

寒区高速铁路冻土路基的水热耦合响应特性分析

陈佩佩, 尚智, 王熲祺, 祁凌豪, 杨光昌, 吴楠

Analysis of hydrothermal coupling response characteristics of frozen soil subgrade of high-speed railway in cold region

CHEN Peipei, SHANG Zhi, WANG Manqi, QI Linghao, YANG Guangchang, and WU Nan

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202404048>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

膨胀土边坡非饱和渗流及渐进性破坏耦合分析

A coupling analysis of unsaturated seepage and progressive failure of an expansive soil slope

陈亮胜, 韦秉旭, 廖欢, 张寒冰 水文地质工程地质. 2020, 47(4): 132-140

川藏铁路康定隧址区地热水成因及其工程影响分析

An analysis of the genesis and engineering influence of geothermal water in the Kangding tunnel site of the Sichuan-Tibet Railway

张云辉, 李晓, 徐正宣, 常兴旺, 黄多吉 水文地质工程地质. 2021, 48(5): 46-53

川藏铁路廊道关键水工环地质问题: 现状与发展方向

Key problems on hydro-engineering-environmental geology along the Sichuan-Tibet Railway corridor: Current status and development direction

张永双, 郭长宝, 李向全, 毕俊攀, 马剑飞, 刘峰 水文地质工程地质. 2021, 48(5): 1-12

高岭土电渗固结特性及数值模拟研究

A study of the kaolin electro-osmotic consolidation characteristics and their numerical simulation

沈美兰, 周太全, 李吴刚 水文地质工程地质. 2021, 48(4): 78-85

水泥改良黄土路基动力稳定性评价参数试验研究

An experimental study of the evaluation parameters of dynamic stability of the cement-improved loess subgrade

张沛云, 马学宁 水文地质工程地质. 2019, 46(2): 141-141

基于数值计算的测斜仪监测误差分析

Error analysis of an inclinometer based on numerical analysis

赵振宇 水文地质工程地质. 2021, 48(3): 157-161



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

DOI: 10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202404048

陈佩佩, 尚智, 王熯祺, 等. 寒区高速铁路冻土路基的水热耦合响应特性分析 [J]. 水文地质工程地质, 2025, 52(3): 153-162.
CHEN Peipei, SHANG Zhi, WANG Manqi, et al. Analysis of hydrothermal coupling response characteristics of frozen soil subgrade of high-speed railway in cold region[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2025, 52(3): 153-162.

寒区高速铁路冻土路基的水热耦合响应特性分析

陈佩佩¹, 尚智², 王熯祺², 祁凌豪², 杨光昌³, 吴楠⁴

(1. 北京建筑大学理学院, 北京 100044; 2. 北京建筑大学土木与交通工程学院, 北京 100044;
3. 北京科技大学土木工程系, 北京 100083; 4. 苏州城市学院智能制造与智慧交通学院,
江苏苏州 215104)

摘要: 冻土水热耦合问题的控制方程具有强耦合特性, 使得相应的数值计算存在一定挑战, 进而影响其在工程实践中的应用。根据能量守恒、质量守恒原理及土体冻结曲线, 给出了考虑相变效应的冻土水热耦合理论模型, 而后数学推导得到解耦的理论模型方程以便优化数值求解。基于 COMSOL 平台二次开发实现了冻土水热耦合过程的数值建模。使用兰州—乌鲁木齐(兰新)客运专线路基的实测数据进行数值计算的验证, 并在拟合的地表边界条件下开展了该冻土路基水热耦合的数值分析。分析表明: (1) 不同深度观测点对应的温度和含水率数值解与实测值具有较好的一致性, 从而验证了所解耦的冻土水热耦合理论模型的可靠性。(2) 土层对温度和含水率周期性变化时的幅值均有“削峰”作用, 且不同深度观测点的温度和含水率正弦变化曲线均有一定的相位滞后现象; 其中, 温度幅值削峰和相位滞后是热传导过程的能量耗散引起, 而含水率曲线的类似现象则可能是冰水相变改变土层渗透性的缘故。(3) 近地表附近温度等值线较密, 而远地表土层中温度等值线较疏, 表明路基表层更易受外界温度波动影响, 夏季时温度自上而下逐渐降低, 而冬季时温度自上而下逐渐升高。(4) 路基断面中含水率随着深度的增加而增大, 约在含水水泥粗粒土材料和填料的界面附近达到峰值, 体现了材料界面对水分迁移的影响效应, 而后随深度增加含水率逐渐降低。研究成果可为寒区路基等工程的建造提供一定的理论支撑。

关键词: 寒区路基; 水热耦合理论; 解耦计算; 数值分析

中图分类号: U416.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-3665(2025)03-0153-10

Analysis of hydrothermal coupling response characteristics of frozen soil subgrade of high-speed railway in cold region

CHEN Peipei¹, SHANG Zhi², WANG Manqi², QI Linghao², YANG Guangchang³, WU Nan⁴

(1. School of Science, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 100044, China;
2. School of Civil and Traffic Engineering, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing, 100044, China; 3. Department of Civil Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China; 4. College of Smart Manufacturing and Intelligent Transportation, Suzhou City University, Suzhou, Jiangsu 215104, China)

Abstract: Coupled heat and water transfer in frozen soil presents certain challenges for numerical computation due to the strong coupling nature of its control equations, thereby affecting their application in engineering

收稿日期: 2024-04-22; 修订日期: 2024-06-27

投稿网址: www.swdgcgz.com

基金项目: 国家自然科学基金项目(51808026)

第一作者: 陈佩佩(1987—), 男, 博士, 副教授, 主要从事无网格数值算法及环境岩土力学等方面的教学和科研工作。

E-mail: chenpeipei@bucea.edu.cn

practice. Based on the principles of energy conservation, mass conservation, and the soil freezing curve, a theoretical model for the coupled heat and water transfer in frozen soil, considering phase change effects, was proposed. Subsequently, decoupled control equations were derived through mathematical deduction to optimize numerical solutions. Numerical modeling of the coupled water and heat transfer process in frozen soil was implemented through secondary development on the COMSOL platform. The measured data from the subgrade of the Lanxin Passenger Dedicated Line were used for numerical validation, and numerical analysis was conducted under fitted surface boundary conditions. The analysis indicates the numerical solutions of temperature and moisture content at different depth exhibit good agreement with the measured values, thereby validating the reliability of the decoupled theoretical model for coupled heat and water transfer in frozen soil. The soil layer has a “peak damping” effect on the amplitude of periodic variations in temperature and moisture content, and the sine wave curves of temperature and moisture content at different depth present certain phase lag phenomena. Among these, temperature amplitude attenuation and phase lag are caused by energy dissipation in the heat conduction process, while similar phenomena in moisture content curves may be due to phase changes between ice and water altering soil permeability. The temperature contour lines near the surface are denser, while those in the deeper soil layers are sparser. The surface layer of the roadbed is more susceptible to external temperature fluctuations. During summer, the temperature gradually decreases from top to bottom, whereas in winter, the temperature gradually increases from top to bottom. The moisture content in the subgrade section increases with depth, reaching a peak near the interface between the cemented coarse-grained soil material and the fill material, highlighting the influence of material interfaces on moisture migration, and then gradually decreases with increasing depth. The research findings provide technical support for the construction of engineering projects such as roadbeds in cold regions.

Keywords: cold-region subgrade; hydrothermal coupling theory; decoupling calculation; numerical analysis

中国高速铁路基础设施发展迅速,运营里程已有约 4.2 万 km, 位居世界第一, 近些年来寒区的高速铁路建设尤其得到广泛关注^[1]。高速铁路运营过程中的路基安全问题极为重要, 然而路基服役期间, 温度和水分运动等因素的耦合作用影响可诱发各类工程病害, 从而影响行车安全。地处寒区的路基情况更加复杂, 包括了水冰相变和水分迁移对温度场的影响, 以及温度变化对水分迁移过程的影响, 涉及到冻土水热耦合这一科学问题, 因此开展相关研究具有重要的理论意义和工程应用价值。

在理论模型建立和发展方面, Philip 等^[2]首先发展了温度梯度下多孔介质材料中的水分运动理论, 并提出了所涉及的数学理论模型。随后, Harlan^[3]根据水动力学原理, 提出了冻融过程中考虑水分迁移和水冰相变效应的一维冻土水热耦合方程。Hansson 等^[4]提出了一种新的冻土水热耦合理论模型, 所给出的新函数可以更好地描述冻土导热系数与冰和水含量的关系。毛雪松等^[5]在 Harlan^[3]的基础上建立了多年冻土地区伴有相变的路基非稳态温度场控制方程, 并在非等温扩散流方程基础上构建了水分迁移方程。周家作等^[6]

将冻结区和未冻区的关键水力参数以及土水势用统一公式表达, 提出了开放系统下冻土水热耦合迁移的数学模型。近期, 常启昕等^[7]构建了考虑地下水流动下对流导热作用的冻土水热耦合模型, 探讨了冻结函数和土体类型对冻结深度的影响。上述关于冻土水热耦合的理论模型, 均是在质量守恒和能量守恒基础上构建, 获得业界广泛认可。然而, 因为相应的理论方程本身具有的强耦合特性(因变量和方程之间存在复杂的相互依赖关系), 会显著增加数值求解过程的复杂度和计算量, 尤其在高维问题的计算中特别突出^[8-9]。

近些年来, 冻土水热耦合数值计算领域取得了一些进展。首先, 尚松浩等^[10]提出了一种根据冻土水热状态变化自动调整时间步长的计算方法, 从而降低了求解难度并提高了迭代过程的稳定性; 白青波等^[11]基于 COMSOL 软件进行了二次开发, 实现了水分场和温度场的耦合数值计算; Ghias 等^[12]针对二维冻土水热耦合问题, 选用了具有更好光滑性的冻结函数以改善数值收敛性; 毛卫南等^[13]则通过有限差分法对冻土水热耦合进行了数值计算并基于试验验证了其可靠性。事实上, 冻土水热耦合问题的数值计算中的稳定

性和收敛性等问题一直较为突出^[14], 而耦合理论模型的强耦合特性是造成此类问题的主要原因。

本文根据能量守恒、质量守恒定律和土体冻结曲线, 给出冻土水热耦合模型方程, 并进行解耦计算以优化数值计算。基于 COMSOL 内置 PDE 模块二次开发构建冻土水热耦合过程的数值模型。依据工程所在地区气象统计资料, 获得路基断面计算域地表边界处关于温度和含水率的变化规律, 而后针对兰新客运专线在不同季节时的温度及含水率作用下的水-热耦合响应特征开展分析, 以期为寒区路基建设和运维提供一定的技术支撑。

1 控制方程

1.1 温度场控制方程

假设土体为均匀连续的各向同性体, 在进行传热方程推导时忽略辐射和对流, 根据傅里叶定律并考虑土体冻结过程的相变效应, 在能量守恒基础上进行如下数学推导^[15]。

单元体 3 个方向的长度为 Δx 、 Δy 和 Δz , 则单位时间内流入与流出土体微元的热量差为^[16]:

$$\Delta Q = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \Delta x \Delta y \Delta z = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (1)$$

式中: T ——土体温度/ $^{\circ}\text{C}$;

λ ——导热系数/ $(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$;

∇ ——微分算子。

若土体内部不存在热源, 当温度降低至冻结温度时, 土颗粒间自由水会发生相变放热, 将该热量视为冻土中的热源, 则微元体内热量变化可以表示为^[16]:

$$\Delta Q = \left(C \frac{\partial T}{\partial t} - L \rho_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2)$$

式中: t ——时间/ s ;

θ_1 ——孔隙冰体积分数;

ρ_1 ——冰的密度/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$;

C ——土体体积热容/ $(\text{kJ} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1})$;

L ——冰水相变潜热/ $(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$, 一般取值为 334.5 kJ/kg 。

联立可得土体微元体内的能量守恒数学表达式:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + L \rho_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \quad (3)$$

土体的体积热容 C 以及导热系数 λ 根据经典文献^[17] 建议值选取, 即:

$$C = C_m \theta_m + C_1 \theta_1 + C_u \theta_u \quad (4)$$

$$\lambda = \lambda_m^{\theta_m} \cdot \lambda_1^{\theta_1} \cdot \lambda_u^{\theta_u} \quad (5)$$

式中: θ_m ——土颗粒体积分数;

θ_u ——冻土中未冻水的体积分数;

C_m ——土颗粒体积热容量/ $(\text{kJ} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1})$;

C_1 ——孔隙冰体积热容量/ $(\text{kJ} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1})$;

C_u ——未冻水的体积热容量/ $(\text{kJ} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1})$;

λ_m ——土颗粒导热系数/ $(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$;

λ_1 ——孔隙冰导热系数/ $(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$;

λ_u ——未冻水导热系数/ $(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$ 。

冻土中水分包含孔隙水和孔隙冰两部分。定义 θ 为冻土中的总体积含水率, 则冻土中总体积含水率可表示为 $\theta = \theta_u + (\rho_v/\rho_w)\theta_1$, 其中 ρ_w 为水的密度。

1.2 水分场控制方程

根据质量守恒定律可知, 对于土体微元, 其水分迁移运动过程始终保持质量恒定。体积含水率为 θ 的土体单元在单位时间内流入的总水量为^[18]:

$$q_{in} = \rho_w (q_x \Delta y \Delta z + q_y \Delta x \Delta z + q_z \Delta x \Delta y) \quad (6)$$

式中: q_x 、 q_y 、 q_z ——不同方向上的流量/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ 。

流出土体单元的总水量为^[18]:

$$q_{out} = \rho_w \left[\left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z + \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x \Delta z + \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} \Delta z \right) \Delta x \Delta y \right] \quad (7)$$

土体单元在水分迁移过程中, 含水率变化率可以由下式表示^[18]:

$$\Delta q = \frac{\partial (\rho_w \theta)}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (8)$$

单位时间内在土体单元中储存的水流量应当与净流量相等, 由此可得^[18]:

$$-\rho_w \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z + \frac{\partial q_y}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta z + \frac{\partial q_z}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z \right) = \rho_w \frac{\partial \theta}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (9)$$

消去相同项可得:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (10)$$

众多研究表明, 即使在极低温度下土体中始终存在着部分水未发生相变而保持为液态的现象, 其在土中的迁移运动遵循达西定律^[19]。

在各向异性的非饱和土体中, 达西定律可表示为:

$$q_x = -k_x(\theta_u) \frac{\partial h_m}{\partial x} = -k_x(\theta_u) \frac{\partial h_m}{\partial \theta_u} \frac{\partial \theta_u}{\partial x} = -D_x \frac{\partial \theta_u}{\partial x} \quad (11)$$

$$q_y = -k_y(\theta_u) \frac{\partial h_m}{\partial y} = -k_y(\theta_u) \frac{\partial h_m}{\partial \theta_u} \frac{\partial \theta_u}{\partial y} = -D_y \frac{\partial \theta_u}{\partial y} \quad (12)$$

$$q_z = -k_z(\theta_u) \left(\frac{\partial h_m}{\partial z} + 1 \right) = -D_z \frac{\partial \theta_u}{\partial z} - k_z(\theta_u) \quad (13)$$

式中: h_m ——基质吸力水头/m;

D_i ——不同方向的水力扩散系数/($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$), $i=x,y,z$;

$k_i(\theta_u)$ ——不同方向的渗透系数/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), $i=x,y,z$ 。

需要说明的是,本研究以均质各向同性土体为对象,对于均质各向同性的渗流,其水分扩散系数如下:

$$D(\theta_u) = \frac{k(\theta_u)}{c(\theta_u)} \quad (14)$$

式中: D ——各向同性非饱和土水力扩散系数/($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$);

$k(\theta_u)$ ——各向同性非饱和土的渗透系数/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$),由 Gardner 模型确定^[18];

$c(\theta_u)$ ——比水容量/ m^{-1} ,由滞水模型确定^[20]。

$k(\theta_u)$ 、 $c(\theta_u)$ 具体计算公式如下:

$$k(\theta_u) = k_s S^l [1 - (1 - S^{1/m})^m]^2 \quad (15)$$

$$c(\theta_u) = a_0 \frac{m}{1-m} S^{1/m} (1 - S^{1/m})^m \quad (16)$$

式中: k_s ——饱和土的各向同性渗透系数/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$);

S ——无量纲含水率变量;

a_0 、 l 、 m ——根据土体性质确定的参数,根据 VG 模型取值^[21]。

为便于建立数学模型进行数值计算,降低求解难度,借鉴非饱和土力学知识,引入了一个无量纲含水率变量 S ,它可由饱和含水率和残余含水率定义成冻土相对饱和度,其表达式如下^[22]:

$$S = \frac{\theta_u - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (17)$$

式中: θ_s ——土体的饱和含水率;

θ_r ——土体的残余含水率。

在未冻结区域,未冻水体积含量等于总体积含水率,将式(11)~(13)代入式(10)可得到未冻域水分迁移控制方程:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta_u}{\partial t} = \nabla \cdot [D(\theta_u) \nabla \theta_u + k(\theta_u)] \quad (18)$$

在冻土中孔隙冰的产生会对水分迁移产生阻碍作用,因此在冻结区域非饱和土水力扩散系数计算中加入阻抗因子^[23],相应的表达式如下:

$$D'(\theta_u) = \frac{k(\theta_u)}{c(\theta_u)} I \quad (19)$$

其中阻抗因子 I 的表达式如下:

$$I = 10^{-10\theta_i} \quad (20)$$

式(20)是基于试验数据得出^[24],孔隙冰的形成和存在对水分迁移有显著影响,可以体现其对水分迁移的阻碍作用。式(20)给出的阻抗因子是通过考虑孔隙冰的形态、分布等因素得出的,通常认为这些因素对于不同性质的多孔岩土材料来说是相似的。

于是,将式(11)~(13)代入式(10),得到非饱和冻土中的水分场控制方程:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta_u}{\partial t} + \frac{\rho_i}{\rho_w} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \nabla \cdot [D'(\theta_u) \nabla \theta_u + k(\theta_u)] \quad (21)$$

1.3 土体冻结曲线

冻土温度场和水分场控制方程中包含 3 个未知量 T 、 θ_i 和 θ_u ,而计算方程中仅有 2 个控制方程,因此还必须引入一个联系条件才能封闭求解,白青波等^[11]引入固液比(B_i)的概念将其作为补充条件:

$$B_i = \frac{\theta_i}{\theta_u} = \begin{cases} 1.1 \left(\frac{T}{T_f} \right)^B - 1.1 & T < T_f \\ 0 & T \geq T_f \end{cases} \quad (22)$$

式中: T_f ——土体冻结温度/ $^{\circ}\text{C}$;

B ——固液比系数,与土类以及土中含盐量有关,可根据文献^[25]测定;若缺乏试验数据,一般按照砂土 0.61、粉土 0.47、黏土 0.56 进行取值。

事实上,式(22)是土体冻结曲线的数学表达式,表征了温度和未冻水含量之间的函数关系^[25]。

1.4 强耦合理论模型的解耦计算

显然,冻土水热耦合模型的控制方程涉及温度和含水率等物理量,导致理论模型具有典型的强耦合和非线性特征,通常情况下将给数值建模过程带来诸如稳定性和收敛性等问题^[4]。一种合理的解决方案是利用联系方程(22)进行理论推导并解耦,随后进行数值建模和计算。

对于温度场控制方程,由式(22)和式(17)可知:

$$\theta_i = B_i(T) \theta_u = B_i(T) [(\theta_s - \theta_r) S + \theta_r] \quad (23)$$

对体积含水率求导,可得:

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \frac{\partial [B_i(T) \theta_u]}{\partial t} = \frac{\partial \{B_i(T) [(\theta_s - \theta_r) S + \theta_r]\}}{\partial t} = (\theta_s - \theta_r) \left[\frac{\partial B_i(T)}{\partial t} S + B_i(T) \frac{\partial S}{\partial t} \right] + \theta_r \frac{\partial B_i(T)}{\partial t} \quad (24)$$

将式(24)代入式(3)可得:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-\lambda \nabla T) = L\rho_1 \left\{ (\theta_s - \theta_r) \left[\frac{\partial B_1(T)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} S + B_1(T) \frac{\partial S}{\partial t} \right] + \theta_r \frac{\partial B_1(T)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \right\} \quad (25)$$

整理可得:

$$\left\{ C - L\rho_1 [(\theta_s - \theta_r)S + \theta_r] \frac{\partial B_1(T)}{\partial T} \right\} \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-\lambda \nabla T) = L\rho_1 (\theta_s - \theta_r) B_1(T) \frac{\partial S}{\partial t} \quad (26)$$

在式(17)的基础上, 对未冻水含量求导可得:

$$\frac{\partial \theta_u}{\partial t} = (\theta_s - \theta_r) \frac{\partial S}{\partial t} \quad (27)$$

将式(24)(27)代入式(21)可得:

$$\frac{\rho_l}{\rho_w} \left[\left(\frac{\partial B_1(T)}{\partial T} S + B_1(T) \frac{\partial S}{\partial t} \right) + \frac{\theta_r}{(\theta_s - \theta_r)} \frac{\partial B_1(T)}{\partial t} \right] + \frac{\partial S}{\partial t} = \nabla \cdot [D(S)\nabla S + k(S)] \quad (28)$$

进一步整理可得:

$$\left[1 + \frac{\rho_l}{\rho_w} B_1(T) \right] \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\rho_l}{\rho_w} \frac{\partial B_1(T)}{\partial t} S + \frac{\rho_l}{\rho_w} \frac{\theta_r}{(\theta_s - \theta_r)} \frac{\partial B_1(T)}{\partial t} = \nabla \cdot [D(S)\nabla S + k(S)] \quad (29)$$

由此, 可以得到由式(26)和式(29)构成的解耦后冻土水热耦合理论模型, 其中式(29)中仅包含一个未知量, 即冻土相对饱和度, 温度变化的影响仅体现在系数项。解耦计算的优势在于将冻土水热耦合的控制方程从原来的3个场变量简化为只有2个未知量来描述, 从而为PDE模块下的数值计算提供了可能。

2 基于PDE模块的二次开发及数值实施

利用COMSOL软件中内置数学模块中的系数型偏微分方程(partial differential equations, PDE)接口进行二次开发, 通过系数的参数化替换方式建立冻土水热耦合数值模型。

COMSOL平台PDE模块中的方程表达式如下:

$$e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla u - \alpha u + \gamma) + \beta \nabla u + \alpha u = f \quad \Omega \text{ 区域内} \quad (30)$$

$$-\mathbf{n} \cdot (-c \nabla u - \alpha u + \gamma) = g - q^n \quad \Gamma \text{ 边界} \quad (31)$$

$$u = r \quad \Gamma \text{ 边界} \quad (32)$$

式中: Ω ——计算区域;

Γ ——计算区域边界;

\mathbf{n} ——边界 Γ 的外法线方向;

e_a ——质量系数, 解耦计算得到的冻土水热耦合理论模型中, 物理量(即温度和相对饱和度)没有关于时间的二阶导数, 因此二次开发中对于 e_a 均设定为0;

d_a ——阻尼或质量系数, 在温度方程中 d_a 表示了考虑相变效应的等效体积比热容, 在相对饱和度方程中 d_a 表示了一个无量纲参数;

c ——扩散系数;

α ——守恒通量对流系数;

f ——源项;

a ——吸收系数;

β ——对流系数;

γ ——守恒通量源;

g ——边界上的通量源项;

q^n ——边界上的吸收或阻抗项;

r ——方程系数。

式(30)为求解方程; 式(31)为Neumann边界条件; 式(32)为Dirichlet边界条件。

根据方程(30)可知, 其内含的各系数均具有明确含义, 在数值建模过程中需要根据所求解的理论模型方程进行物理参数替换, 完成冻土水热耦合理论在PDE模块基础上的二次开发内嵌, 该环节是数值实施中的关键节点, 并且是进行后续数值计算的数学基础。

根据解耦后的控制方程, 对式(30)中的各变量前系数进行赋值, 温度场方程的操作具体如下:

$$\begin{cases} d_a = C - L\rho_1 [(\theta_s - \theta_r)S + \theta_r] \frac{\partial B_1(T)}{\partial T} \\ c = \lambda \\ f = L\rho_1 (\theta_s - \theta_r) B_1(T) \frac{\partial S}{\partial t} \end{cases} \quad (33)$$

对于水分场方程的系数替换如下:

$$\begin{cases} d_a = 1 + \frac{\rho_l}{\rho_w} B_1(T) \\ c = D(S) \\ a = \frac{\rho_l}{\rho_w} \frac{\partial B_1(T)}{\partial t} \\ \gamma = -k(S) \\ f = -\frac{\rho_l}{\rho_w} \frac{\theta_r}{(\theta_s - \theta_r)} \frac{\partial B_1(T)}{\partial t} \end{cases} \quad (34)$$

而后, 依据所分析工程案例的初边值条件, 选择第一类或第二类边界条件, 并对所构建的几何计算域进行网格划分及求解器的合理设置, 即可数值求解所对应的冻土水热耦合理论模型。

3 工程案例分析

3.1 气象特征及边界条件

为验证解耦计算所得到的水热耦合理论方程可靠性,以兰州—乌鲁木齐(兰新)客运专线工程案例^[26]为研究对象,依托当地气象站资料确定路基表面相应的边界条件,开展水热耦合迁移过程的有限元数值计算。兰新客运专线全长约 1 800 km,设有 22 个车站,设计最高时速 250 km/h,监测路段位于甘肃省民乐县附近,海拔 2 700 ~ 3 120 m,旱季较长,降雨较少。根据气象监测数据显示,监测区间全年平均气温约 4.8 °C,最高月平均气温为 16.4 °C(最高温度 35.0 °C),最低月平均气温-10.3 °C(最低温度-31.5 °C),最大月平均日温差 16.1 °C,年平均降水量 381.2 mm,月最大降水量 138.7 mm,年平均蒸发量 1 623.0 mm。兰新客运专线路基的典型断面计算域如图 1 所示。

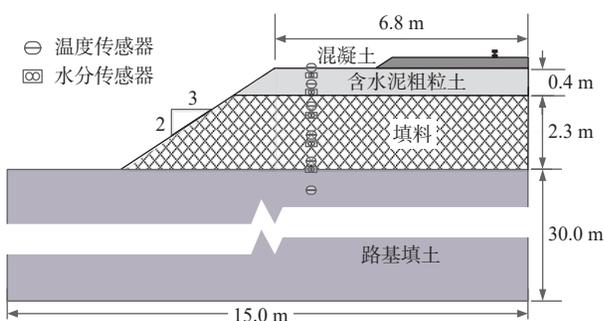


图 1 路基断面示意
Fig. 1 Schematic of subgrade section

根据当地气象统计资料和实测数据分析,表面温度边界可采用第一类边界条件^[27]。从实测数据可以看出其变化趋势近似于正弦曲线,上边界的温度变化可近似用如下的正弦函数拟合表示,即:

$$T(t) = T_0 + G(t) + A \sin(\omega t + \varphi) \quad (35)$$

式中: T_0 ——路基表面平均温度/°C,取 4.8 °C;
 A ——土体表面温度年较差(全年气温最高月的平均气温-全年气温最低月的平均气温)的一半/°C,根据民乐县气象站的统计数据, A 取月均温度最大值与最小值之差的一半;
 ω ——温度变化决定的周期,取 1 a 为一周期;
 φ ——初始相位,由监测起始时刻决定,如从每年的暖季末期开始,取 π ;
 $G(t)$ ——地表平均温度随时间的变化函数,历史时期的边界条件由于已经按照监测资料考虑了地表年均温度;未来变化则根据

预测的气候变化规律给出,本文不考虑地区性气候变化,因此不再考虑 $G(t)$ ^[28]。

进一步的,根据实际监测气象资料拟合可得到如下所示的上边界温度(T_{up})条件:

$$T_{up} = 4.8 + 16.1 \sin\left(\frac{2\pi}{365}t + 2\pi\right) \quad (36)$$

由文献 [26] 可知,对于气象条件的监测共持续 2 a (2015-06-05—2017-06-05),在路基表面处,由正弦函数拟合的温度变化曲线与工程实际测量值的对比如图 2 所示。从图中可以看出,拟合曲线反映的温度最大值位于夏季,为 20.9 °C,温度最小值位于冬季,为-11.3 °C,与实际监测值接近。温度的正弦函数拟合表达式可较为准确地表示路基热边界的四季周期变化特征。

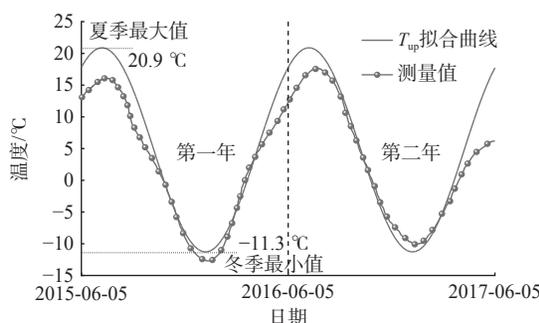


图 2 地表温度的实测数据与拟合曲线
Fig. 2 Measured data and fitting curve of surface temperature

所选取的路基表面设置有含水率测定传感器,可实时测定其随时间的演变规律,因此可通过对路基表面处含水率变化实测值的拟合来获取地表处的含水率边界条件。

于是,可得关于含水率在路基表面处的边界条件如下,其变化规律如图 3 所示。

$$\theta_{up} = 12.914 + 1.723 \sin\left(\pi \frac{t - 1.05764 \times 10^7}{1.4645 \times 10^7}\right) \quad (37)$$

式中: θ_{up} ——路基表面处的含水率。

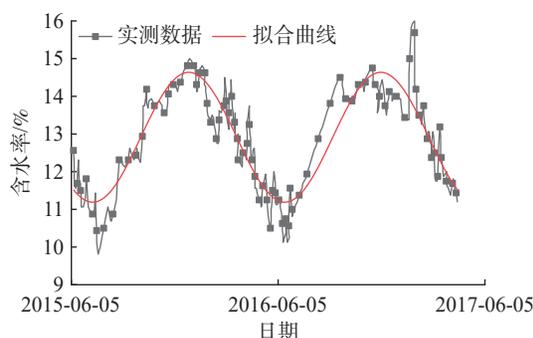


图 3 地表含水率实测数据与拟合曲线
Fig. 3 Measured data and fitting curve of surface water content

为确保计算结果不受边界影响, 计算区域下边界的深度取为路面下 32.7 m 处。现场试验及初步数值分析表明, 地面温度的周期性变化对地中温度的影响有限。地中温度随时间波动的振幅随深度的增加而衰减, 当超过一定深度(约地下深度 20 m 处)时将不会发生变化, 通常此处的热边界可取为绝热。此外, 数值试算亦表明 30 m 以下的含水率不受地表温度和含水率变化的显著影响, 可选取计算域下边界为不透水边界。作为数值近似计算, 计算域左右两边界取为绝热边界, 同时也取为不透水边界。其中, COMSOL 平台 PDE 模块中含水率边界条件需借助式(17)转换为饱和度定义下边界条件, 不透水边界以 Neumann 边界条件“零通量”表示, 具体如下:

$$-n \cdot (-c \nabla S - \alpha S + \gamma) = 0 \quad (38)$$

3.2 物性参数

该客运专线建设所用的 3 类材料的水热物理参数参阅资料《冻土物理学》等^[17,20], 其典型值可按表 1 选取, 计算参数见表 2。

表 1 主要物性参数
Table 1 Physics parameters

物性参数	取值				
	含水泥粗粒土	填料	路基填土	水	冰
密度/(kg·m ⁻³)	2 300	2 060	1 900	1 000	918
体积热容/(kJ·m ⁻³ ·K ⁻¹)	920	860	1 000	4 180	1 874
导热系数/(W·m ⁻¹ ·K ⁻¹)	1.51	1.41	1.00	0.58	2.22
渗透系数/(m·s ⁻¹)	1×10 ⁻⁷	1×10 ⁻⁴	1×10 ⁻⁶	—	—

表 2 计算参数
Table 2 Calculation parameters

参数	a_0	l	m	θ_s	θ_i	T_f
数值	2	0.5	0.5	0.48	0.05	—

3.3 结果与分析

从温度测量值与模拟值的对比图(图 4)中可以看出, 在整体趋势上, 不同深度下(0, 0.4, 1.0, 2.0, 4.0, 5.0 m)测量值与模拟值的一致性较好, 表明所解耦的冻土水热耦合数学模型在温度变化预测方面具有较高的精度。同时, 计算结果表明不同深度的观测点, 温度实测值和模拟值吻合性有一定差异, 偏差最小的点是地下深度 5 m 处, 其余各点的偏差度大致相当。还可以看出对于不同观测点测量值与模拟值的最大偏差值均出现在温度曲线的峰值点处, 最大差值可以达到 3 °C。随着深度的增加, 不同观测点温度幅值的绝对值逐渐减小, 同时峰值点出现的位置略向后推

移, 表明土层对于温度幅值变化具有“削峰”作用; 温度正弦变化曲线的相位出现不同程度的滞后效应, 观测点越深其相位滞后越大。温度所呈现的幅值削峰和相位滞后是热传导过程能量耗散引起的。

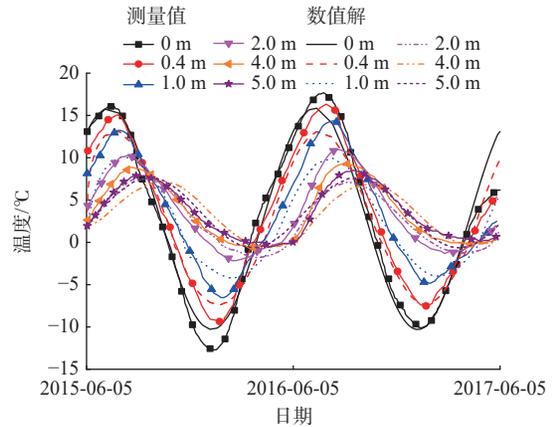


图 4 温度测量值与数值解的对比

Fig. 4 Comparison of measured and simulated temperature

图 5 给出了不同深度观测点的体积含水率数值解和实测数据演变规律对比图。可以看出, 不同深度观测点的含水率数值解和实测值变化曲线总体上具有较高的吻合度, 仅在距离地表较近的观测点处(0.5 m)呈现较大的波动偏差, 这是由于受外界气象条件影响, 降雨入渗主要影响基床表层(0.4 m), 难以透入基床底层(2.7 m)。而随着观测点深度增加, 观测值和数值解之间的偏差逐渐减小, 可见含水率的数值计算精度较好。此外, 不同观测点的体积含水率均同样呈现出正弦函数的周期变化特征, 其演变曲线的相位如温度变化特征类似, 随着观测点深度的增加表现出一定的相位滞后现象。同时, 随着深度的增加, 不同观测点

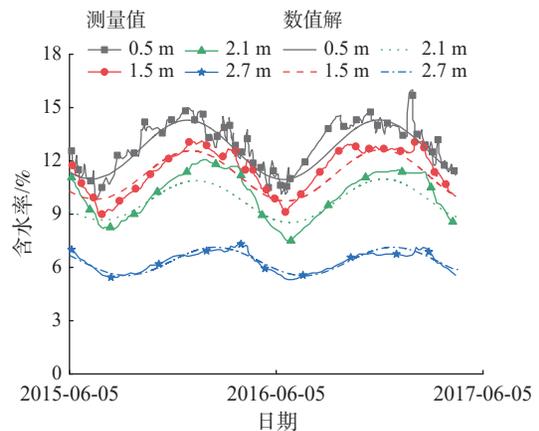


图 5 含水率测量值与数值解的对比

Fig. 5 Comparison of measured and simulated water content

的含水率幅值总体上呈现减小趋势,表明土层对含水率周期变化的幅值亦有一定程度的“削峰”作用。这可能是由于冬季近地表处受气象边界条件影响明显,未冻水原位冻结相变成冰,改变了土层的水力渗透特性。

图 6 给出了 5 m 深度范围内不同时间点路基断面的温度等值线的变化规律。从图 6(a)一(d)中可以发现一个相同现象,近地表附近的 2 m 范围内,温度的等值线较密;而在远地表地下土层中,温度的等值线较疏,造成这种现象的原因是不同材料的导热系数有差异,上面两层材料的导热系数较高,即输送热量的能力较强,相同距离下温度降低的幅度较大(即温度梯度较高),从而表征出等温线上密下疏的现象。同时,也可看出温度随季节的变化特征,即夏季路基表面的温度较高,引起近地表附近的温度急剧升高,但随着深度的增加,温度逐渐降低;冬季路基表面的温

度较低,近地表附近的温度则显著降低,然而值得注意的是,随着深度的增加,温度逐渐升高,表明地表温度变化在路基深处的影响有限。

图 7 给出了 5 m 深度范围内不同时间点路基断面的含水率等值线的变化规律。从图 7(a)一(d)中可以看出,路基断面中含水率随着深度的增加而增大,约在含水泥粗粒土材料和填料的界面附近达到峰值,而后随深度增加又出现含水率降低的现象,造成这种现象的原因是路基最表层材料(含水泥粗粒土)渗透系数较小,可有效防止水分向下的渗透运动,从而在材料界面处形成集聚。同时,可以看出相同深度下水分在不同季节的变化较小,这可能是受季节降水量不同的影响,在降水量较大的月份,水分渗透的量增加,各个深度下的含水率则会增大;与之相反的是在降水量较小的月份,水分渗透的量减小,各个深度下的含水率则会减小。

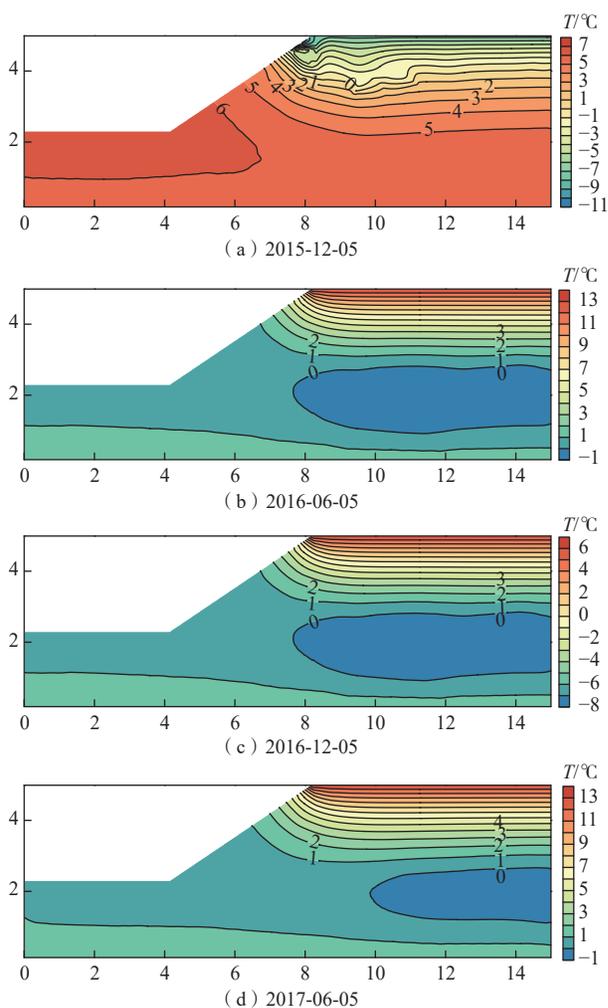


图 6 不同时间段温度等值线图

Fig. 6 Temperature contour map at different time periods

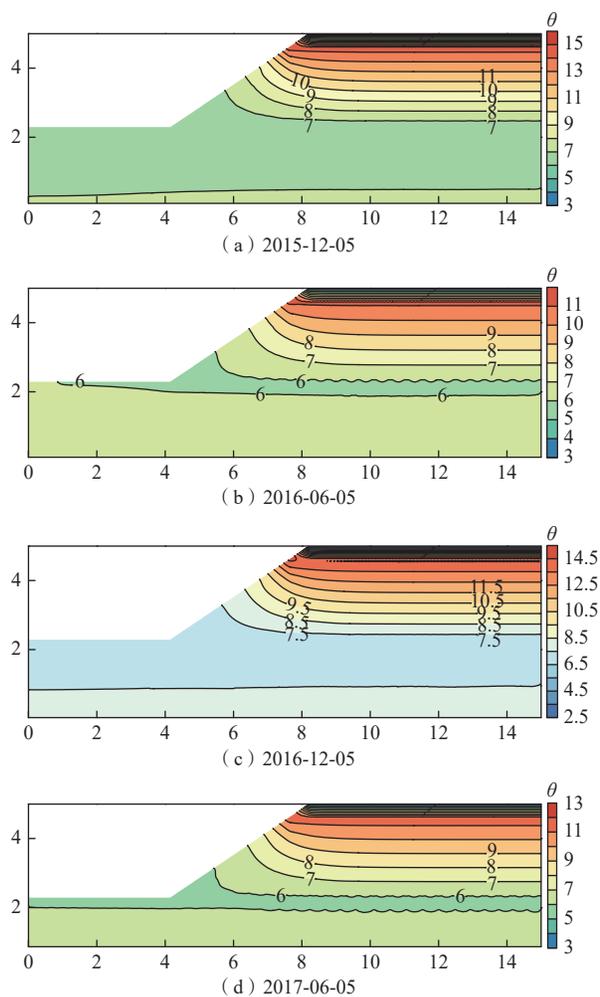


图 7 路基断面不同时间点含水率等值线图

Fig. 7 Water content contour map of subgrade section at different time points

4 结论

(1) 基于冻土相对饱和度和固液比的概念, 数学推导得到解耦的冻土水热耦合理论方程, 获得以相对饱和度和温度分别独立表征的水热耦合迁移控制方程, 降低数值求解难度和优化数值建模, 且试验验证表明数值计算具有较好的精度和可靠性。

(2) 土层对周期性的温度和含水率变化曲线的幅值具有“削峰”作用, 且不同深度测点的温度和含水率正弦变化曲线均出现相位滞后现象, 观测点越深其相位滞后越大。其中, 温度的幅值削峰和相位滞后是由热传导过程能量耗散引起, 而含水率曲线出现此现象则可能是冰水相变改变土层渗透性的缘故。

(3) 路基断面近地表附近温度等值线较密(温度梯度大, 热流大), 而在远地表地下土层中, 温度的等值线较疏(温度梯度小, 热流小), 表明路基表层更易受温度边界波动的影响。夏季时温度自上而下逐渐降低, 而冬季时温度自上而下逐渐升高。

(4) 路基断面中含水率随着深度的增加而增大, 约在含水泥粗粒土材料和填料的界面附近达到峰值, 而后随深度增加又出现含水率降低的现象, 这是由于水分迁移过程路基材料渗透特性不同所导致的结果。

参考文献 (References) :

- [1] 郑拓. 我国高速铁路与经济发展研究 [J]. 铁道学报, 2020, 42(7): 34 - 41. [ZHENG Tuo. Research on development of China's high-speed railway and economy[J]. Journal of the China Railway Society, 2020, 42(7): 34 - 41. (in Chinese with English abstract)]
- [2] PHILIP J R, DE VRIES D A. Moisture movement in porous materials under temperature gradients[J]. *Transactions, American Geophysical Union*, 1957, 38(2): 222 - 232.
- [3] HARLAN R L. Analysis of coupled heat-fluid transport in partially frozen soil[J]. *Water Resources Research*, 1973, 9(5): 1314 - 1323.
- [4] HANSSON K, SIMUNEK J, MIZOGUCHI M, et al. Water flow and heat transport in frozen soil: Numerical solution and freeze-thaw applications[J]. *Vadose Zone Journal*, 2004, 3(2): 693 - 704.
- [5] 毛雪松. 多年冻土地区路基水热力场耦合效应研究 [D]. 西安: 长安大学, 2004. [MAO Xuesong. Study on coupling effect of hydrothermal field of subgrade in permafrost region[D]. Xi'an: Chang'an University, 2004. (in Chinese with English abstract)]
- [6] 周家作, 李东庆, 房建宏, 等. 开放系统下饱和正冻土热质迁移的数值分析 [J]. 冰川冻土, 2011, 33(4): 791 - 795. [ZHOU Jiazuo, LI Dongqing, FANG Jianhong, et al. Numerical analysis of heat and mass transfers in saturated freezing soil in an open system[J]. *Journal of Glaciology and Geocryology*, 2011, 33(4): 791 - 795. (in Chinese with English abstract)]
- [7] 常启昕, 孙自永, 马瑞, 等. 冻土区地下水水流过程及其与地表水转化关系研究进展 [J]. *水利水电科技进展*, 2016, 36(5): 87 - 94. [CHANG Qixin, SUN Ziyong, MA Rui, et al. A review of groundwater flow and its interaction with surface water in permafrost region[J]. *Advances in Science and Technology of Water Resources*, 2016, 36(5): 87 - 94. (in Chinese with English abstract)]
- [8] 梁昆森. 数学物理方法 [M]. 4 版. 北京: 高等教育出版社, 2010. [LIANG Kunmiao. Methods of mathematical physics[M]. 4th ed. Beijing: Higher Education Press, 2010. (in Chinese)]
- [9] ASMAR N H. 偏微分方程教程 [M]. 陈祖墀, 宣本基金, 译. 2 版. 北京: 机械工业出版社, 2006. [ASMAR N H. Partial differential equations with Fourier series and boundary value problems[M]. CHEN Zuchi, XUAN Benjin, trans. 2nd ed. Beijing: China Machine Press, 2006. (in Chinese)]
- [10] 尚松浩, 雷志栋, 杨诗秀. 冻结条件下土壤水热耦合迁移数值模拟的改进 [J]. 清华大学学报(自然科学版), 1997, 37(8): 62 - 64. [SHANG Songhao, LEI Zhidong, YANG Shixiu. Numerical simulation improvement of coupled moisture and heat transfer during soil freezing[J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 1997, 37(8): 62 - 64. (in Chinese with English abstract)]
- [11] 白青波, 李旭, 田亚护, 等. 冻土水热耦合方程及数值模拟研究 [J]. 岩土工程学报, 2015, 37(增刊 2): 131 - 136. [BAI Qingbo, LI Xu, TIAN Yahu, et al. Equations and numerical simulation for coupled water and heat transfer in frozen soil[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, 37(Sup2): 131 - 136. (in Chinese with English abstract)]
- [12] GHIAS M S, THERRIEN R, MOLSON J, et al. Numerical simulations of shallow groundwater flow and heat transport in continuous permafrost setting under impact of climate warming[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2019, 56(3): 436 - 448.
- [13] 毛卫南, 刘建坤. 冻土斜坡路基温度水分分布特性

- 分析[J]. *铁道学报*, 2015, 37(6): 88 - 94. [MAO Weinan, LIU Jiankun. Analysis of temperature and water content distribution of slope embankment in permafrost regions[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2015, 37(6): 88 - 94. (in Chinese with English abstract)]
- [14] 雷志栋, 尚松浩, 杨诗秀, 等. 地下水浅埋条件下越冬期土壤水热迁移的数值模拟[J]. *冰川冻土*, 1998, 20(1): 51 - 54. [LEI Zhidong, SHANG Songhao, YANG Shixiu, et al. Numerical simulation on simultaneous soil moisture and heat transfer under shallow ground water table in winter[J]. *Journal of Glaciology and Geocryology*, 1998, 20(1): 51 - 54. (in Chinese with English abstract)]
- [15] BAI Bing, ZHOU Rui, YANG Guangchang, et al. The constitutive behavior and dissociation effect of hydrate-bearing sediment within a granular thermodynamic framework[J]. *Ocean Engineering*, 2023, 268: 113408.
- [16] 杨世铭, 陶文铨. 传热学[M]. 4版. 北京: 高等教育出版社, 2006. [YANG Shiming, TAO Wenquan. *Heat transfer*[M]. 4th ed. Beijing: Higher Education Press, 2006. (in Chinese)]
- [17] 徐学祖, 王家澄, 张立新. 冻土物理学[M]. 北京: 科学出版社, 2001: 74 - 97. [XU Xuezu, WANG Jiacheng, ZHANG Lixin. *Physics of frozen soils*[M]. Beijing: Science Press, 2001: 74 - 97. (in Chinese)]
- [18] 卢宁, WILLIAM J L. 非饱和土力学[M]. 韦昌富, 侯龙, 简文星, 译. 北京: 高等教育出版社, 2012. [LU Ning, WILLIAM J L. *Unsaturated soil mechanics*[M]. WEI Changfu, HOU Long, JIAN Wenxing, trans. Beijing: Higher Education Press, 2012. (in Chinese)]
- [19] ZHAO Junlin, ZHANG Pei, YANG Xiao, et al. On the uniaxial compression strength of frozen gravelly soils[J]. *Cold Regions Science and Technology*, 2020, 171: 102965.
- [20] 孟生勇, 江兴元, 杨义, 等. 降雨诱发堆积体滑坡水土响应与稳定性时空演化试验研究[J]. *水文地质工程地质*, 2023, 50(1): 104 - 112. [MENG Shengyong, JIANG Xingyuan, YANG Yi, et al. An experimental study of spatial-temporal evolution of water-soil response and stability of a rainfall-induced accumulation landslide[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2023, 50(1): 104 - 112. (in Chinese with English abstract)]
- [21] 刘青灵, 简文彬, 许旭堂, 等. 基于可靠度方法的全基质吸力段土-水特征模型研究[J]. *水文地质工程地质*, 2022, 49(1): 92 - 100. [LIU Qingling, JIAN Wenbin, XU Xutang, et al. A study of the soil-water reliability model in the whole matric suction range[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2022, 49(1): 92 - 100. (in Chinese with English abstract)]
- [22] 李强, 李同录, 李华, 等. 毛细水作用下非饱和土压缩过程的微观非连续变形数值分析[J]. *水文地质工程地质*, 2022, 49(4): 135 - 143. [LI Qiang, LI Tonglu, LI Hua, et al. Numerical analysis of evolution of the unsaturated soil micro-structure with capillary action during compression[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2022, 49(4): 135 - 143. (in Chinese with English abstract)]
- [23] TAYLOR G S, LUTHIN J N. A model for coupled heat and moisture transfer during soil freezing[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1978, 15(4): 548 - 555.
- [24] BURT T P, WILLIAMS P J. Hydraulic conductivity in frozen soils[J]. *Earth Surface Processes*, 1976, 1(4): 349 - 360.
- [25] 徐学祖, 邓友生. 冻土中水分迁移的实验研究[M]. 北京: 科学出版社, 1991. [XU Xuezu, DENG Yousheng. *Experimental study on water migration in frozen soil*[M]. Beijing: Science Press, 1991. (in Chinese)]
- [26] 邵珠杰. 高海拔季节冻土区高速铁路路基水-热-冻胀变形特征研究——以兰新客专民乐段为例[J]. *冰川冻土*, 2018, 40(3): 588 - 597. [SHAO Zhujie. The characteristics of high-speed railway subgrade's temperature, moisture and frost heave deformation in high altitude and seasonal frozen region: Taking the Minle section of Lanzhou-Xinjiang passenger railway line as an example[J]. *Journal of Glaciology and Geocryology*, 2018, 40(3): 588 - 597. (in Chinese with English abstract)]
- [27] BAI Bing, YANG Guangchang, LI Tao, et al. A thermodynamic constitutive model with temperature effect based on particle rearrangement for geomaterials[J]. *Mechanics of Materials*, 2019, 139: 103180.
- [28] 曹元兵, 盛煜, 吴吉春, 等. 上边界条件对多年冻土地温场数值模拟结果的影响分析[J]. *冰川冻土*, 2014, 36(4): 802 - 810. [CAO Yuanbing, SHENG Yu, WU Jichun, et al. Influence of upper boundary conditions on simulated ground temperature field in permafrost regions[J]. *Journal of Glaciology and Geocryology*, 2014, 36(4): 802 - 810. (in Chinese with English abstract)]

编辑: 刘真真