofeng, et al. Calculation model for water level and settlement of soft foundation treated by siphon drainage[J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2024, 54(1): 208 – 218.(in Chinese with English abstract)]

[2] 郑凌透, 谢新宇, 谢康和, 等. 电渗法加固地基试验及应用研究进展 [J]. 浙江大学学报(工学版), 2017, 51(6): 1064 – 1073. [ZHENG Lingwei, XIE Xinyu, XIE Kanghe, et al. Test and application research advance on foundation reinforcement by electro-osmosis method[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2017, 51(6): 1064 – 1073. (in Chinese with English abstract)]

[3] ESRIG M I. Pore pressures, consolidation, and electrokinetics[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1968, 94(4): 899 – 921.

[4] WAN T Y, MITCHELL J K. Electro-osmotic consolidation of soils[J]. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 1976, 102(5): 473 – 491.

[5] 李瑛, 龚晓南, 卢萌盟, 等. 堆载-电渗联合作用下的耦合固结理论 [J]. 岩土工程学报, 2010, 32(1): 77 – 81. [LI Ying, GONG Xiaonan, LU Mengmeng, et al. Coupling consolidation theory under combined action of load and electro-osmosis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(1): 77 – 81. (in Chinese with English abstract)]

[6] 王军, 符洪涛, 蔡袁强, 等. 线性堆载下软黏土一维电渗固结理论与试验分析 [J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(1): 179 – 188. [WANG Jun, FU Hongtao, CAI Yuanqiang, et al. Analyses of one dimensional electro-osmotic consolidation theory and test of soft clay under linear load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, 33(1): 179 – 188. (in Chinese with English abstract)]

[7] 秦爱芳, 孟红苹, 江良华. 电渗-堆载作用下非饱和土轴对称固结特性分析 [J]. 岩土力学, 2022, 43(增刊 1): 97 – 106. [QIN Aifang, MENG Hongping, JIANG Lianghua. Analysis of axisymmetric consolidation characteristics of unsaturated soils under surcharge loading and electro-osmosis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2022, 43(Sup 1): 97 – 106. (in Chinese with English abstract)]

[8] 龚明星, 王档良, 詹贵贵. 考虑有效电势变化的软土一维电渗固结理论 [J]. 水文地质工程地质, 2015,

- 42(4): 61 – 66. [GONG Mingxing, WANG Dangliang, ZHAN Guigui. 1-D electro-osmotic consolidation theory considering variation in effective potential in soft soil[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2015, 42(4): 61 – 66. (in Chinese with English abstract)]
- [9] 吴辉, 胡黎明. 考虑电导率变化的电渗固结模型 [J]. *岩土工程学报*, 2013, 35(4): 734 – 738. [WU Hui, HU Liming. Numerical simulation of electro-osmosis consolidation considering variation of electrical conductivity[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, 35(4): 734 – 738. (in Chinese with English abstract)]
- [10] 周亚东, 邓安, 刘中宪, 等. 考虑饱和度变化的一维电渗固结模型 [J]. *岩土工程学报*, 2017, 39(8): 1524 – 1529. [ZHOU Yadong, DENG An, LIU Zhongxian, et al. One-dimensional electroosmosis consolidation model considering variable saturation[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2017, 39(8): 1524 – 1529. (in Chinese with English abstract)]
- [11] MAHMOUD A, OLIVIER J, VAXELAIRE J, et al. Electro-dewatering of wastewater sludge: Influence of the operating conditions and their interactions effects[J]. *Water Research*, 2011, 45(9): 2795 – 2810.
- [12] 陶燕丽, 周建, 龚晓南. 铁、石墨、铜和铝电极的电渗对比试验研究 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2013, 32(增刊 2): 3355 – 3362. [TAO Yanli, ZHOU Jian, GONG Xiaonan. Comparative experiment of electroosmosis of ferrum, graphite, copper and aluminum electrode[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, 32(Sup 2): 3355 – 3362. (in Chinese with English abstract)]
- [13] 王俊杰, 陈祥彬, 杨洋, 等. 新型导电塑料排水板及其双层水平布置电渗排水效果 [J]. *岩土工程学报*, 2022, 44(12): 2335 – 2340. [WANG Junjie, CHEN Xiangbin, YANG Yang, et al. New conductive plastic drainage board and its electro-osmosis drainage effect under double-layer horizontal layout[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2022, 44(12): 2335 – 2340. (in Chinese with English abstract)]
- [14] 郑若璇, 孙秀丽, 王渝, 等. 大尺寸三维电动-水力渗透协同固结淤泥能耗特性 [J]. *水文地质工程地质*, 2023, 50(1): 69 – 77. [ZHENG Ruoxuan, SUN Xiuli, WANG Yu, et al. Energy consumption in a large-scale 3D electro-osmosis-hydraulic synergism system for sludge consolidation[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2023, 50(1): 69 – 77. (in Chinese with English abstract)]
- [15] 陶燕丽, 周建, 龚晓南, 等. 间歇通电模式影响电渗效果的试验 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2014, 46(8): 78 – 83. [TAO Yanli, ZHOU Jian, GONG Xiaonan, et al. Experimental research of the influence of current intermittence on electro-osmotic effect[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2014, 46(8): 78 – 83. (in Chinese with English abstract)]
- [16] 刘飞禹, 宓炜, 王军, 等. 逐级加载电压对电渗加固吹填土的影响 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2014, 33(12): 2582 – 2591. [LIU Feiyu, MI Wei, WANG Jun, et al. Influence of applying stepped voltage in electroosmotic reinforcement of dredger fill[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, 33(12): 2582 – 2591. (in Chinese with English abstract)]
- [17] TAO Yanli, ZHOU Jian, GONG Xiaonan, et al. Electro-osmotic dehydration of Hangzhou sludge with selected electrode arrangements[J]. *Drying Technology*, 2016, 34(1): 66 – 75.
- [18] 陶燕丽, 周建, 李一雯. 电渗法中电极布置形式的对比试验研究 [J]. *建筑结构*, 2013, 43(增刊 2): 214 – 218. [TAO Yanli, ZHOU Jian, LI Yiwen. Electro-osmotic experimental research on three arrangements of electrodes[J]. *Building Structure*, 2013, 43(Sup 2): 214 – 218. (in Chinese with English abstract)]
- [19] ZHANG Lei, PAN Zhuojie, WANG Binghui, et al. Experimental investigation on electro-osmotic treatment combined with vacuum preloading for marine clay[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2021, 49(6): 1495 – 1505.
- [20] WANG Jun, MA Jianjun, LIU Feiyu, et al. Experimental study on the improvement of marine clay slurry by electroosmosis-vacuum preloading[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2016, 44(4): 615 – 622.
- [21] TOWHATA I, KUNTIWATTANAKUL P, KOBAYASHI H. A preliminary study on heating of clays to examine possible effects of temperature on soil-mechanical properties[J]. *Soils and Foundations*, 1993, 33(4): 184 – 190.
- [22] 程瑾, 曹凯, 吴玉涛, 等. 基于增温加热技术的淤泥真空预压现场试验研究 [J]. *水文地质工程地质*, 2022, 49(4): 125 – 134. [CHENG Jin, CAO Kai, WU Yutao, et al. A field experimental study of sludge vacuum preloading based on the temperature increasing heating technology[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2022, 49(4): 125 – 134. (in Chinese with English abstract)]

- abstract)]
- [23] 王天园, 邓岳保, 毛伟赞, 等. 加热对软土地基真空预压排水固结的影响研究 [J]. 水文地质工程地质, 2020, 47(1): 62 – 68. [WANG Tianyuan, DENG Yuebao, MAO Weiyun, et al. A study of the effect of heating on vacuum preloading for soft ground[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2020, 47(1): 62 – 68. (in Chinese with English abstract)]
- [24] XUE Zhijia, TANG Xiaowei, YANG Qing. Influence of voltage and temperature on electro-osmosis experiments applied on marine clay[J]. *Applied Clay Science*, 2017, 141: 13 – 22.
- [25] 邓岳保, 王天园, 孔纲强. 考虑温度效应的饱和土地基固结理论 [J]. *岩土工程学报*, 2019, 41(10): 1827 – 1835. [DENG Yuebao, WANG Tianyuan, KONG Gangqiang. Consolidation theory for saturated ground considering temperature effects[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, 41(10): 1827 – 1835. (in Chinese with English abstract)]
- [26] SHEN Yang, QI Wencheng, SHI Wen, et al. Influence of thermal effect on vacuum electro-osmosis of Taizhou dredged sediment[J]. *Marine Georesources & Geotechnology*, 2023, 41(1): 67 – 82.
- [27] 李维特, 黄保海, 毕仲波. 热应力理论分析及应用 [M]. 北京: 中国电力出版社, 2004: 20 – 25. [LI Weite, HUANG Baohai, BI Zhongbo. Thermal stress theory analysis and application[M]. Beijing: China Electric Power Press, 2004: 20 – 25. (in Chinese)]
- [28] 吴瑞潜. 饱和土一维热固结解析理论研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2008. [WU Ruiqian. Analytical study on one-dimensional thermal consolidation theory of saturated soil[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2008. (in Chinese with English abstract)]
- [29] 白冰. 岩土颗粒介质非等温一维热固结特性研究 [J]. 工程力学, 2005, 22(5): 186 – 191. [BAI Bing. One-dimensional thermal consolidation characteristics of geotechnical media under non-isothermal condition[J]. *Engineering Mechanics*, 2005, 22(5): 186 – 191. (in Chinese with English abstract)]
- [30] CHEN J L, AL-ABED S, RYAN J, et al. Effects of electroosmosis on soil temperature and hydraulic head. II: Numerical simulation[J]. *Journal of Environmental Engineering*, 2002, 128(7): 596 – 603.
- [31] 王柳江, 刘斯宏, 陈守开, 等. 基于热-水-力耦合的电渗排水试验数值模拟 [J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2016, 47(3): 889 – 896. [WANG Liujiang, LIU Sihong, CHEN Shoukai, et al. Numerical simulation of electro-osmotic drainage test based thermo-hydro-mechanical coupling model[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2016, 47(3): 889 – 896. (in Chinese with English abstract)]
- [32] MALEKZADEH M, LOVISA J, SIVAKUGAN N. An overview of electrokinetic consolidation of soils[J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2016, 34(3): 759 – 776.

编辑: 刘真真