水文地質工程地質
HYDROGEOLOGY & ENGINEERING GEOLOGY
中文核心期刊 CSCD核心期刊
中科双效期刊 中国科技核心期刊
Caj-cd规范获奖期刊

一种土与结构相互作用的无嵌入摩擦单元及其应用

李同录，王海涛，袁思凡，李颖，孙兴来，沈　伟，付昱凯，李　萍

Non-overlapping friction element for soil-structure interaction and its application

LI Tonglu, WANG Haitao, YUAN Sifan, LI Yingzhe, SUN Xinglai, SHEN Wei, FU Yukai, and LI Ping

在线阅读 View online: https://doi.org/10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202406024

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于有限元软件自定义本构模型的膨胀土边坡降雨入渗分析

An analysis of rainfall infiltration of expansive soil slope based on the finite element software custom constitutive model

饶鸿, 王金淑, 赵志明, 吴光, 冯涛　水文地质工程地质. 2021, 48(1): 154-162

考虑桩桩相互作用的双排支护桩受力变形分析

Analysis of forced deformation of double row support piles considering pile interaction

张玲, 朱幸仁, 欧强　水文地质工程地质. 2019, 46(5): 72-80

深埋小净距多线平行盾构掘进相互作用分析

An analysis of interaction of deep buried close approaching multi-line parallel shield tunneling

付钊, 柯宁静, 卢康明, 郭萧阳, 张孟喜　水文地质工程地质. 2021, 48(2): 44-54

无胶结粗粒土初始结构强度研究

Research on the critical strength of the initial structure of the uncemented coarse-grained soil

张晨曦, 王洋, 魏玉峰, 梁彭, 贺琮栖　水文地质工程地质. 2022, 49(2): 54-63

同位素技术解析安阳河与地下水相互作用

Isotope analyses of the interaction between the Anyang River and groundwater

张敏, 平建华, 禹言, 黄先贵, 朱亚强, 程玉刚　水文地质工程地质. 2019, 46(6): 31-39

膨胀土地区地下结构抗浮失效机理及主动抗浮措施应用

Anti-floating failure mechanism of underground structures in expansive soil area and application of active anti-floating measures

罗益斌, 陈继彬, 王媛媛, 沈攀　水文地质工程地质. 2022, 49(6): 64-73

关注微信公众号，获得更多资讯信息

DOI: 10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202406024

李同录, 王海涛, 袁思凡, 等. 一种土与结构相互作用的无嵌入摩擦单元及其应用 [J]. 水文地质工程地质, 2025, 52(4): 245-254.
LI Tonglu, WANG Haitao, YUAN Sifan, et al. Non-overlapping friction element for soil-structure interaction and its application[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2025, 52(4): 245-254.

一种土与结构相互作用的无嵌入摩擦单元及其应用

李同录[1,2], 王海涛[1,2], 袁思凡[1,2], 李颖喆[1,2], 孙兴来[1,2], 沈 伟[1,2], 付昱凯[1,2], 李 萍[1,2]
（1. 长安大学地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054;
2. 黄土高原水循环与地质环境教育部野外科学观测研究站, 甘肃 正宁 745399）

摘要：为了解决 Goodman 单元法向嵌入的缺陷, 提出了一种无嵌入摩擦单元, 将该单元加入到由土和结构共同作用的有限元模型中, 实现了编程计算。以岩土体作为实体弹塑性单元, 以斜坡或基坑边坡的支护桩作为梁单元, 将土和梁接触处的 Goodman 4 节点 8 自由度的无厚度单元概化为 4 节点 6 自由度的无嵌入摩擦单元, 即将 Goodman 单元在受压时, 两个相邻的法相自由度合二为一, 切向自由度仍为两个, 该单元相当于切向可以滑动, 法向不嵌入也不分离, 由此定义了一种无嵌入摩擦单元。通过构造无嵌入摩擦单元刚度矩阵和组配总刚度矩阵建立了相应的有限元算法, 编制了计算程序。算例分析表明, 当 Goodman 单元法向刚度足够大时, 其计算结果与无嵌入摩擦单元计算结果基本一致, 无嵌入摩擦单元计算结果是 Goodman 单元法向刚度不断增大的极限解。无嵌入摩擦单元在算法上避免了法向刚度取值不确定引起的嵌入问题, 为土与结构相互作用提供了一种严谨的解决方案。

关键词：Goodman 接触单元; 无嵌入接触; 有限元; 土-结构相互作用

中图分类号：TU43 **文献标志码：**A **文章编号：**1000-3665(2025)04-0245-10

Non-overlapping friction element for soil-structure interaction and its application

LI Tonglu[1,2], WANG Haitao[1,2], YUAN Sifan[1,2], LI Yingzhe[1,2], SUN Xinglai[1,2], SHEN Wei[1,2], FU Yukai[1,2], LI Ping[1,2]
(1. *School of Geological Engineering and Geomatics*, *Chang'an University*, *Xi'an*, *Shaanxi* 710054, *China*;
2. *Observation and Research Station of Water Cycle and Geological Environment on the Chinese Loess Plateau*, *Ministry of Education*, *Zhengning*, *Gansu* 745399, *China*)

Abstract: To address the issue of overlap in the Goodman element, this study introduces a non-overlapping friction element, which is integrated into a finite element model of soil-structure interaction and programmed for calculation. The model represents the soil mass as a solid elasto-plastic element and the retaining pile of slopes or foundation pits as beam elements. The Goodman four-node, eight-degree-of-freedom element at the interface between soil and beam is simplified to a four-node, six-degree-of-freedom non-overlapping friction element by merging adjacent normal degrees of freedom under compression condition. The non-overlapping friction element allows for tangential sliding without normal overlapping or separation. The corresponding finite element algorithm

收稿日期：2024-06-13；**修订日期：**2024-09-07 **投稿网址：**www.swdzgcdz.com
基金项目：国家重点研发计划项目(2021YFE0111900); 国家自然科学基金项目(42307216); 中国博士后科学基金项目(2023M730353)
第一作者：李同录(1965—), 男, 博士, 教授、博士生导师, 主要从事黄土工程地质、地质灾害防治工作。E-mail: dcdgx08@chd.edu.cn

is established by constructing the element stiffness matrix of the non-overlapping friction element and assembling it into the global stiffness matrix. A computational program is subsequently implemented. Case studies indicate that when the normal stiffness of the Goodman element is sufficiently large, its computational results are essentially consistent with those of the embedded frictionless element, with the latter being the limiting solution as the normal stiffness of the Goodman element continuously increases. The non-overlapping friction element algorithmically avoids the overlapping caused by the normal stiffness, and provides a rigorous solution for soil-structure interaction.

Keywords: Goodman element；non-overlapping；FEM；soil-structure interaction

岩土工程中普遍存在土与结构相互作用的问题[1－3]，通过土体与结构共同作用发挥特定的工程性能，如桩基础与地基土作用实现承载性能[3]、抗滑桩与滑体土作用发挥其抗滑的性能[4]、基坑支护结构与外围土体作用维护基坑的稳定性[5]。由于结构与土刚度差异显著，导致土与结构在接触面上有切向滑移、法向张开等不连续变形现象[6－8]，而传统有限元法只能用于连续介质的应力、应变分析，不能解决非连续变形问题。长期以来，人们借助 Goodman 单元[9] 来解决此类问题[10–11]。Goodman 单元为 4 节点 8 自由度无厚度单元，其最初意图是模拟节理切割的块体状结构岩体的相互作用力和大变形问题，借助连续介质有限元方法解决离散介质的问题。在构造 Goodman 单元刚度矩阵时，引入了切向和法向两个弹簧，切向弹簧代表结构面的切向应力应变关系。对于结构面张开的情况，可不考虑切向和法向力作用。当结构面闭合，且剪应力不超过抗剪强度时，应力应变关系为弹性；超过抗剪强度时，采用摩尔-库伦剪切强度代替剪应力。但此时结构面上的法向应力是通过相邻结点平均嵌入位移来计算的，事实上两者是不可能嵌入的，这一点和实际情况相矛盾。目前，这种接触算法不仅用于最初的块体有限元，而且被广泛用于岩土与结构的接触计算中[12]。离散元、不连续变形分析中的接触算法与此类似，该类单元习惯上称为接触单元。在一般的有限元软件中，切向刚度及其屈服点可通过直剪试验实测；而法向刚度则要人为赋一个较大的值[13–14]，其取值具有随意性，同时导致较小的位移差引起较大的应力波动，数值求解不稳定[15－18]。雷晓燕等[19] 分析发现采用 Newton-Cotes 积分相比 Gauss 积分会消除接触面应力震荡现象；Day[18] 认为当接触单元附近的二维单元尺寸足够小时，二者积分的结果并无差别，并且可以解决刚度矩阵病态问题和高应力梯度问题；孔科等[20] 提出了 Goodman 单元法向变刚度模型，用该模型分析了在施工泥皮对框格式地下连续墙应力变形的影响；Villard[21] 在分析接触单元嵌入问题时通过节点位移约束方法，通过迭代非线性方程组求解位移，此方法适用于用有限元法模拟存在较大位移的界面问题；邵炜等[22] 结合 Goodman 单元和薄层单元提出了非线性薄层单元，提出了多余应力转换和嵌入调整的有限元算法；Xue[23] 在 Goodman 单元中添加两个转动自由度并用于土钉支护基坑分析，通过与监测数据对比表明修改后 Goodman 单元是合理的。

尽管研究者对 Goodman 单元做了许多改进，法向刚度这个人为引入的参数并没有实际的物理意义，所以从算法上避免法向刚度是一个解决方向。李守德等[24] 假定 Goodman 单元中两个相邻单元的法向自由度是相等的，在局部坐标系下构造出了单元刚度矩阵，这无疑是一个很好的解决思路，由于只提出了一个构想，在技术细节上还存在许多困难，最终解是否收敛还有待检验。

李萍等[25] 提出了一种位移迭代法来计算基坑支护结构与土接触的受力与变形问题，既不需要提供法向刚度，也不需要切向刚度。该方法忽略了支护结构与土的垂直作用，将接触处的水平位移和水平力作为收敛条件，能体现结构的主要功能及其与土相互作用的动态过程，但算法不够精练，而且忽略垂直作用也是不严密的。

为了解决 Goodman 单元法向嵌入的缺陷，本文以岩土体作为实体弹塑性的单元，以斜坡或基坑边坡的支护结构作为梁单元，将 Goodman 4 节点 8 自由度的无厚度单元概化为 4 节点 6 自由度的无嵌入摩擦单元，通过构造单元刚度矩阵和算例分析对其进行探讨。

1 无嵌入摩擦单元刚度矩阵的构造

如图 1 所示，Goodman 单元是一个 4 节点 8 自由度的单元，初始状态为两相邻节点重合，法向接触本

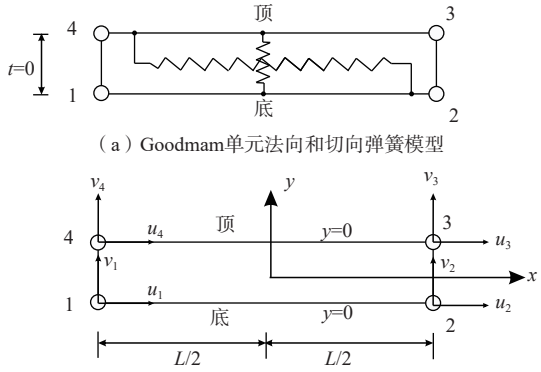

图 1　Goodman 单元

Fig. 1　Goodman elements

注：u_i、v_i 分别为 i 节点的水平位移、垂直位移，i=1, 2, 3, 4。

构通过 2 组相邻结点的平均嵌入位移和力来定义，L 为单元长度，t 为单元厚度，$\boldsymbol{u}$ 为节点位移向量，$\boldsymbol{v}$ 为节点自由度向量。现将其概化为无嵌入摩擦单元，初始状态与 Goodman 单元一样，如图 2 所示，在局部坐标系下，单元长度 L 方向与 x 轴重合，切向由弹簧连接，即切向自由度独立；当法向受压时相邻节点自由度相同，即 v_4=v_1，v_3=v_2；当法向受拉时各节点自由度独立，并将接触单元节点作为自由边界节点。单元相对位移向量$\Delta\boldsymbol{u}$ 可由节点位移向量 $\boldsymbol{u}$ 线性插值得到，令 a=1–2x/L、b=1+2x/L，其中 x 为水平坐标，其原点位于单元中点，则单元底部一点位移向量 $\boldsymbol{u}^{\text{bot}}$ 可表示为：

$$\boldsymbol{u}^{\text{bot}}=\begin{bmatrix}u^{\text{bot}}\\ v^{\text{bot}}\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}a & 0\\ 0 & a\\ b & 0\\ 0 & b\end{bmatrix}^{\text{T}}\begin{bmatrix}u_1\\ v_1\\ u_2\\ v_2\end{bmatrix} \tag{1}$$

式中：u^{bot}、v^{bot}——单元底边水平、垂直位移函数。

单元顶部一点的位移向量 $\boldsymbol{u}^{\text{top}}$ 为：

$$\boldsymbol{u}^{\text{top}}=\begin{bmatrix}u^{\text{top}}\\ v^{\text{top}}\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}b & 0\\ 0 & b\\ a & 0\\ 0 & a\end{bmatrix}^{\text{T}}\begin{bmatrix}u_3\\ v_2\\ u_4\\ v_1\end{bmatrix} \tag{2}$$

式中：u^{top}、v^{top}——单元顶边水平、垂直位移函数。

摩擦单元的相对位移向量$\Delta\boldsymbol{u}$ 表示为：

$$\Delta\boldsymbol{u}=\begin{bmatrix}\Delta u\\ \Delta v\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u^{\text{top}}-u^{\text{bot}}\\ v^{\text{top}}-v^{\text{bot}}\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-a & 0\\ 0 & 0\\ -b & 0\\ 0 & 0\\ b & 0\\ a & 0\end{bmatrix}^{\text{T}}\begin{bmatrix}u_1\\ v_1\\ u_2\\ v_2\\ u_3\\ u_4\end{bmatrix} \tag{3}$$

式中：Δu、Δv——单元顶边和底边的水平和垂直位移差值。

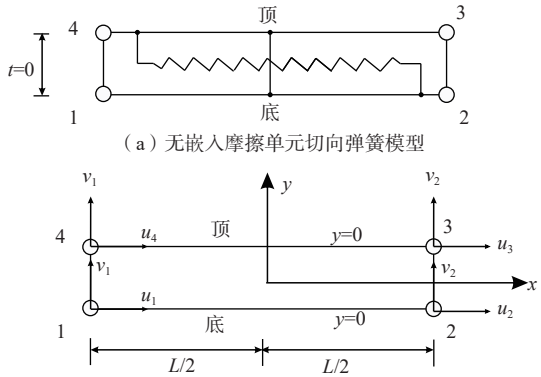

图 2　无嵌入摩擦单元

Fig. 2　Non-overlapping friction elements

由于假设摩擦单元相邻节点法向自由度相同，法向位移差为 0，式(3)可写成只含切向相对位移：

$$\Delta u=u^{\text{top}}-u^{\text{bot}}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-a\\ 0\\ -b\\ 0\\ b\\ a\end{bmatrix}^{\text{T}}\begin{bmatrix}u_1\\ v_1\\ u_2\\ v_2\\ u_3\\ u_4\end{bmatrix} \tag{4}$$

式(4)有 6 个自由度，其中法向两个自由度在该单元中没有约束，受其相邻的实体单元约束。

令：

$$\boldsymbol{N}=[\ -a\quad 0\quad -b\quad 0\quad b\quad a\ ] \tag{5}$$

$$\boldsymbol{u}=[\ u_1\quad v_1\quad u_2\quad v_2\quad u_3\quad u_4\ ]^{\text{T}} \tag{6}$$

则

$$\Delta u=\frac{1}{2}\boldsymbol{N}\boldsymbol{u} \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{N}$——插值函数向量。

无嵌入摩擦单元切向采用理想弹塑性本构模型，破坏条件按摩尔-库伦准则，弹性阶段剪应力、切向刚度和切向相对位移之间关系为

$$\tau=k_{\text{s}}\Delta u \tag{8}$$

式中：k_{s}——结构面的切向刚度；

τ——剪应力。

根据最小势能原理，单元总应变能为：

$$\Phi=\frac{1}{2}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\Delta\boldsymbol{u}^{\text{T}}k_{\text{s}}\Delta\boldsymbol{u}\,\text{d}x=\frac{1}{2}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{1}{4}\boldsymbol{u}^{\text{T}}\boldsymbol{N}^{\text{T}}k_{\text{s}}\boldsymbol{N}\boldsymbol{u}\,\text{d}x \tag{9}$$

令：

$$\boldsymbol{k}=\frac{1}{4}\int_{-L/2}^{L/2}\boldsymbol{N}^{\text{T}}k_{\text{s}}\boldsymbol{N}\,\text{d}x \tag{10}$$

式中：Φ——单元总应变能；

$\boldsymbol{k}$——单元刚度矩阵。

则式(9)可表示为：

$$\Phi = \frac{1}{2}\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}\boldsymbol{u} \tag{11}$$

将式(5)代入式(10)，并逐一计算式(10)中的各个元素，得到 6 自由度无嵌入摩擦单元刚度矩阵如式(12)所示。

$$\boldsymbol{k} = \frac{L}{6}\begin{bmatrix} 2k_s & 0 & k_s & 0 & -k_s & -2k_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_s & 0 & 2k_s & 0 & -2k_s & -k_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_s & 0 & -2k_s & 0 & 2k_s & k_s \\ -2k_s & 0 & -k_s & 0 & k_s & 2k_s \end{bmatrix} \tag{12}$$

2　总刚度矩阵的构造

以基坑与支护桩相互作用(图 3a)为例，取一个剖面建二维模型，共划分 100 个单元，采用从上至下、从左至右顺序编号。外围土体编号(1)—(60)，基坑土体编号(85)—(100)，支护桩编号(71)—(80)，外围土体与支护桩接触的无嵌入摩擦单元编号(61)—(70)，基坑土体与支护桩接触的无嵌入摩擦单元编号(81)—(84)。总节点按照从上至下、从左至右顺序编号，共 113 个节点，其中 71—77, 89—93 号节点为摩擦单元重合节点。单元局部节点编号采用顺时针编号。

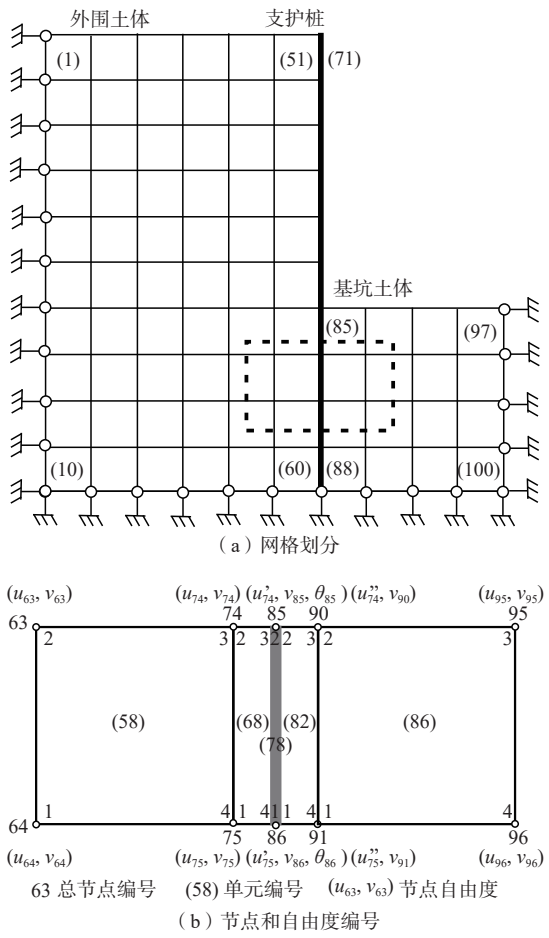

图 3　土与结构作用有限元模型

Fig. 3　FEM model for soil-structure interaction

取外围土体、支护桩、基坑土体相互作用区域的 5 个单元，如图 3(b)，分析无嵌入摩擦单元与实体单元、梁-杆单元总刚度矩阵的构造。图 3(b)中单元编号(58)、(86)为实体单元，(68)、(82)为无嵌入摩擦单元，(78)为梁-杆单元。

实体单元采用 4 节点 8 自由度四边形单元，单元刚度矩阵为 8×8 对称矩阵。梁-杆单元是梁单元(横向受力)与杆(轴向受力)单元的组合，如图 4 所示，每一节点具有轴向、挠度和转角 3 个自由度。2 节点梁-杆单元自由度向量：

$$\boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_1 \\ \boldsymbol{U}_2 \end{bmatrix} = [\ u_1 \quad v_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad \theta_2\ ]^{\mathrm{T}} \tag{13}$$

式中：$\boldsymbol{U}$——梁单元两个节点的自由度向量；

$\boldsymbol{U}_1$、$\boldsymbol{U}_2$——1 节点与 2 节点自由度向量；

θ_i——i 节点的转角，i=1, 2。

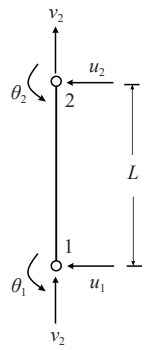

图 4　二维梁-杆单元的节点和自由度

Fig. 4　Nodes and degrees for 2-D beam-rod elements

梁单元的刚度矩阵 $\boldsymbol{k}_{\mathrm{b}}$ 为：

$$\boldsymbol{k}_{\mathrm{b}} = \frac{El}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & 0 & 6L & -12 & 0 & 6L \\ 0 & AL^2/l & 0 & 0 & -AL^2/l & 0 \\ 6L & 0 & 4L^2 & -6L & 0 & 2L^2 \\ -12 & 0 & -6L & 12 & 0 & -6L \\ 0 & -AL^2/l & 0 & 0 & AL^2/l & 0 \\ 6L & 0 & 2L^2 & -6L & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{14}$$

式中：E——弹性模量；

I——惯性矩；

A——截面积。

总刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$ 按照单元间位移连续条件和局部

节点与总节点对应关系进行组装。局部节点与总节点关系如表 1。

由位移连续条件：

$$u_{74}=u_3^{(58)}=u_2^{(68)},\quad u_{85}=u_3^{(68)}=u_2^{(78)}=u_2^{(82)}$$
$$u_{90}=u_3^{(82)}=u_2^{(85)} \tag{15}$$

无嵌入摩擦单元相邻节点法向自由度相同，即：

$$u_2^{(68)}=u_3^{(68)},\quad u_2^{(82)}=u_3^{(82)} \tag{16}$$

所以，

$$u_{74}=u_{85}=u_{90} \tag{17}$$

同理，

$$u_{75}=u_{86}=u_{91} \tag{18}$$

总节点 74, 75, 85, 86, 90, 91 处刚度矩阵如式(19)，总刚度矩阵中的其他元素和弹塑性土的实体单元一样。引入边界条件求解式(19)可得各节点应力与位移。

$$\begin{bmatrix}
\ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\
 & k_{3,3}^{(58)}+k_{2,2}^{(68)} & k_{3,4}^{(58)}+k_{2,1}^{(68)} & \cdots & k_{2,3}^{(68)} & k_{2,4}^{(68)} & \cdots & 0 & 0 & \cdots \\
 & & k_{4,4}^{(58)}+k_{1,1}^{(68)} & \cdots & k_{1,3}^{(68)} & k_{1,4}^{(68)} & \cdots & 0 & 0 & \cdots \\
 & & & \ddots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots \\
 & & & & k_{3,3}^{(68)}+k_{2,2}^{(78)}+k_{2,2}^{(82)} & k_{3,4}^{(68)}+k_{2,1}^{(78)}+k_{2,1}^{(82)} & \cdots & k_{2,3}^{(82)} & k_{2,4}^{(82)} & \cdots \\
 & & & & & k_{4,4}^{(68)}+k_{1,1}^{(78)}+k_{1,1}^{(82)} & \cdots & k_{1,3}^{(82)} & k_{1,4}^{(82)} & \cdots \\
 & & \text{对称} & & & & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\
 & & & & & & & k_{3,3}^{(82)}+k_{2,2}^{(86)} & k_{3,4}^{(82)}+k_{2,1}^{(86)} & \cdots \\
 & & & & & & & & k_{4,4}^{(82)}+k_{1,1}^{(86)} & \cdots \\
 & & & & & & & & & \ddots
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \vdots \\ U_{74} \\ U_{75} \\ \vdots \\ U_{85} \\ U_{86} \\ \vdots \\ U_{90} \\ U_{91} \\ \vdots \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \vdots \\ F_{74} \\ F_{75} \\ \vdots \\ F_{85} \\ F_{86} \\ \vdots \\ F_{90} \\ F_{91} \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{19}$$

式中：U——节点水平位移；

F——节点力。

表 1　单元刚度矩阵与总刚度矩阵对应关系

Table 1　Correspondence between element stiffness matrix and total global stiffness matrix

总节点号	单元节点	总刚度	单元刚度
(74,74)	58(3,3), 68(2,2)	$K_{74,74}$	$k_{3,3}^{(58)}+k_{2,2}^{(68)}$
(74,75)	58(3,4), 68(2,1)	$K_{74,85}$	$k_{3,4}^{(58)}+k_{2,1}^{(68)}$
(74,85)	68(2,3)	$K_{74,85}$	$k_{2,3}^{(68)}$
(74,86)	68(2,4)	$K_{74,86}$	$k_{2,4}^{(68)}$
(74,90)	无对应关系	0	无对应关系
(74,91)	无对应关系	0	无对应关系
(75,75)	58(4,4),68(1,1)	$K_{75,75}$	$k_{4,4}^{(58)}+k_{1,1}^{(68)}$
(75,85)	68(1,3)	$K_{75,85}$	$k_{1,3}^{(68)}$
(75,86)	68(1,4)	$K_{75,86}$	$k_{1,4}^{(68)}$
(75,90)	无对应关系	0	无对应关系
(75,91)	无对应关系	0	无对应关系
(85,85)	68(3,3),78(2,2),82(2,2)	$K_{85,85}$	$k_{3,3}^{(68)}+k_{2,2}^{(78)}+k_{2,2}^{(82)}$
(85,86)	68(3,4),78(2,1),82(2,1)	$K_{85,86}$	$k_{3,4}^{(68)}+k_{2,1}^{(78)}+k_{2,1}^{(82)}$
(85,90)	82(2,3)	$K_{85,90}$	$k_{2,3}^{(82)}$
(85,91)	82(2,4)	$K_{85,91}$	$k_{2,4}^{(82)}$
(86,86)	68(4,4),78(1,1),82(1,1)	$K_{86,86}$	$k_{4,4}^{(68)}+k_{1,1}^{(78)}+k_{1,1}^{(82)}$
(86,90)	82(1,3)	$K_{86,90}$	$k_{1,3}^{(82)}$
(86,91)	82(1,4)	$K_{86,91}$	$k_{1,4}^{(82)}$
(90,90)	82(3,3),86(2,2)	$K_{90,90}$	$k_{3,3}^{(82)}+k_{2,2}^{(86)}$
(90,91)	82(3,4),86(2,1)	$K_{90,91}$	$k_{3,4}^{(82)}+k_{2,1}^{(86)}$
(91,91)	82(4,4),86(1,1)	$K_{91,91}$	$k_{4,4}^{(82)}+k_{1,1}^{(86)}$

注：单元节点表示方法为单元号(节点号，节点号)；K为总刚度，下标为总节点号；k为单元刚度，上标为单元号，下标为单元节点号。

3　算例分析

3.1　算例 1

算例 1 有限元模型如图 5，土体采用理想弹塑性材料，破坏条件按摩尔-库伦强度，支护桩采用弹性材料，参数见表 2。基坑开挖不设支护的条件下，在基坑外围土体和基坑土体单元间分别考虑不设接触单元、设无嵌入摩擦单元和设 Goodman 接触单元三种工况。在基坑开挖有支护条件下，在支护桩和土体间分别设置无嵌入摩擦单元和 Goodman 接触单元两种工况。每一种工况下两侧施加滚轴边界，而底部施加固定边界或滚轴边界。两种接触单元切向刚度取同一值 k_s=10^3 kPa/m，Goodman 接触单元法向刚度 k_n 取不同值，比较两种接触单元计算结果的不同。

基坑底部施加固定边界，开挖后不支护，开挖面及以下水平位移结果见图 6(a)。在深度 6 ~ 12 m 设置接触单元位置处，无嵌入摩擦单元计算土体水平位移值大于 Goodman 单元计算值，当 Goodman 单元的法向刚度增大时，其求解收敛于无嵌入摩擦单元，当法向刚度大于 10 倍土体弹性模量时，Goodman 单元计算值与无嵌入摩擦单元结算值基本相同。在深度 0 ~ 6 m 不设接触单元的开挖面，无嵌入摩擦单元计算位移值小于 Goodman 单元计算值，同样当法向刚度增大时 Goodman 单元计算值收敛于无嵌入摩擦单元计算

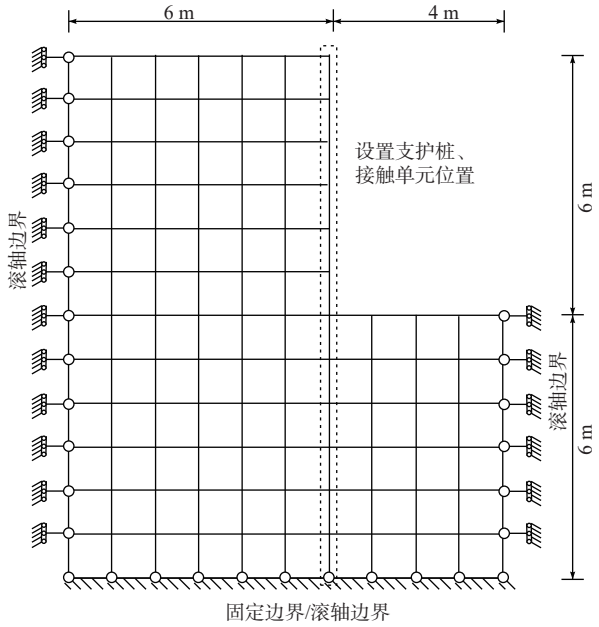

图 5　基坑开挖支护有限元模型

Fig. 5　FEM model for foundation pit

表 2　土体和支护桩的参数

Table 2　Parameters of soil and piles

土体参数	取值	支护桩参数	取值
重度/(kN·m^{-3})	16.0	抗弯刚度/(GPa·m^4)	0.3
弹性模量/MPa	100.0		
泊松比	0.3		
内摩擦角/(°)	20.0	拉压刚度/(GPa·m^2)	10.0
黏聚力/kPa	10.0		

值。由于接触单元切向位移的存在，设置接触单元的位移与不设接触单元位移存在差别。

基坑底部施加固定边界，支护后再开挖的支护桩水平位移见图 6(b)，在 Goodman 单元法向刚度增大时，其解收敛于无嵌入摩擦单元。支护桩的弯矩和剪力如图 6(c)(d)，其中图 6(d)中剪力值为梁单元中点值，且本文剪力值均为梁单元中点值。同样的，随着法向刚度的增大，Goodman 单元计算的弯矩和剪力逐渐收敛于无嵌入摩擦单元计算值。

基坑底部施加滚轴边界时开挖面水平位移结果见图 7(a)(b)，图 7(a)为不进行支护开挖后的位移，图 7(b)为支护后再开挖的位移。不支护时的位移具有与图 6(a)相同的规律，支护后无嵌入摩擦单元计算位移小于 Goodman 单元，同样当法向刚度增大时 Goodman 单元解收敛于无嵌入摩擦单元。随着深度的增加无嵌入摩擦单元计算位移大于 Goodman 单元，不同边界对求解结果有影响。支护桩的弯矩和剪力如图 7(c)(d)，在基坑底面以上无嵌入摩擦单元计算的弯矩和剪力大于 Goodman 单元计算值，在基坑底面以下无嵌入摩擦单元计算的弯矩和剪力小于 Goodman 单元计算值，在整个桩身上弯矩和剪力同样是当法向刚度增大时，Goodman 单元解收敛于无嵌入摩擦单元。

3.2　算例 2

算例 2 有限元模型见图 8，土体与支护桩材料性质与基坑一样，如表 2 所示。不进行支挡时在虚线框位置土体单元间分别考虑不设接触单元、设无嵌入摩擦单元和设 Goodman 接触单元三种工况。支挡条件下，虚线框位置桩土间分别设无嵌入摩擦单元和 Goodman 单元两种工况。每一种工况下两侧施加滚轴边界，而底部边界施加固定边界或滚轴边界。接触单元切向刚度取同一值 k_s=10^3 kPa/m，Goodman 接触单

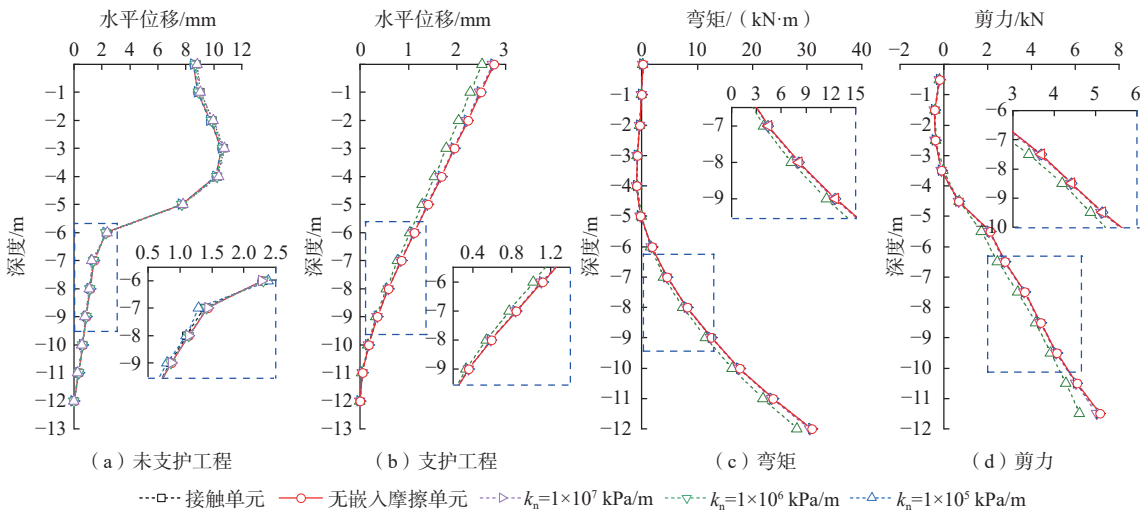

图 6　底部固定边界位移与支护桩内力分布的比较

Fig. 6　Comparison of displacement, bending moment and shear forces for full fixity condition at the base

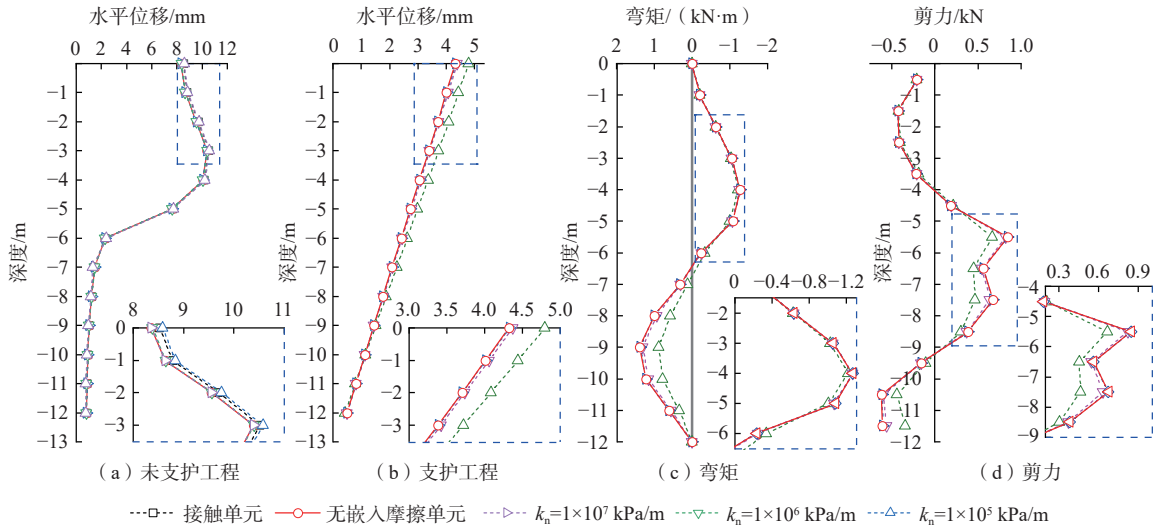

图 7　底部滚轴边界位移与支护桩内力分布比较

Fig. 7　Comparison of displacement, bending moment and shear forces for roller conditions at the base

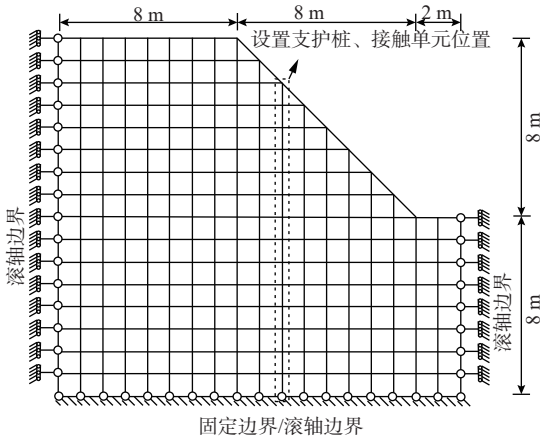

图 8　斜坡有限元模型

Fig. 8　FEM model for slope

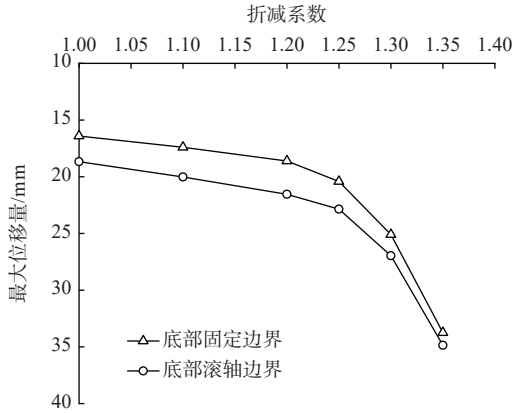

图 9　最大节点位移量与强度折减系数关系曲线

Fig. 9　Maximum displacement versus strength reduction factor

元法向刚度 k_n 取不同值，在不同边界条件下，比较不同接触单元计算值的不同。

斜坡变形稳定性计算采用 Griffiths[26] 的开源程序，迭代上限为 500 次，当折减系数为 1.30 时算法不再收敛（图 9）。上述各工况均在折减系数为 1.30，迭代 500 次，斜坡处于临界破坏时的计算结果。图 10—11 为不同边界条件下，设置支护桩处的水平位移值和支护桩内力的比较。计算结果与上面基坑案例的结果相似，均表明当 Goodman 单元法向刚度增大时，其解收敛于无嵌入摩擦单元解，并且当法向刚度大于 10 倍土体弹性模量时，Goodman 单元解和无嵌入摩擦单元解无明显差别。

4　结论

Goodman 单元已经得到广泛应用和推广。但人为引入的法向刚度会使相邻块体嵌入，这与实际不符，且法向刚度赋值具有随意性，不合理的值还会导致数值解的不稳定。本文提出了无嵌入摩擦单元，通过编程和算例分析得到以下结论：

（1）通过相邻节点具有相同的法向自由度，将 Goodman 4 节点 8 自由度的无厚度单元概化为 4 节点 6 自由度的无嵌入摩擦单元，在单元刚度矩阵构造时避免了法向刚度，仅保留切向刚度。将无嵌入摩擦单元、岩土体的弹塑性实体单元和支护结构的梁单元结合，通过总刚度矩阵的构造在算法上避免了单元的嵌入。

（2）算例对比分析表明，无嵌入摩擦单元计算解是增大 Goodman 单元法向刚度时的极限解，当法向刚度足够时，Goodman 单元解与无嵌入摩擦单元解基本一致。无嵌入摩擦单元从算法上避免了法向刚度参

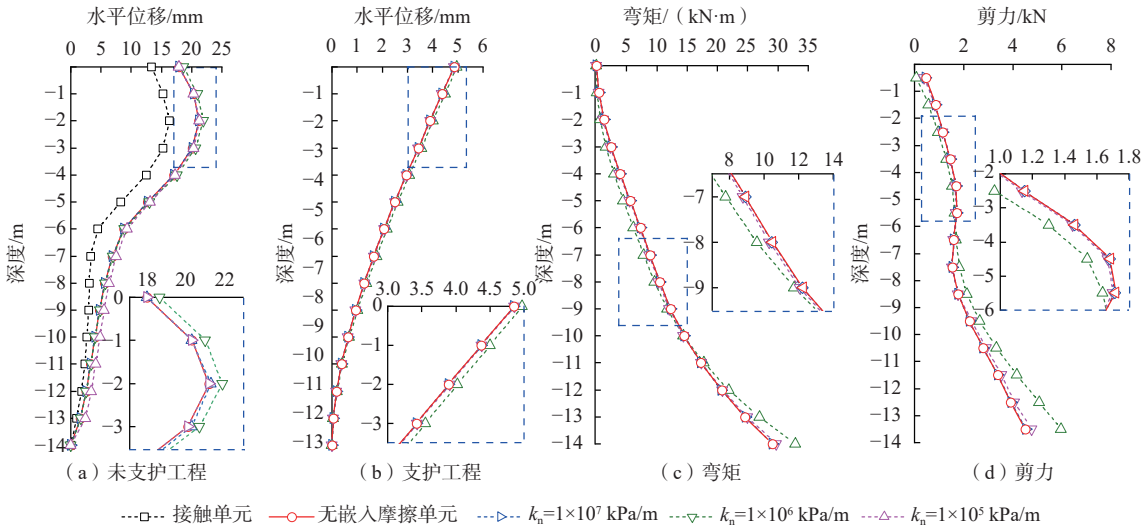

图 10　底部固定边界位移与支护桩内力分布比较

Fig. 10　Comparison of displacement, bending moment and shear forces for full fixity conditions at the base

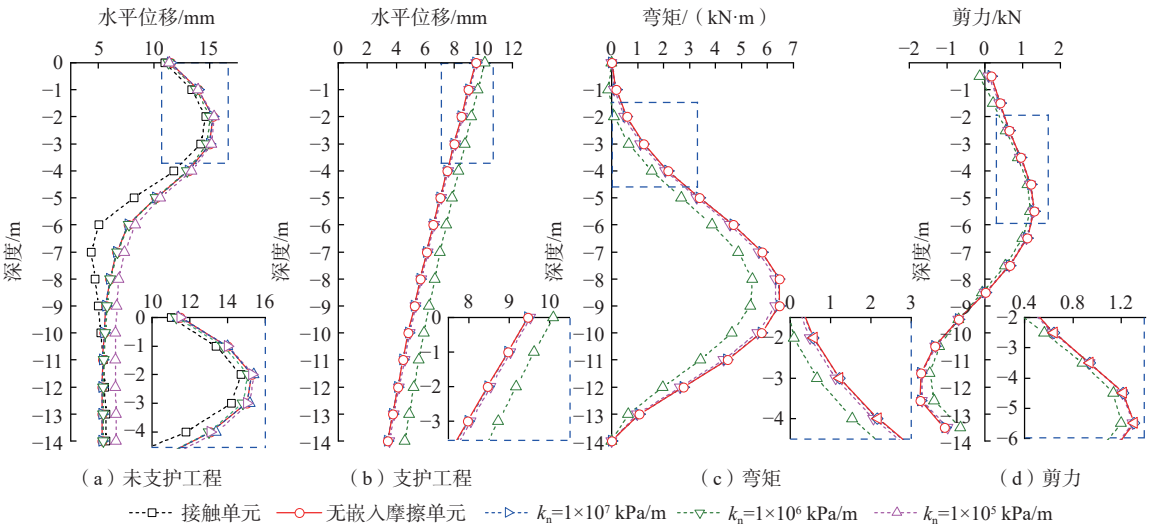

图 11　底部滚轴边界位移与支护桩内力分布比较

Fig. 11　Comparison of displacement, bending moment and shear forces for roller conditions at the base

数，更符合实际情况，为解决土与结构相互作用问题提供了一种严谨的算法。

（3）二维情况下有限元算法将支护桩视作连续的墙体，这显然与实际的基坑支护或边坡支护不符。进一步的工作是将无嵌入摩擦单元拓展至三维，以更好地模拟实际工程中的土与桩结构相互作用。

参考文献（References）：

［1］ 马露，王坤，陶思源，等. 基于有效应力法的单桩负摩阻力解析解［J］. 水文地质工程地质，2024，51（5）：79－86.［MA Lu, WANG Kun, TAO Siyuan, et al. Analytical solution for negative skin friction of single pile based on effective stress method［J］. Hydrogeology & Engineering Geology, 2024, 51（5）：79－86.（in Chinese with English abstract）］

［2］ 吴泽坤，何来胜，白晓宇，等. 层状土中静压桩连续贯入现场试验与数值模拟［J］. 吉林大学学报（地球科学版），2024，54（4）：1291－1304.［WU Zekun, HE Laisheng, BAI Xiaoyu, et al. Field test and numerical simulation of continuous penetration of jacked pile in layered soil［J］. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2024, 54（4）：1291－1304.（in Chinese with English abstract）］

［3］ 刘章振，阿发友，张晶，等. 云南某高填方边坡对油气管道的致灾风险及 CFG 加固效果分析对油气管道的影响［J］. 中国地质灾害与防治学报，2024，35（4）：115－125.［LIU Zhangzhen, A Fayou, ZHANG Jing, et

al. Analysis of disaster risk to oil and gas pipelines and the effect of CFG reinforcement on high-fill slopes in Yunnan[J]. The Chinese Journal of Geological Hazard and Control, 2024, 35(4): 115 − 125. (in Chinese with English abstract)]

[4] 冼树兴，叶阳，李长冬，等. 干湿循环作用下软硬相间地层滑坡-抗滑桩体系劣化特性 FDEM 数值模拟[J/OL]. 地质科技通报. (2024-06-20)[2024-09-07]. [XIAN Shuxing, YE Yang, LI Changdong, et al. FDEM numerical simulation study on deterioration characteristics of weak-hard interbedded strata landslide-anti-slide pile system under wetting-drying cycles[J/OL]. Bulletin of Geological Science and Technology. (2024-06-20)[2024-09-07]. https://link.cnki.net/doi/10.19509/j.cnki.dzkq.tb20230700. (in Chinese with English abstract)]

[5] 张玲，陈金海，欧强. 基于能量法的轴横向荷载作用下单桩受力变形分析[J]. 水文地质工程地质，2020, 47(5): 81 − 91. [ZHANG Ling, CHEN Jinhai, OU Qiang. Deformation analysis of pile under combined axial and lateral loads by using the energy method[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2020, 47(5): 81 − 91. (in Chinese with English abstract)]

[6] 路德春，王欣，罗磊，等. 土与结构接触特性对地下结构地震反应的影响研究[J]. 防灾减灾工程学报，2017, 37(2): 177 − 186. [LU Dechun, WANG Xin, LUO Lei, et al. Research on the seismic responses of underground structures considering the soil and structure contact[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2017, 37(2): 177 − 186. (in Chinese with English abstract)]

[7] 李建华，祝方才，廖新贵. 土与结构物的接触特性研究[J]. 湖南工业大学学报，2009, 23(3): 1 − 4. [LI Jianhua, ZHU Fangcai, LIAO Xingui. Study on contact characteristics between Soil and structure[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2009, 23(3): 1 − 4. (in Chinese with English abstract)]

[8] 宋佳，沈浩浩，王福杰，等. 饱和土与结构动力相互作用的二维摩擦接触模型[J]. 北方工业大学学报，2024, 36(2): 66 − 76. [SONG Jia, SHEN Haohao, WANG Fujie, et al. A two-dimensional frictional contact model of the dynamic interaction between saturated soil and structure[J]. Journal of North China University of Technology, 2024, 36(2): 66 − 76. (in Chinese with English abstract)]

[9] GOODMAN R E, TAYLOR R L, BREKKE T L. A model for the mechanics of jointed rock[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1968, 94(3): 637 − 660.

[10] 王满生，周锡元，胡聿贤. 桩土动力分析中接触模型的研究[J]. 岩土工程学报，2005, 27(6): 616 − 620. [WANG Mansheng, ZHOU Xiyuan, HU Yuxian. Studies on contact model of soil-pile dynamic interaction[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(6): 616 − 620. (in Chinese with English abstract)]

[11] 杨林德，李象范，钟正雄. 复合型土钉墙的非线性有限元分析[J]. 岩土工程学报，2001, 23(2): 149 − 152. [YANG Linde, LI Xiangfan, ZHONG Zhengxiong. The nonlinear analysis of FEM on composite soil-nailed retaining wall[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(2): 149 − 152. (in Chinese with English abstract)]

[12] DHADSE G D, RAMTEKKAR G D, BHATT G. Finite element modeling of Soil structure interaction system with interface: A review[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2021, 28(5): 3415 − 3432.

[13] 孔宪京，刘京茂，邹德高，等. 土–界面–结构体系计算模型研究进展[J]. 岩土工程学报，2021, 43(3): 397 − 405. [KONG Xianjing, LIU Jingmao, ZOU Degao, et al. State-of-the-art: Computational model for soil-interface-structure system[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(3): 397 − 405. (in Chinese with English abstract)]

[14] 殷宗泽，朱泓，许国华. 土与结构材料接触面的变形及其数学模拟[J]. 岩土工程学报，1994, 16(3): 14 − 22. [YIN Zongze, ZHU Hong, XU Guohua. Numerical simulation of the deformation in the interface between soil and structural material[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(3): 14 − 22. (in Chinese with English abstract)]

[15] 张茂会，王观琪，潘家军，等. Goodman 接触面单元切向刚度系数确定方法的研究[C]//夏才初，朱合华，沈明容. 和谐地球上的水工岩石力学——第三届全国水工岩石力学学术会议论文集. 上海：同济大学出版社，2010: 52 − 56. [ZHANG Maohui, WANG Guanqi, PAN Jiajun, et al. Hydraulic rock mechanics on a harmonious earth-proceedings of the third national hydraulic rock mechanics conference[C]//XIA Caichu, ZHU Hehua, SHEN Mingrong. Hydraulic rock mechanics on a harmonious earth: Proceedings of the 3rd national conference on hydraulic rock mechanics. Shanghai: Tongji University Press, 2010: 52 − 56. (in Chinese)]

[16] VILADKAR M N, ZEDAN A J, SARAN S, et al. Nonlinear elastic analysis of shallow footings subjected to eccentric inclined loads[J]. Geomechanics and Geoengineering, 2014, 10(1): 45 − 56.

[17] PANDE G N, SHARMA K G. On joint/interface elements and associated problems of numerical ill-conditioning[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1979, 3(3): 293 − 300.

[18] DAY R A, POTTS D M. Zero thickness interface elements—Numerical stability and application[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1994, 18(10): 689 − 708.

[19] 雷晓燕, 王五全. 消除接触摩擦单元应力振荡的方法[J]. 华东交通大学学报, 1993, 10(4): 1 − 8. [LEI Xiaoyan, WANG Wuquan. Method of eliminating stress oscillations in the contact friction element[J]. Journal of East China Jiaotong University, 1993, 10(4): 1 − 8. (in Chinese with English abstract)]

[20] 孔科, 楚锡华, 徐远杰, 等. 基于改进 Goodman 单元的框格式地下连续墙施工泥皮模拟[C]//中国计算力学大会 2010(CCCM2010)暨第八届南方计算力学学术会议(SCCM8)论文集, 2010: 1836 − 1842. [KONG Ke, CHU Xihua, XU Yuanjie, et al. Simulation of mud cake of underground continuous wall-slot on the basis of the improved Goodman element[C]//Proceedings of the Chinese Conference on Computational Mechanics' 2010 (CCCM2010) and the 8th Southern Conference on Computational Mechanics (SCCM8), 2010: 1836 − 1842. (in Chinese)]

[21] VILLARD P. Modelling of interface problems by the finite element method with considerable displacements[J]. Computers and Geotechnics, 1996, 19(1): 23 − 45.

[22] 邵炜, 金峰, 王光纶. 用于接触面模拟的非线性薄层单元[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1999(2): 34 − 38. [SHAO Wei, JIN Feng, WANG Guangguan. Nonlinear thin-layer element for modeling interface[J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 1999(2): 34 − 38. (in Chinese with English abstract)]

[23] XUE Xinhua, YANG Xingguo, LIU Enlong. Application of the modified goodman model in soil Nailing[J]. International Journal of Geomechanics, 2013, 13(1): 41 − 48.

[24] 李守德, 俞洪良. Goodman 接触面单元的修正与探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(15): 2628 − 2631. [LI Shoude, YU Hongliang. Modification of goodman interface element[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(15): 2628 − 2631. (in Chinese with English abstract)]

[25] 李萍, 邓小鹏, 相建华, 等. 基坑开挖与支护模拟的位移迭代法[J]. 岩土力学, 2005, 26(11): 1815 − 1818. [LI Ping, DENG Xiaopeng, XIANG Jianhua, et al. Method of displacement iteration in numerical simulation of foundation pit[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(11): 1815 − 1818. (in Chinese with English abstract)]

[26] GRIFFITHS D V, LANE P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. Géotechnique, 1999, 49(3): 387 − 403.

编辑: 刘真真