

基于差分法的双排抗滑桩结构内力计算

李寻昌, 高凡凡, 冉雨童, 史征征

Internal force calculation of double row anti-slide pile structure based on finite difference method

LI Xunchang, GAO Fanfan, RAN Yutong, and SHI Zhengzheng

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202308034>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

双排桩双梁组合支护刚度计算的改进与位移分析

Improved calculation of the rigidity of double-row piles and double-beam composite support and displacement analysis under different soil properties

官凤梧, 刘晨, 郭文娟, 李晨光, 封占英, 张银铂 水文地质工程地质. 2022, 49(1): 109-116

抗滑桩应变特征与内力非线性研究

A study of the strain characteristics and internal force nonlinearity of anti-slide pile

任青阳, 赵梦园, 谢忠伟, 吴鑫培, 陈斌 水文地质工程地质. 2021, 48(2): 114-124

考虑桩桩相互作用的双排支护桩受力变形分析

Analysis of forced deformation of double row support piles considering pile interaction

张玲, 朱幸仁, 欧强 水文地质工程地质. 2019, 46(5): 72-80

双排抗滑桩加固滑坡的前桩后侧推力算法

A calculation method for thrust on the fore piles of double-row stabilizing piles used to reinforce landslides

闫玉平, 肖世国 水文地质工程地质. 2021, 48(4): 55-63

预应力锚索修复含微裂纹抗滑桩模型试验研究

Model test of anti-slide pile with micro-crack repaired by prestressed anchor cables

周云涛, 石胜伟, 蔡强, 张勇, 李乾坤, 梁炯, 程英建 水文地质工程地质. 2019, 46(4): 104-111

大型滑坡抗滑桩-桩板结构受力变形研究

A study of the deformation of anti-slide pile and pile-plate structure in large landslide

向俐蓉, 陈伟志, 郭在旭, 叶丹, 姜雷 水文地质工程地质. 2021, 48(2): 125-131



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

DOI: 10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202308034

李寻昌, 高凡凡, 冉雨童, 等. 基于差分法的双排抗滑桩结构内力计算 [J]. 水文地质工程地质, 2024, 51(5): 95-104.

LI Xunchang, GAO Fanfan, RAN Yutong, et al. Internal force calculation of double row anti-slide pile structure based on finite difference method[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2024, 51(5): 95-104.

基于差分法的双排抗滑桩结构内力计算

李寻昌, 高凡凡, 冉雨童, 史征征

(长安大学地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054)

摘要: 为研究有连梁双排抗滑桩快速有效的内力计算模型, 在对有连梁双排桩进行受力分析的基础上, 将有连梁双排抗滑桩结构简化为在桩顶连系梁零弯矩处断开的 2 根单桩结构, 通过对双排桩受力进行叠加得到前后排桩桩顶连梁传递的弯矩与剪力, 基于有限差分法建立了有连梁双排抗滑桩受荷段、嵌固段全桩内力计算模型, 进而对有连梁双排抗滑桩桩体内力进行了计算。同时, 通过大型室内模型试验内力实测结果对所计算结果进行了对比验证。结果表明: (1) 模型试验结果与所建计算模型得到的桩顶位移与桩身弯矩值吻合较好, 说明简化计算模型具有一定的适用性; (2) 二者的后排桩最大弯矩出现位置略有偏差, 计算得到的最大弯矩位置更接近实际桩体破坏位置, 进一步验证了全桩内力计算模型的可靠性; (3) 所建有限差分计算模型避免了将受荷段与嵌固段利用连续条件进行迭代的复杂运算过程, 大大提升了计算效率, 为实际工程提供了一种快速高效的有连梁双排桩内力计算方法。

关键词: 有连梁双排抗滑桩; 有限差分法; 全桩内力计算; 模型试验; 计算模型

中图分类号: TU42

文献标志码: A

文章编号: 1000-3665(2024)05-0095-10

Internal force calculation of double row anti-slide pile structure based on finite difference method

LI Xunchang, GAO Fanfan, RAN Yutong, SHI Zhengzheng

(School of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710054, China)

Abstract: To develop an efficient internal force calculation model for double row anti-slide piles with connecting beams, the finite difference method was used to calculate the internal force of all piles at the load section and embedded end of double row piles. The structure of double row anti-slide pile with connecting beam was simplified to two single piles disconnected at the zero bending moment of the connecting beam at the pile top; the bending moments and shear forces at the top of the front and back piles were obtained by superposition of the forces on the double row piles. The structural model tests were carried out to check the effectiveness of the calculation model based on the finite difference method. The results show that the model test results are consistent with the data of pile top displacement and pile body bending moment obtained from the calculation model, indicating that the simplified calculation model is effective. There is a slight deviation between the positions where the maximum bending moment calculation is for the rear pile. The calculated maximum bending moment position is close to the real pile failure position, further proving the reliability of the entire pile internal force calculation model based on the finite difference method. The finite difference calculation model avoids the complex calculation process of iterating the loaded and embedded sections using continuous conditions, and provides a fast

收稿日期: 2023-08-15; 修订日期: 2023-11-02

投稿网址: www.swdzcgdz.com

第一作者: 李寻昌(1975—), 男, 博士, 副教授, 主要从事岩土工程、安全工程、地质灾害方面的研究工作。E-mail: dcdgx12@chd.edu.cn

and efficient method for calculating the internal forces of double row piles with connecting beams in practical engineering.

Keywords: double row anti slip piles with connecting beams; finite difference method; internal forces of the entire pile; model test; calculation model

相较于传统单排桩,双排抗滑桩是一种有极大潜力的支挡构造物,具有整体稳定性较强、抗弯刚度大等优点^[1-2]。作为一种双排桩,有连梁双排桩结构设计简单、抗滑和抗倾覆能力强,在实际工程中应用广泛,但这种结构较单排桩受力更为复杂,目前并未有成熟的设计计算方法^[3]。

国内外学者对双排桩进行了大量研究,主要集中在双排抗滑桩的桩土作用机理^[4-5]、设计计算模型^[6-8]以及桩间距等参数的影响^[9],尤以抗滑桩作用机理研究为主。目前,双排抗滑桩常用的内力分析方法主要有极限地基反力法^[10]、弹性地基反力法^[11]及复合地基反力(P - Y 曲线)法^[12-13]等;如, Fan 等^[14]利用弹性地基梁理论,建立了双排桩内力和变形计算方程,通过工程实例进行了验证;Zhu 等^[15]利用温克尔弹性地基梁和体积比系数法,考虑顶梁刚度的影响,构建了双排桩的计算模型;于洋等^[16]基于桩周土体位移和弹性地基梁法,建立了桩顶有连梁的双排抗滑桩内力计算模型。随着 ABAQUS 等数值模拟软件的应用^[17],双排桩的研究内容逐渐从理论分析为主转向数值模拟研究为主,并将数值模拟结果与物理模型试验结合起来进行综合性分析^[18]。此外,有限差分^[19]及有限单元^[20]等数值解法也被陆续运用到抗滑桩内力计算中,计算结果可靠性经过国内外学者大量模型试验^[21]以及案例分析^[22]得以验证,但是,关于双排抗滑桩有限差分分析^[23]的研究相对较少,现有抗滑桩差分法求解通常将桩身划分为受荷段和嵌固段两部分进行,通过在滑动面处的连续条件进行迭代求解^[24],求解过程较为繁琐,效率较低。

目前工程设计及边坡治理中,双排抗滑桩的内力计算方法普遍采用先按照一定比例给前后排桩分配滑坡推力,之后将双排抗滑桩整体作为超静定结构进行设计计算,侧重于双排桩整体受力分析^[25],对双排桩的受力特点以内力分布规律的认识不够深入和系统。本文将利用现有单排桩和双排桩的有限差分理论和方法^[26],在对有连梁双排桩进行受力分析的基础上,将有连梁双排抗滑桩结构简化为在桩顶连系梁零弯矩处断开的 2 根单桩结构,提出有连梁双排桩的全桩内力计算模型。将现有有限差分方法进行改进并

应用于有连梁双排抗滑桩全桩桩身的内力计算,可以避免传统差分法将桩身划分为受荷段和嵌固段两部分进行迭代求解的复杂过程,为有连梁双排抗滑桩内力计算提供参考,并通过大型室内模型试验验证了所提模型求解结果的可靠性与精确性,以期有连梁双排桩的理论研究与实际应用提供理论参考。

1 双排抗滑桩结构计算模型

1.1 基本假设

为简化计算模型推导过程,做出以下基本假设:(1) 双排抗滑桩桩身的变形符合 Winkler 弹性地基梁理论;(2) 双排抗滑桩承受的滑坡推力 $q(z)$ 分布范围为抗滑桩的受荷段,且滑动面唯一;(3) 将双排抗滑桩结构简化为在桩顶连系梁零弯矩处断开的 2 根单桩结构,前后排桩桩顶分别受到弯矩(M_j)与剪力(Q_j)共同作用($j=a$ 为后排桩, $j=b$ 为前排桩);(4) 不考虑双排抗滑桩连梁处的角位移,只考虑其水平位移。

根据双排抗滑桩的受力特点和有限差分理论,本文把双排桩滑动面以上和滑动面以下(即抗滑桩的受荷段和嵌固段)两个部分看作一个整体,依据弹性地基梁理论建立考虑双排抗滑桩受荷段和嵌固段的全桩分析求解模型,通过分别列出前后排桩的全桩差分方程来求解桩的内力。

1.2 受力分析

有连梁双排抗滑桩桩身受力作用^[27]可分为滑坡推力作用、桩间岩土体作用及桩前滑体抗力作用 3 大部分。后排桩桩后在滑动面以上受到滑坡推力的作用,实际应用中的滑坡推力分布形式有矩形、三角形、梯形等,其中矩形和三角形为梯形的特殊情况。考虑滑体是一种黏聚力较大的地层(黏土),推力可近似按三角形分布计算^[28],本文为了简化计算,假定滑坡推力为三角形荷载分布来建立分析模型。前、后排桩共同作用依赖于桩间的岩土体,作用在前排桩桩后的土压力主要是由后排桩承受的滑坡推力挤压桩间岩土体来传递。桩间土体和桩前滑体抵抗桩身变形、分别对后排桩与前排桩产生抗力,基于弹性地基梁理论,根据不同的地层类别,分别采用“ m ”法、“ K ”法、“ C ”法等进行计算。为便于公式推导,本文采用土质地基

工况下“m”法确定滑体抗力^[29], 地基系数 $K(z) = mz$, 其中 m 为计算系数、 z 为深度。

根据结构力学, 有连梁双排桩连梁内力如图1所示, 连梁上存在断开弯矩为0的某一截面。假设连梁在零弯矩处断开, 则连梁横截面处的剪力(Q)和轴力(F_s)可转化为作用在前后排桩桩顶的弯矩和剪力。

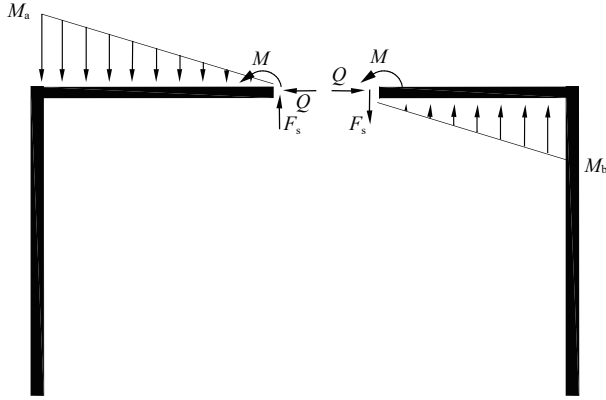


图1 连梁内力

Fig. 1 Internal force of connecting beams

如图2所示, 本文将前排桩和后排桩看作连梁系零弯矩处断开的2根单桩, 分别进行内力计算, M_b 、 M_a 为前、后排桩桩顶弯矩, Q_b 、 Q_a 为前、后排桩桩顶处剪力。根据静力平衡条件可知:

$$Q_a + Q_b = 0 \quad (1)$$

假设使双排桩桩后受拉时弯矩为正, 剪力沿 y 轴正方向为正。将有连梁的双排桩简化为前、后排桩桩顶作用有弯矩和剪力的2根单桩进行全桩的差分计算。桩顶的弯矩(M_j)与剪力(Q_j)通过力的叠加原理来确定。力的分解图见图3。根据线弹性体的叠加原理, 将有连梁的双排抗滑桩的受力分别按照作用于弹性地基梁的滑坡推力和土体抗力、桩顶连梁处传递的

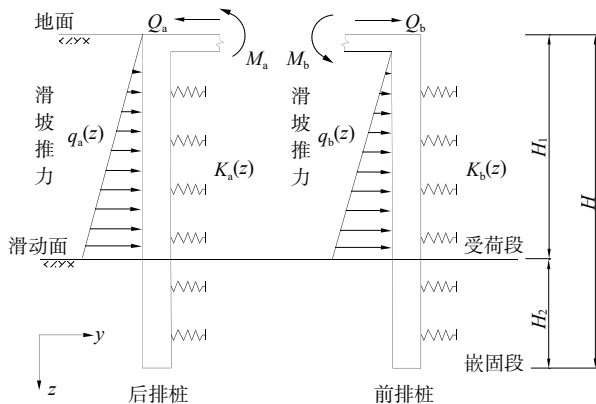


图2 双排抗滑桩受力模型

Fig. 2 Mechanical model of double row anti-slide pile

剪力与桩顶处的弯矩3种情况叠加来考虑。上述3种情况下桩顶处的挠度分别为 y_{j1} 、 y_{j2} 、 y_{j3} , 转角为 θ_{j1} 、 θ_{j2} 、 θ_{j3} ($j=a$ 为后排桩, $j=b$ 为前排桩)。

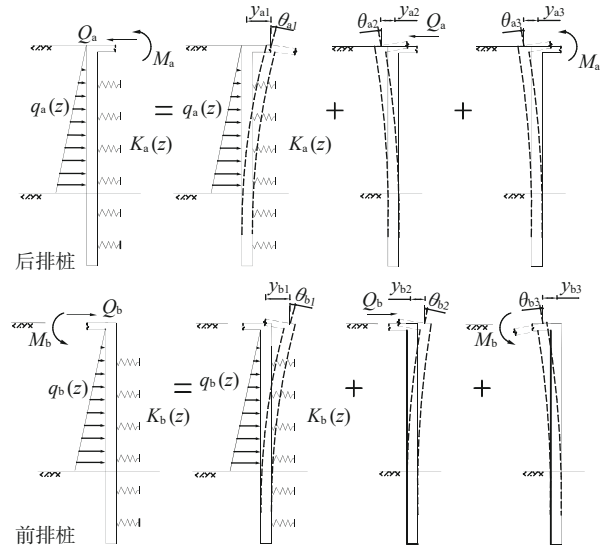


图3 双排抗滑桩受力分解

Fig. 3 Stress decompositions of double row anti-slide pile

桩顶处剪力 Q_b 、 Q_a 和弯矩 M_b 、 M_a 分别单独作用时桩顶的挠度和转角按照下式进行计算:

$$\begin{cases} y_{j2} = -\frac{H^3 Q_j}{3EI} \\ \theta_{j2} = -\frac{H^2 Q_j}{2EI} \\ y_{j3} = -\frac{H^2 M_j}{EI} \\ \theta_{j3} = -\frac{HM_j}{EI} \end{cases} \quad (2)$$

式中: EI ——双排抗滑桩结构的刚度/($N \cdot m^2$);

H ——受荷段桩长/m;

y_{j2} 、 θ_{j2} ——剪力 Q_j 单独作用时桩顶的挠度/m与转角;

y_{j3} 、 θ_{j3} ——弯矩 M_j 单独作用时桩顶的挠度/m与转角。

前后排桩桩顶水平位移相等和桩顶转角为0的边界条件为:

$$\begin{cases} y_{a1} + y_{a2} + y_{a3} = y_{b1} + y_{b2} + y_{b3} \\ \theta_{a1} + \theta_{a2} + \theta_{a3} = \theta_{b1} + \theta_{b2} + \theta_{b3} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

将式(2)代入式(3), 联立式(1), 得到桩顶连梁处传递的弯矩与剪力:

$$\begin{cases} Q_a = \frac{3EI}{H^3} [2(y_{a1} - y_{b1}) - H(\theta_{a1} - \theta_{b1})] \\ M_a = \frac{EI}{H^2} \left[H \left(\frac{5}{2}\theta_{a1} - \frac{3}{2}\theta_{b1} \right) - 3(y_{a1} - y_{b1}) \right] \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} Q_b = \frac{3EI}{H^3} [H(\theta_{a1} - \theta_{b1}) - 2(y_{a1} - y_{b1})] \\ M_b = \frac{EI}{H^2} \left[H \left(\frac{5}{2}\theta_{b1} - \frac{3}{2}\theta_{a1} \right) - 3(y_{a1} - y_{b1}) \right] \end{cases} \quad (5)$$

基于文克尔弹性地基梁理论, 双排桩抗滑桩受荷段和嵌固段的挠曲微分控制方程^[30]可表示为:

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + B_0 K(z)y = q(z) \quad (6)$$

式中: B_0 ——桩的计算宽度/m;

y ——桩身水平变位/m。

1.3 有限差分求解模型

以后排桩为例, 桩身差分点见图 4。根据有限差分理论, 将后排桩平均离散为 n 段^[31], 各分段长度均为 h , 后排桩桩顶至桩底编号为 $-2, -1, 0, \dots, n, n+1, n+2$, 共 $n+5$ 个节点, 其中 $-2, -1, n+1, n+2$ 为虚节点; 桩顶节点编号为 0 , 桩底为 n ; 滑动面处节点编号为 l 。前排桩与后排桩采取相同的等量分段方式, 则前后排桩任意节点处的差分方程可表示为式(7)。

前排桩:

$$\begin{cases} y'_{i-2} - 4y'_{i-1} + \left(6 + \frac{B_0 K(z)h^4}{EI}\right)y'_i - 4y'_{i+1} + y'_{i+2} = \frac{q(z)h^4}{EI} \\ y'_{i-2} - 4y'_{i-1} + \left(6 + \frac{B_0 K(z)h^4}{EI}\right)y'_i - 4y'_{i+1} + y'_{i+2} = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (0 \leq i \leq l) \\ (l < i \leq n+2) \end{matrix} \quad (7a)$$

后排桩:

$$\begin{cases} y_{i-2} - 4y_{i-1} + \left(6 + \frac{B_0 K(z)h^4}{EI}\right)y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2} = \frac{q(z)h^4}{EI} \\ y_{i-2} - 4y_{i-1} + \left(6 + \frac{B_0 K(z)h^4}{EI}\right)y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2} = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (0 \leq i \leq l) \\ (l < i \leq n+2) \end{matrix} \quad (7b)$$

对于有连梁双排抗滑桩来说, 由于连系梁的存在, 前后排桩桩顶弯矩与剪力并不为 0, 本文简化模型中将连系梁简化为作用于前、后排桩桩顶的弯矩 M_b 、 M_a 与剪力 Q_b 、 Q_a 。抗滑桩桩顶处的边界条件见式(8)。

前排桩:

$$\begin{cases} y'_{-1} - 2y'_0 + y'_1 = \frac{M_a h^2}{EI} \\ y'_{-2} - 2y'_{-1} + 2y'_1 - y'_2 = \frac{-2Q_a h^3}{EI} \end{cases} \quad (8a)$$

后排桩:

$$\begin{cases} y_{-1} - 2y_0 + y_1 = \frac{M_a h^2}{EI} \\ y_{-2} - 2y_{-1} + 2y_1 - y_2 = \frac{-2Q_a h^3}{EI} \end{cases} \quad (8b)$$

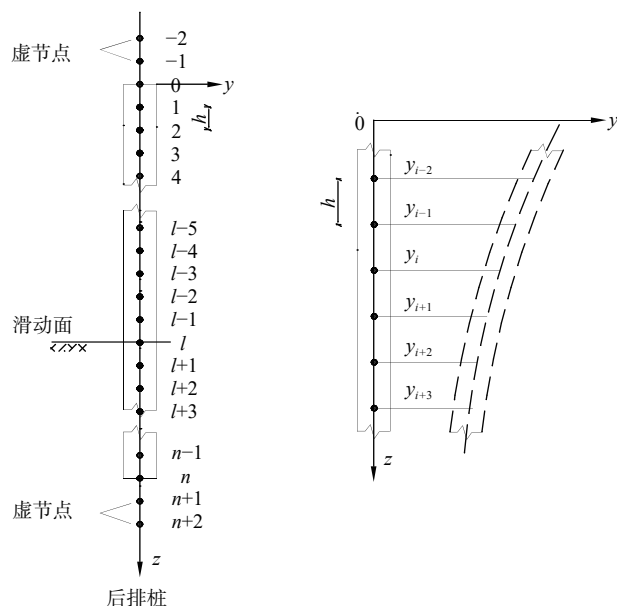


图 4 桩身挠曲及其差分点

Fig. 4 Pile deflection at differential points

当抗滑桩(受力分解见图 2)未受到桩顶连梁传递的剪力与弯矩作用时(即桩顶处剪力与弯矩为 0), 桩顶的边界条件可表示为式(9)。

前排桩:

$$\begin{cases} y'_{-1} - 2y'_0 + y'_1 = 0 \\ y'_{-2} - 2y'_{-1} + 2y'_1 - y'_2 = 0 \end{cases} \quad (9a)$$

后排桩:

$$\begin{cases} y_{-1} - 2y_0 + y_1 = 0 \\ y_{-2} - 2y_{-1} + 2y_1 - y_2 = 0 \end{cases} \quad (9b)$$

将弹性双排桩假定桩底为自由端, 则桩底弯矩、剪力为 0。桩底边界条件见式(10)。

前排桩:

$$\begin{cases} y'_{n-1} - 2y'_n + y'_{n+1} = 0 \\ y'_{n-2} - 2y'_{n-1} + 2y'_{n+1} - y'_{n+2} = 0 \end{cases} \quad (10a)$$

后排桩:

$$\begin{cases} y_{n-1} - 2y_n + y_{n+1} = 0 \\ y_{n-2} - 2y_{n-1} + 2y_{n+1} - y_{n+2} = 0 \end{cases} \quad (10b)$$

根据前排和后排桩桩身差分方程, 结合桩顶和桩端的 4 个边界条件, 可以解出桩身每个节点处的水平位移 y_i 。

令 $a_i = 6 + \frac{B_0 K(z) h^4}{EI}$, 可以得到后排桩的全桩矩阵式线性方程组^[19]:

$$AY=Q \quad (11)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & a_0 & -4 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & a_1 & -4 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -4 & a_{n-1} & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -4 & a_n & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$Y = \begin{pmatrix} y_{-1} & y_{-2} & y_0 & \cdots & y_l & \cdots & y_{n-1} & y_n & y_{n+1} & y_{n+2} \end{pmatrix}^T \quad (13)$$

$$Q = \frac{h^4}{EI} \begin{pmatrix} \frac{M_a}{h^2} & -\frac{2Q_a}{h} & q_0 & \cdots & q_l & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \quad (14)$$

当桩顶处剪力与弯矩为 0 时, 载荷矩阵为:

$$Q = \frac{h^4}{EI} \begin{pmatrix} 0 & 0 & q_0 & \cdots & q_l & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \quad (15)$$

将式(12)(13)(14)带入式(11), 从而建立后排桩受荷段和嵌固段变形统一线性方程组, 根据式(16)实现全桩位移的求解。同理, 将式(12)(13)(15)代入式

(11)得到式(17)。式(16)中 M_a 、 Q_a 可通过式(4)求得, 最终通过式(16)得到后排桩桩身的内力。

$$\begin{pmatrix} y_{-1} \\ y_{-2} \\ y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_l \\ \vdots \\ y_{n-1} \\ y_n \\ y_{n+1} \\ y_{n+2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & a_0 & -4 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & a_1 & -4 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -4 & a_{n-1} & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -4 & a_n & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{M_a h^2}{EI} \\ -\frac{2Q_a h^3}{EI} \\ q_0 h^4 / EI \\ q_1 h^4 / EI \\ \vdots \\ q_l h^4 / EI \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{pmatrix} y_{-1} \\ y_{-2} \\ y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_l \\ \vdots \\ y_{n-1} \\ y_n \\ y_{n+1} \\ y_{n+2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & a_0 & -4 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & a_1 & -4 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -4 & a_{n-1} & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -4 & a_n & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ q_0 h^4 / EI \\ q_1 h^4 / EI \\ \vdots \\ q_l h^4 / EI \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\theta_i = (y_{i+1} - y_{i-1})/2h \quad (18)$$

$$\begin{cases} y_{a1} = y_0 \\ \theta_{a1} = \theta_0 \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} y_{b1} = y'_0 \\ \theta_{b1} = \theta'_0 \end{cases}$$

本文采用 Matlab 对双排桩的全桩内力与位移进行求解,大大提高了计算效率。

下面通过大型双排抗滑桩结构模型试验,对本文方法计算结果的准确性进行验证。

2 模型试验

本次模型试验为有连梁双排抗滑桩室内模型试验,试验装置立面如图 5 所示。试验滑体和滑床材料选取同一土质条件下的土体,试验桩体采用矩形抗滑桩,截面尺寸($b \times h$)为 $5 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$,前、后排桩桩长皆为 180 cm ,前后排桩排间距为 40 cm ,联结前、后排抗滑桩的连系梁为厚度约 5 cm 的钢板;前排桩埋入滑面以下 70 cm ,后排桩埋入滑面以下 80 cm ;桩身材料采用石膏浇筑铝棒而成,抗滑桩的纵筋采用 5 根直径为 6 mm 的铝棒,箍筋采用间距为 120 mm 的 2 股 $\phi 1$ 的铁丝。前后排桩每桩布设 13 组电阻式应变片,应变片布设的位置,如图 6 所示,前、后排桩以滑面为中心,在距离桩底 $8, 10, 15, 15, 15, 15 \text{ cm}$ 和距离桩顶 $8, 10, 15, 15, 15, 15 \text{ cm}$ 的位置分别布设应变片。数据采集为泰斯特电子有限公司生产的 TST3826F-L 静态应变测试系统^[32]。

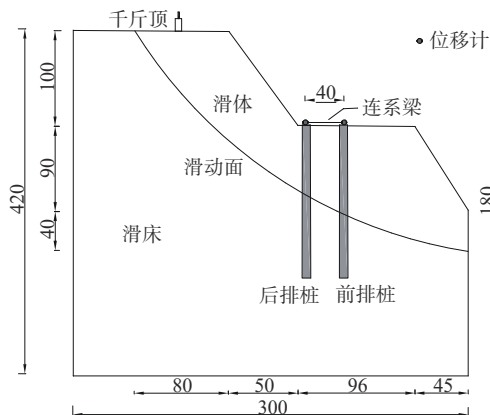


图 5 试验装置立面 (单位: cm)

Fig. 5 Elevation view of test device (Unit: cm)

以测量桩体中铝棒的应变来反映桩身的应变,采用千斤顶进行分级加载,直至桩身破坏,荷载以 4.2 kPa 为一级,分别加载为 $4.2, 8.4, 12.6, 16.8, 20.9,$

$25.1, 29.3 \text{ kPa}$ 。在千斤顶各级加载下,通过测量桩身应变得到桩身弯矩。

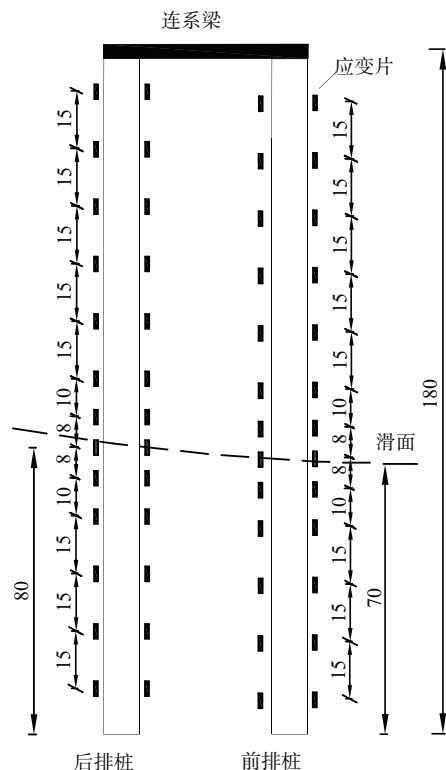


图 6 应变片布置 (单位: cm)

Fig. 6 Layout of strain gauge (Unit: cm)

下面选取 3 组加载情况下的试验数据与有限差分方程得到的位移与弯矩值进行对比分析。

3 试验结果分析与模型验证

将模型试验数据和同一条件下全桩差分计算模型求解的部分数据进行对比。桩顶位移试验值与理论计算值如图 7 所示。可以看出,在相同加载条件下,前后排桩桩顶位移试验值与差分法计算值相差较小,前、后排桩在相同加载条件下桩顶位移相差较小,说明有连梁双排桩其结构的协同作用发挥较好。除此之外,桩顶位移在荷载 $25 \sim 30 \text{ kPa}$ 均出现明显激增,说明桩身在此时发生较大变形,这一现象与模型试验得出的结论一致。

图 8、图 9 为不同级加载应力下双排抗滑桩前、后排桩桩身弯矩的试验值与计算值,可以看出: (1) 简化模型计算得到的前、后排桩桩身弯矩值与试验弯矩值均呈“S”形,后排桩桩身弯矩值明显大于前排桩,前、后排桩最大弯矩均位于滑面下方嵌固段; (2) 前、后排桩桩身最大正、负弯矩计算值数值上与试验值基

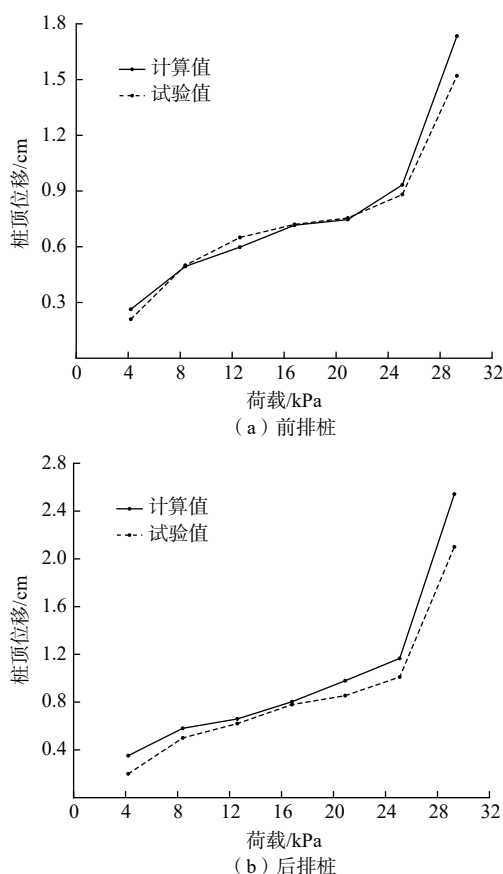


图7 不同加载情况下桩顶位移

Fig. 7 Pile top displacement under different loading conditions

本吻合(表1),但略大于试验值,相对误差约15%,最大弯矩出现位置均位于滑面附近;(3)使用简化模型算出的前排桩与后排桩桩身最大弯矩出现位置基本一致,但后排桩位置上最大弯矩的计算值比试验值更靠近滑面处。表2为模型试验桩体断裂点的统计结果,可以看出,计算得到的最大弯矩位置与桩身裂缝

所处范围基本一致,这进一步验证了计算模型的可靠性。综上可知,双排桩的有限差分计算结果与试验结果整体吻合较好。

试验值与简化模型差分计算值出现一些差异,主要的原因:

(1) 简化模型采用有限差分法求解全桩内力与位移时,节点单元间距(即差分长度)的取值会影响计算结果的精度,地基土比例系数 m 为经验性取值,导致计算结果与模型试验存在一定差距;

(2) 模型试验应变片布设位置使试验所得弯矩所处位置具有一定局限性且模型试验本身存在误差,桩身最大弯矩值的具体位置因依赖于应变片布设位置而不能准确获得,造成实测值比计算值略小;

(3) 简化计算模型基本假设中忽略桩及连梁的轴向变形,未考虑桩底反力,将前后排桩桩底看作自由端,其剪力与弯矩为0。但在模型试验中桩底端的剪力与弯矩明显不为0,这一边界条件的不同会造成结果的不同;

(4) 将有连梁双排桩简化为2根单桩分别进行内力计算,桩身所受土压力按照三角形分布来计算,土压力峰值均处于滑面处;但模型试验中前排桩与后排桩土压力峰值处于抗滑桩的不同位置,这使桩身最大弯矩所在位置略有不同。

4 结论

针对双排桩受力特点建立了有连梁双排桩的全桩内力简化计算模型,实现了前后排桩全桩内力计算,并通过大型室内模型试验验证了所提方法的可靠性。主要结论如下:

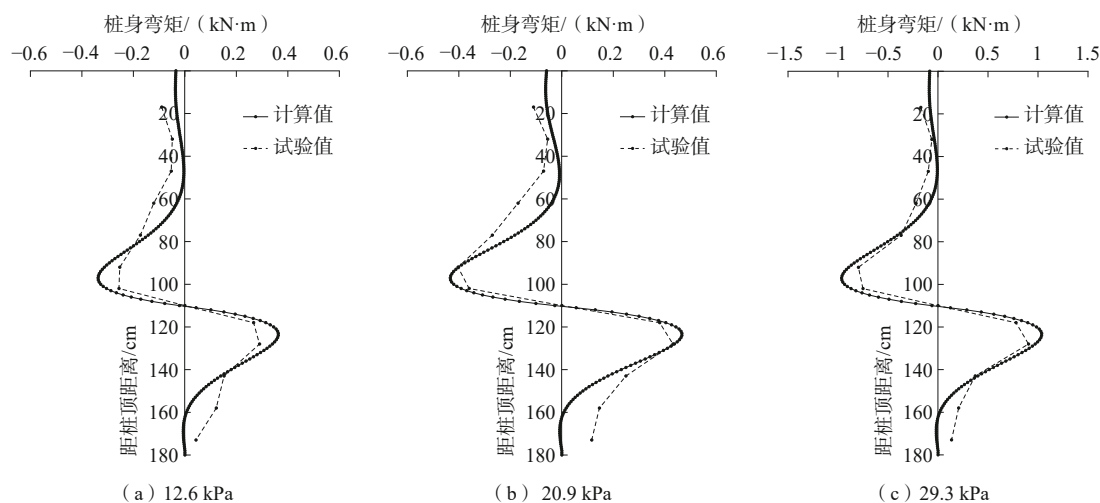


图8 不同加载应力下前排桩桩身弯矩

Fig. 8 Bending moments of front row pile body under different loads

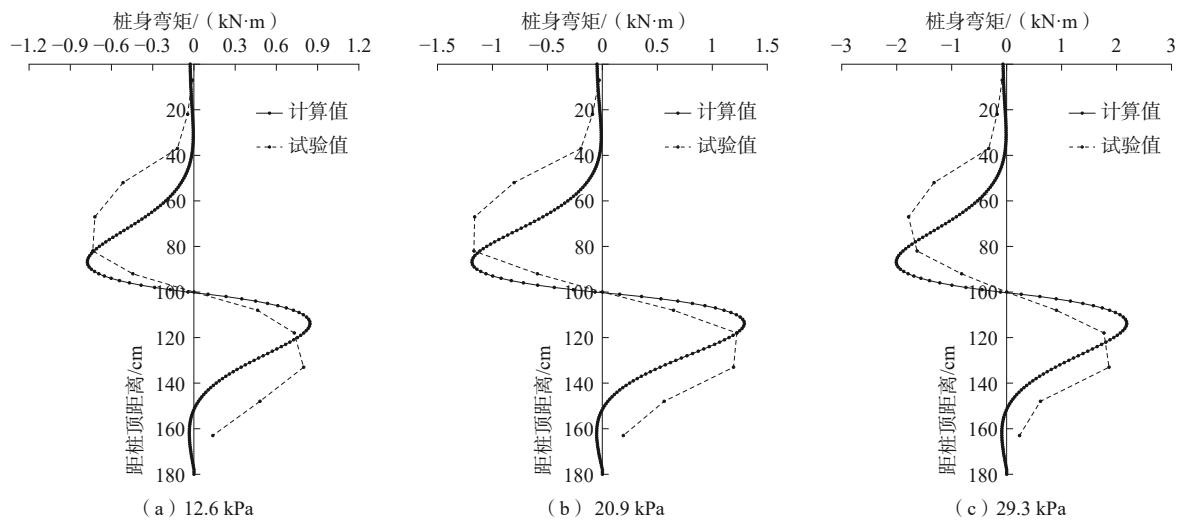


图 9 不同加载应力下后排桩桩身弯矩

Fig. 9 Bending moments of rear pile body under different loads

表 1 不同加载应力下的弯矩结果

Table 1 Bending moments under different loading conditions				
荷载/kPa	前排桩最大弯矩		后排桩最大弯矩	
	数值/(N·m)	距滑面位置/cm	数值/(N·m)	距滑面位置/cm
12.6	计算值	362	13	844
	试验值	290	8~18	798
20.9	计算值	466	13	1 290
	试验值	432	8~18	1 223
29.3	计算值	1 036	13	2 184
	试验值	905	8~18	1 862

表 2 桩体断裂点位置的统计结果

Table 2 Statistics of locations of pile fracture points			
双排抗滑桩		破坏位置范围/cm	位置均值/cm
前排桩	滑面以上	3.0~12.0	5.0
	滑面以下	5.3~21.0	15.8
后排桩	滑面以上	8.0~19.0	12.3
	滑面以下	5.0~11.3	6.6

(1) 试验数据与计算结果均表明,有连梁双排抗滑桩相同加载条件下前排桩和后排桩桩顶位移十分接近,其前后排桩桩身弯矩呈“S”型分布,弯矩最大值均出现在滑面附近。

(2) 根据模型试验结果与有连梁双排抗滑桩简化模型计算结果的桩顶位移、桩身弯矩值等数据吻合较好,计算得到的最大弯矩位置更接近于破坏位置、更符合实际,验证了本文计算模型的可靠性,为实际工程中计算有连梁双排桩内力提供了借鉴和参考。

参考文献 (References) :

[1] 李阳,南亚林,贺海超,等.黄土双排抗滑桩模型试验

[J]. 安全与环境学报, 2022, 22(3): 1315 - 1322. [LI Yang, NAN Yalin, HE Haichao, et al. Model test of double row anti slip piles on loess[J]. Journal of Safety and Environment, 2022, 22(3): 1315 - 1322. (in Chinese with English abstract)]

[2] 王飞,徐楚,黎伟.基于 MatDEM 的黄泥扁滑坡支护效果分析 [J]. 地质科技通报, 2023, 42(5): 52 - 60. [WANG Fei, XU Chu, LI Wei. Supporting effect analysis of the Huangnibian landslide based on MatDEM[J]. Bulletin of Geological Science and Technology, 2023, 42(5): 52 - 60. (in Chinese with English abstract)]

[3] 陈悦.基于双参数法的双排桩基坑支护结构简化计算方法 [D]. 西安:长安大学, 2017. [CHEN Yue. Simplified calculation method of double row pile foundation pit retaining structure based on double parameter method[D]. Xi'an: Chang'an University, 2017. (in Chinese with English abstract)]

[4] 章为民,顾行文,任国峰,等.刚性抗滑桩的桩土相互作用机理与极限阻滑力研究 [J]. 土木工程学报, 2017, 50(10): 82 - 90. [ZHANG Weimin, GU Xingwen, REN Guofeng, et al. Study on the pile-soil interaction mechanism and ultimate sliding resistance of rigid anti slip piles[J]. Journal of Civil Engineering, 2017, 50(10): 82 - 90. (in Chinese with English abstract)]

[5] 曹文贵,余林芳,张超,等.考虑桩土差异沉降影响的桩网复合地基桩土应力比分析方法 [J]. 水文地质工程地质, 2017, 44(4): 41 - 49. [CAO Wengui, YU Linfang, ZHANG Chao, et al. Analysis method of pile-soil

- stress ratio of pile-mesh composite foundation considering the influence of differential settlement[J]. *Hydrogeology Engineering & Geology*, 2017, 44(4): 41 - 49. (in Chinese with English abstract)]
- [6] 陈国雄, 谢上飞. 门式双排抗滑桩设计计算方法及工程应用研究 [J]. *公路工程*, 2013, 38(5): 176 - 179. [CHEN Guoxiong, XIE Shangfei. Design calculation method and engineering application research of portal double row anti slip piles[J]. *Highway Engineering*, 2013, 38(5): 176 - 179. (in Chinese with English abstract)]
- [7] 张玲, 朱幸仁, 欧强. 考虑桩桩相互作用的双排支护桩受力变形分析 [J]. *水文地质工程地质*, 2019, 46(5): 72 - 80. [ZHANG Ling, ZHU Xingren, OU Qiang. Mechanical deformation analysis of double-row supporting piles considering pile interaction[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2019, 46(5): 72 - 80. (in Chinese with English abstract)]
- [8] 罗晓娟, 寇桓嘉, 祝国强, 等. 断层破碎带条件下组合式圆截面抗滑桩加固边坡效果研究 [J]. *地质科技通报*, 2022, 41(6): 253 - 261. [LUO Xiaojuan, KOU Huanjia, ZHU Guoqiang, et al. Effect of combined anti-slide piles with circular section to reinforce the slope containing the fault crushed zone[J]. *Bulletin of Geological Science and Technology*, 2022, 41(6): 253 - 261. (in Chinese with English abstract)]
- [9] 刘恋, 孙飞飞. 排间距对双排小孔径抗滑桩的影响研究 [J]. *地下空间与工程学报*, 2015, 11(2): 398 - 403. [LIU Lian, SUN Feifei. Research on the influence of row spacing on double row small aperture anti slip piles[J]. *Journal of Underground Space and Engineering*, 2015, 11(2): 398 - 403. (in Chinese with English abstract)]
- [10] 赵学亮, 张景斐, 黄钺, 等. 嵌岩桩水平承载力计算方法的分析比较 [J]. *江苏大学学报(自然科学版)*, 2023, 44(3): 359 - 366. [ZHAO Xueliang, ZHANG Jingfei, HUANG Yue, et al. Analysis and comparison of calculation methods for horizontal bearing capacity of rock socketed piles[J]. *Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition)*, 2023, 44(3): 359 - 366. (in Chinese with English abstract)]
- [11] 胡晓军, 谭晓惠. 弹性抗滑桩全桩内力计算的地基反力荷载法 [J]. *岩土力学*, 2010, 31(1): 299 - 303. [HU Xiaojun, TAN Xiaohui. The foundation reaction load method for calculating the internal force of elastic anti slip piles[J]. *Soil mechanics*, 2010, 31(1): 299 - 303. (in Chinese with English abstract)]
- [12] 苏静波, 邵国建, 刘宁. 基于 P - Y 曲线法的水平受荷桩非线性有限元分析 [J]. *岩土力学*, 2006(10): 1781 - 1785. [SU Jingbo, SHAO Guojian, LIU Ning. Nonlinear finite element analysis of horizontally loaded piles based on P - Y curve method[J]. *Rock Soil mechanics*, 2006(10): 1781 - 1785. (in Chinese with English abstract)]
- [13] MATLOCK H, REESE L H. Generalized solutions for laterally loaded piles[J]. *Geotechnical Special Publication*, 1960, 127(118): 1220 - 1248.
- [14] FAN Qiuyan, XU Shengcai, CUI Feng. Calculation for a type of retaining structure with double-row piles[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 31(1): 3152 - 3158.
- [15] ZHU Qingke, MO Haihong. Calculation method for retaining structures with double-row piles with the stiffness of the top beam being considered[J]. *International Journal of Advancements in Computing Technology*, 2012, 4(12): 343 - 350.
- [16] 于洋, 孙红月, 尚岳全. 基于桩周土体位移的双排抗滑桩计算模型 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2014, 33(1): 172 - 178. [YU Yang, SUN Hongyue, SHANG Yuequan. A calculation model for double row anti slip piles based on soil displacement around the pile[J]. *Journal of Rock mechanics and Engineering*, 2014, 33(1): 172 - 178. (in Chinese with English abstract)]
- [17] QI Zhigang, WANG Cuiying, WANG Jiayang. Study of calculation theory for retaining structure with prestressed double-row piles and its engineering application[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, 31(3): 911 - 917.
- [18] 周云涛, 石胜伟, 蔡强, 等. 预应力锚索修复含微裂纹抗滑桩模型试验研究 [J]. *水文地质工程地质*, 2019, 46(4): 104 - 111. [ZHOU Yuntao, SHI Shengwei, CAI Qiang, et al. Model test of prestressed anchor cable repairing anti-slide pile with micro-cracks[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2019, 46(4): 104 - 111. (in Chinese with English abstract)]
- [19] 王羽, 赵波, 王强, 等. 基于有限差分法的 h 型抗滑桩结构计算模型 [J]. *防灾减灾工程学报*, 2015, 35(4): 464 - 470. [WANG Yu, ZHAO Bo, WANG Qiang, et al. Calculation model of h -type anti slide pile structure based on finite difference method[J]. *Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering*, 2015, 35(4): 464 - 470. (in Chinese with English abstract)]
- [20] 赵海鹏, 黎学优, 万建宏, 等. 基于高性能有限单元法的多层地基水平受荷桩受力分析 [J]. *岩土力学*, 2021,

- 42(7): 1995 – 2003. [ZHAO Haipeng, LI Xueyou, WAN Jianhong, et al. Mechanical analysis of horizontal loaded piles in multilayer foundations based on high performance finite element method[J]. Soil mechanics, 2021, 42(7): 1995 – 2003. (in Chinese with English abstract)]
- [21] 吴润泽, 周海清, 胡源, 等. 基于有限差分原理的预应力锚索抗滑桩改进计算方法 [J]. 岩土力学, 2015, 36(6): 1791 – 1800. [WU Runze, ZHOU Haiqing, HU Yuan, et al. An improved calculation method of prestressed anchor anti slide pile based on the finite difference principle[J]. Rock Soil mechanics, 2015, 36(6): 1791 – 1800. (in Chinese with English abstract)]
- [22] 张海洋, 宋绪国, 郭帅杰, 等. 岩土成层条件下抗滑桩计算的改进有限差分法 [J]. 铁道标准设计, 68(6): 31 – 36. [ZHANG Haiyang, SONG Xuguo, GUO Shuaijie, et al. The improved finite difference method for calculation of anti slide piles under the condition of rock soil stratification[J]. Railway Standard Design, 68(6): 31 – 36. (in Chinese with English abstract)]
- [23] 戴自航, 王云凤, 卢才金. 水平荷载单桩计算的综合刚度和双参数法杆系有限元数值解 [J]. 岩石力学与工程学报, 2016, 35(10): 2115 – 2123. [DAI Zihang, WANG Yunfeng, LU Caijin. Comprehensive stiffness and dual parameter method finite element numerical solution for horizontal load single pile calculation[J]. Journal of Rock mechanics and Engineering, 2016, 35(10): 2115 – 2123. (in Chinese with English abstract)]
- [24] HUANG C, LIANG F. Boundary value problem for analysis of portal double-row stabilizing piles [J]. Journal of Applied Mathematics, 2013, 2013: 485632.
- [25] 宫凤梧, 刘晨, 郭文娟, 等. 双排桩双梁组合支护刚度计算的改进与位移分析 [J]. 水文地质工程地质, 2022, 49(1): 109 – 116. [GONG Fengwu, LIU Chen, GUO Wenjuan, et al. Improvement of stiffness calculation and displacement analysis of double-row pile and double-beam combined support[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2022, 49(1): 109 – 116. (in Chinese with English abstract)]
- [26] 戴自航, 沈蒲生, 彭振斌. 弹性抗滑桩内力计算新模式及其有限差分法 [J]. 土木工程学报, 2003(4): 99 – 104. [DAI Zihang, SHEN Pusheng, PENG Zhenbin. A new model for calculating the internal force of elastic anti slip piles and its finite difference method[J]. Journal of Civil Engineering, 2003(4): 99 – 104. (in Chinese with English abstract)]
- [27] 肖世国, 何洪. 双排抗滑桩上滑坡推力近似解析方法 [J]. 岩土力学, 2015(2): 376 – 380. [XIAO Shiguo, HE Hong. Approximate analytical method for landslide thrust on double row anti slip piles[J]. Soil mechanics, 2015(2): 376 – 380. (in Chinese with English abstract)]
- [28] 戴自航. 抗滑桩滑坡推力和桩前滑体抗力分布规律的研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 22(4): 517 – 521. [DAI Zihang. Study on distribution law of landslide thrust and resistance of sliding mass in front of anti slide piles[J]. Journal of Rock mechanics and Engineering, 2002, 22(4): 517 – 521. (in Chinese with English abstract)]
- [29] 闫玉平, 肖世国. 双排抗滑桩加固滑坡的前桩后侧推力算法 [J]. 水文地质工程地质, 2021, 48(4): 55 – 63. [YAN Yuping, XIAO Shiguo. Thrust algorithm of front pile and rear side of double row anti-slide pile for landslide reinforcement[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2021, 48(4): 55 – 63. (in Chinese with English abstract)]
- [30] 邓时容, 肖世国. 嵌固段顶部拓宽型抗滑桩计算方法 [J]. 中国地质灾害与防治学报, 2022, 33(4): 84 – 91. [DENG Shirong, XIAO Shiguo. Calculation method for widened anti slip piles at the top of embedded sections[J]. Chinese Journal of Geological Hazards and Prevention, 2022, 33(4): 84 – 91. (in Chinese with English abstract)]
- [31] 王振刚. 抗滑桩桩身内力分析计算研究 [D]. 西安: 长安大学, 2007. [WANG Zhengang. Analysis and calculation of internal force of anti slide pile[D]. Xi'an: Chang'an University, 2007. (in Chinese with English abstract)]
- [32] 曹岩. 平行布设双排抗滑桩受力特性试验研究 [D]. 西安: 长安大学, 2019. [CAO Yan. Experimental study on the mechanical behavior of double-row anti-slide piles installed in Parallel[D]. Xi'an: Chang'an University, 2019. (in Chinese with English abstract)]

编辑: 刘真真