

不同类型地貌的各向异性分形与多重分形特征研究

李 锰 朱令人 龙海英

(新疆维吾尔自治区地震局,新疆 乌鲁木齐,830011)

摘要 利用标准偏差法和固定质量法,研究了新疆天山地区3种不同构造地貌单元地形剖线的自仿射分形和多重分形特征。结果表明,在所研究的标度范围内,不同构造地貌单元剖面分维值总体上呈现出高山区大于中低山区大于盆地区特点,同一个地貌研究区不同方向的剖面呈现不同程度的各向异性。多重分形谱 D_q 的形态和价值域范围也呈现出不同特征。研究认为,地貌表面形态并不是完全随机的,而是一种各向异性的分形布朗运动,分维值表征了内外营力作用的方向和强度,渡越长度是自仿射分形研究中的另一个重要参量。利用上述分形特征可定量研究地貌的发展阶段和地貌动力学。

关键词 天山 地貌 自仿射分形 多重分形 地貌动力学

On Fractal and Multifractal Properties for Different Types of Landforms

LI Meng ZHU Lingren LONG Haiying

(Seismological Bureau of Xinjiang Uygur Autonomous Region, Urumqi, Xijiang 830011)

Abstract By using the standard deviation method, the scaling properties described by the local fractal dimension D and crossover length l_c of 48 measured landform profiles in different direction of 6 different studied landform sections in Tianshan area are calculated. After that, the multifractal spectra $D_q - q$ are computed by fixed-mass method. The results show that in the studied scaling range different types of landscapes and profiles in different directions perform different fractal properties, that is, the D value and crossover length l_c decrease in turns with the landform type from high-mountain mid-low mountain to basin and the profile parallel to wear grooves often has lower D values than those perpendicular to wear grooves does in the same section. Furthermore, the shapes and value ranges of profile multifractal D_q in different landform types and in different directions of the same sections perform different properties and anisotropies. It can be concluded that the landscape fractal properties depends closely on the intensity, manner and inhomogeneity of exogenic and inogenic processes and with the properties, we can study quantitatively the dynamic geomorphic process.

Key words Tianshan landform self-affine fractal multifractal dynamic geomorphology

分形几何学最显著的特点是:本来看起来十分复杂的事物,事实上大多数可用仅含有很少参数简单公式来描述。使人们抛开复杂的表面现象,从中提取本质的规律性的东西(陈等,1998)。面对复杂的地貌形态,分形理论和分形的方法成为处理复杂性的、特别是涉及空间现象的地貌系统的有利工具(艾南山等,1999)。在表面的分形测量上,由于很难直接对表面粗糙性进行覆盖,人们一直都采用岛湖法(SIA)、剖面位形法(FPA)及修正方法。研究表明,前一种方法测得分形维数不是表面的真正分形维数,而是表观分形维数,它与测量尺码有关,目前

这种方法在表面的分形分析中受到限制;后一种方法则应用广泛。

由于实际地形剖面在水平和垂直方向的标度因子不同,描述它们的有效模型应该是自仿射分形。由相关分析可知,当 $H=1/2$ 时,分数布朗运动成为独立随机无规运动即布朗运动,此时 $C(t)=0$;当 $H>1/2$ 时, $C(t)>0$ 表明存在正效应,即一种趋势或一个过程将继续保持。从信息论的观点看,这是一种正反馈机制。当 $H<1/2$ 时, $C(t)<0$ 表明存在负效应,即一种趋势或一个过程走向反面,这是一种负反馈机制。由此可见, H 或 D 值深刻地反映了

一个系统的状态量复杂变化中所蕴涵的内在规律(朱令人等 2000),因而自仿射分形在地学问题中有着广泛的应用。Mandelbro(1985)的研究认为:对于自仿射分形,存在一个新的量,渡越长度 t_c , 定义为: $B(t+t_c) - B(t) \propto t_c$, 可将 t_c 理解为分辨率,在其两侧存在着局域和整体 2 个不同的分维值。

1 资料与方法

1.1 资料的选取

以新疆天山地区为例,选择了 3 种不同构造地貌类型,即强烈隆起区(高山区)、弱-中等隆起区(中低山区)和沉积凹陷区(盆地)。其中每种地貌类型包含 2 个地质和地理条件有一定差异的研究区,共计 6 个研究区。高山区为博格达山和哈尔克山,中低山区为玛纳斯县城以南的天山北缘最新隆起区和库车县城以北的天山南缘最新隆起区,沉积凹陷区为天山内部的大尤鲁都斯山间盆地和博格达山以南的吐鲁番盆地,依次用 B、H、M、K、D、T 区表示(图 1),其中 B 和 H 两个研究区面积各为 $36 \times 36 \text{ km}^2$,其余各为 $30 \times 30 \text{ km}^2$ 。在 1:5 万地形图上,按最小采样间隔 200 m 将地形数字化,并对每一个研究区按图 2 所示,分别布置了 8 个不同方向的剖线,以便研究它们的各向异性,图中数字为剖线编号。

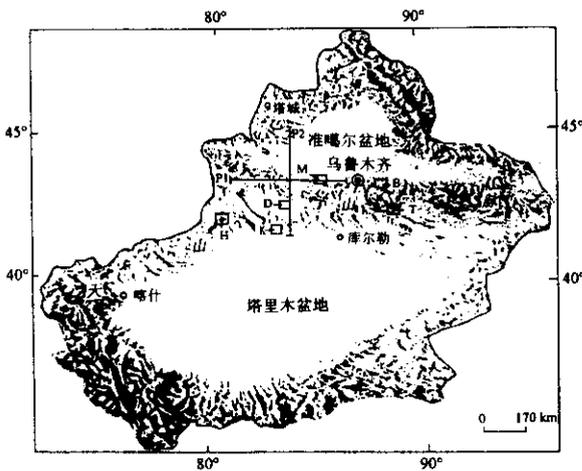


图 1 新疆地貌及研究区分布示意图

Fig.1 Sketch map of landform in Xinjiang and research section distribution

1.2 计算方法

1.2.1 标准偏差法 Malinvernc(1990)提出了计算自仿射曲线分维的标准偏差法,施行觉等(1992)提出了另一种标准偏差算法。二者都是计算数据点离散的标准偏差,但前者以窗内局域倾向为基准,后者以平均高度为基准,后一种方法计算量小,更为简便。本文使用后一种方法。

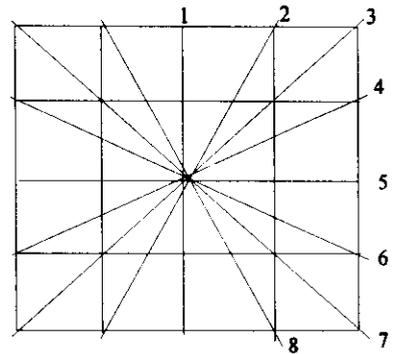


图 2 地貌表面各向异性分形模型

Fig.2 Model for calculating anisotropies of landform surface fractal

剖线起伏可用变量 $V(L)$ 来描述,

$$V(L) = \frac{1}{L} \int_0^L [h(x) - \bar{h}]^2 dx$$

式中, L 为某段剖线的长度; $h(x)$ 为高度; \bar{h} 为该段内的平均高度。剖线分形存在的必要条件是 $V(L)$ 和 L 呈指数关系,即

$$V(L) \sim L^{2H}$$

由标准偏差的定义: $\sigma(L) = \sqrt{V(L)} = k \cdot L^H$, k 为常数。两边取对数得

$$\log \sigma(L_i) = k + H \log L_i$$

在双对数图中,可从斜率 H 求得分维 D 。根据标度关系式 $d - D = H$, d 为拓扑维,由于是平面问题, $d = 2$, 因此 $D = 2 - H$ 。具体计算公式是

$$\sigma(L_i) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \sqrt{\frac{1}{m_i - 1} \sum (h_j - \bar{h})^2}$$

L_i 为窗的长度,从最小采样间隔开始,到水平投影的一半为止,且每次移动 $L_i/2$ 的距离; n_i 为窗长为 L_i 时窗的个数; m_i 为窗内的点据数。

1.2.2 渡越长度 t_c 的计算 根据所使用的标准偏差法计算分维的公式,结合渡越长度的定义,不难看出当 L 是窗长时,相应 $\sigma(L) = L$ 的,这时的 $L = t_c$,即当窗的长度为渡越长度时,对应的标准偏差值与窗长相等。在双对数图中,实测曲线与角平分线 $\log \delta = \log L$ 的交点所对应长度 L 即为 t_c ,即

$$\log t_c = \log \delta(t_c) = \log A + H \log t_c$$

$$\log t_c = \log A / (1 - H)$$

式中, $\log A$ 为曲线斜率在 Y 轴上的截距。通过对渡越长度 t_c 量级的估算,可定量了解自仿射分形曲线在某一标度范围内的起伏量级。

1.2.3 各向异性指数的计算 由于实际地貌形态从整体上来讲是各向异性的,首先按图 2 对 8 个方向剖线进行一维分形估计, H 测度值为

$$H = \{h(1), h(2), \dots, h(8)\}$$

其中 $h(i)$ 是第 i 个方向 H 的一维估计, H 测度的均值为整个窗口的 H 估计。定义

$$\tilde{H} = 1/8 \sum h(i)$$

H 测度的方差反映了 H 在不同方向上的变化, 可作为各向异性场的一种量度。定义 $h(i)$ 的极差 V

$$V = [\max\{h(i)\} - \min\{h(i)\}] / \tilde{H}$$

设定一个阈值 T , 若 $V > T$, 为各向异性表面, 否则则为各向同性表面。大量实验结果表明, T 为 0.5, 且定义图形的方向为最大的 $h(i)$ 方向。

1.2.4 固定质量法 许多复杂的现象包含了多个层次, 每个层次具有不同的统计特征。这时用一个参量就不够了, 需要用多个参量(有时甚至是无限多个)参量才能描述它们, 这就是多重分形。

把研究对象(取其线度为 1)分成 N 等份, 每一等份“盒子”的线度记为 ϵ , 定义第 i 个盒子的密度为 P_i , 对于广义分形维数 D_q 有

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(\sum_{i=1}^N P_i^q)}{\ln \epsilon} \quad (1)$$

从上式可以看出, 当 $q \gg 1$ 时, 这时 D_q 反映的是概率高或稠密区域的性质; 反之, 当 $q \ll 1$ 时, D_q 反映的是分布中概率较小或稀疏区域的性质。所以通过加权处理, 就把一个分形分成许多具有不同奇异程度的区域来研究。因此, 多重分形概念是原始分形概念对于非均匀分形的自然推广。利用多重分形这个概念, 能分层次地来了解分形内部的精细结构。对多重分形计算方法的理论分析表明, 固定质量法较数盒子法、固定半径法和推广 G-P 法有明显优点(朱令人, 2000), 因此采用固定质量法进行研究。

从求多重分形的一般表达式出发, 对于非空盒概率和 $\sum P_i^q(\epsilon)$ 可以用分形集中基准点 X_i 为中心, ϵ 为半径的 m 维球出现其它点的概率 $\tilde{P}_j(\epsilon)$ 表示为

$$\sum_{i=1}^{N(\epsilon)} P_i^q(\epsilon) = \frac{1}{N_j} \sum_{j=1}^N [\tilde{P}_j(\epsilon)]^{q-1} \quad (2)$$

求和概率的指数从 q 变为 $q-1$ 是因为从均匀分布于相空间的元胞方盒转变为非均匀分布的以基准点为中心的球。 N 是球的总数, 这 N 个基准点应当按自然概率测度在相空间中随机选取, 即按分形集点据本身的概率分布来选取。将(2)式代入(1)式, 得到 D_q 的计算表达式

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\lg \epsilon} \lg \{ \tilde{P}(\epsilon)^{q-1} \} \quad (3)$$

其中 万方数据

$$\{ \tilde{P}(\epsilon)^{q-1} \} = \frac{1}{N_j} \sum_{j=1}^N [\tilde{P}_j(\epsilon)]^{q-1} \quad (4)$$

是所有非均匀分布球中 $\tilde{P}_j(\epsilon)$ 的 $q-1$ 次矩的平均值。将(3)式改写为

$$\left\{ \left(\frac{P(\epsilon)}{\epsilon^{D_q}} \right)^{q-1} \right\} = \text{常数} \quad (5)$$

采用半径为 ϵ 的球内的广义质量 $M(\epsilon)$, 有

$$\lg \left\{ \left(\frac{P(\epsilon)}{\epsilon^{D_q}} \right)^{q-1} \right\} = \text{常数} \quad (6)$$

如果固定质量 M , 以 $R(M)$ 为包含质量 M 的最小球半径则可得当 $M \rightarrow 0$ 时

$$\lg [R(M)^{-(q-1)D_q}] \approx -(q-1) \lg M \quad (7)$$

设

$$\tau_q = (q-1)D_q$$

得

$$\lg [R(M)^{-\tau(q)}] = -\frac{\tau(q)}{D_q} \lg M \quad (8)$$

即

$$D_q = -\frac{\lg M}{[\lg [R(M)^{-\tau(q)}]]^{1/\tau(q)}} \quad (9)$$

实际操作时, 是按一定规则设立 \tilde{N} 个基准点(最理想就是以每个点作为基准点), 给定 $\tau(q)$ (注意 $\tau(q) \neq 0$) 取一定的 M 值, 分别计算每个基准点的 $r_j(M)$, $j=1, 2, \dots, \tilde{N}$, 求 $R_j(M)$ 的 $\tau(q)$ 阶广义平均值。

$$\bar{R}_\tau(M) = [R(M)^{-\tau(q)}]^{1/\tau(q)} = \left[\frac{1}{\tilde{N}} \sum_{j=1}^{\tilde{N}} R_j(M)^{-\tau(q)} \right]^{1/\tau(q)} \quad (10)$$

改变 M , 计算出一系列的 $\bar{R}_\tau(M)$, 在 $\lg M - \lg \bar{R}_\tau(M)$ 图上, 找出无标度区, 无标度区点据的斜率即为 D_q 值, 相应的 q 值由下式给出

$$q = 1 + \frac{\tau(q)}{D_q}$$

2 结果与分析

2.1 计算结果

按上述资料和方法, 对不同构造地貌区的不同方向的剖线进行了自仿射分形计算, 结果见表 1。图 3 为部分剖线的双对数点据图。

由表 1 可以得到地貌剖线具有以下分形特点:

(1) 绝大多数地形剖线具有较好的自仿射分形性质, 在研究的标度范围内地形剖线并不是完全随机的, 而是分数布朗运动, 即确定性的随机性, 分维值在 1.077~1.699 之间。

表 1 不同地貌区分维值及相关参数一览表

Table 1 Fractal dimension values and relative parameters of different landform sections

剖面编号	渡越长度 /m	分维值	相关系数 /%	平均 H 值	各向异性指数 (V)	区别
B1	10 ^{1.4}	1.513	99.0	0.481	0.688	高山区
B2	10 ^{1.1}	1.557	98.4	0.481	0.688	
B3	10 ^{1.4}	1.544	97.5	0.481	0.688	
B4	10 ^{1.6}	1.699	99.0	0.481	0.68	
B5	10 ^{1.4}	1.609	97.7	0.481	0.688	
B6	10 ^{0.9}	1.443	98.2	0.481	0.688	
B7	10 ^{0.2}	1.368	99.3	0.481	0.688	
B8	10 ^{0.4}	1.416	99.0	0.481	0.688	
H1	10 ^{1.7}	1.629	98.4	0.378	0.402	高山区
H2	10 ^{1.6}	1.640	97.3	0.378	0.402	
H3	10 ^{1.8}	1.630	98.7	0.378	0.402	
H4	10 ^{1.6}	1.601	98.6	0.378	0.402	
H5	10 ^{1.6}	1.652	97.5	0.378	0.402	
H6	10 ^{1.7}	1.686	97.4	0.378	0.402	
H7	10 ^{1.7}	1.602	98.1	0.378	0.402	
H8	10 ^{1.2}	1.534	98.2	0.378	0.402	
M1	10 ^{-0.7}	1.410	99.2	0.540	0.513	中低山区
M2	10 ^{-1.1}	1.361	98.8	0.540	0.513	
M3	10 ^{0.7}	1.625	99.1	0.540	0.513	
M4	10 ^{0.6}	1.587	98.7	0.540	0.513	
M5	10 ^{-0.5}	1.482	98.5	0.540	0.513	
M6	10 ^{-0.7}	1.433	99.4	0.540	0.513	
M7	10 ^{-1.3}	1.349	97.6	0.540	0.513	
M8	10 ^{-0.7}	1.432	99.4	0.540	0.513	
K1	10 ^{0.3}	1.534	97.9	0.448	0.404	中低山区
K2	10 ^{0.2}	1.508	99.5	0.448	0.404	
K3	10 ^{0.3}	1.568	99.1	0.448	0.404	
K4	10 ^{0.7}	1.671	97.2	0.448	0.404	
K5	10 ^{0.1}	1527	99.3	0.448	0.404	
K6	10 ^{-0.2}	1.490	99.1	0.448	0.404	
K7	10 ⁰	1.511	99.0	0.448	0.404	
K8	10 ^{0.6}	1.605	99.0	0.448	0.404	
T1	10 ⁻¹³	1.151	99.2	0.768	0.437	盆地
T2	10 ⁻¹¹	1.171	99.1	0.768	0.437	
T3	10 ⁻³	1.271	98.4	0.768	0.437	
T4	10 ⁻²³	1.077	98.9	0.768	0.437	
T5	10 ⁻³	1.408	97.5	0.768	0.437	
T6	10 ⁻¹²	1.218	98.8	0.768	0.437	
T7	10 ⁻⁵	1.363	98.4	0.768	0.437	
T8	10 ⁻⁹	1.202	99.0	0.768	0.437	
D1	10 ⁻⁶	1.231	99.1	0.748	0.221	盆地
D2	10 ⁻¹⁰	1.176	99.7	0.748	0.221	
D3	10 ⁻⁴	1.311	99.0	0.748	0.221	
D4	10 ⁻⁴	1.341	99.0	0.748	0.221	
D5	10 ⁻⁹	1.218	98.9	0.748	0.221	
D6	10 ⁻⁷	1.254	99.1	0.748	0.221	
D7	10 ⁻⁶	1.258	99.6	0.748	0.221	
D8	10 ⁻⁷	1.227	99.5	0.748	0.221	

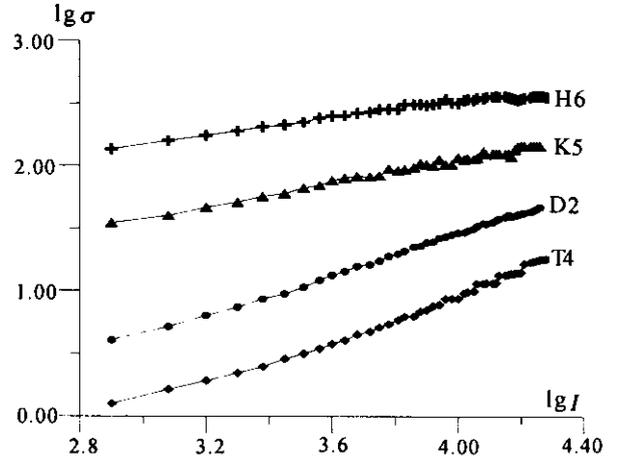


图 3 典型剖线的双对数点数据图

Fig. 3 Double logarithm coordinate plot of typical landform profile

(2) 不同地貌区具有不同的分形特征, 其分维值总体表现出高山区大于中低山区大于盆地区, 即随着从隆起剥蚀区到沉降区, 地貌表面的粗糙性(或不连续性)逐渐降低。

(3) 从渡越长度来看, 也表现出高山区大于中低山区大于盆地区特点, 高山区一般在 10¹ ~ 10² 量级; 中低山区在 10⁻¹ ~ 10¹ 之间; 而盆地区变化较大, 一般在 10⁻³ ~ 10⁻¹³ 之间。这从另一个方面说明不同地貌区起伏度或垂向分辨率的差异。

(4) 同一地貌不同方向剖线的分维值差异说明, 地貌形态具有不同程度的各向异性, 其中各向异性指数最为明显的 [V > 0.5, 博格达 (B) 研究区和玛纳斯 (M) 研究区]。此外, 与重力侵蚀沟谷方向平行的剖线的分维值和渡越长度多小于与其垂直方向剖线的分维值和渡越长度, 这些高分维值的剖面编号随各研究区斜坡走向的差异多集中在 3、4、5、6 剖线上, 表明了构造运动与重力侵蚀作用的方向性。

图 4 为 6 个地貌研究区的多重分形谱 D_q-q 曲线, 图中字符表示研究区剖面编号。

(1) 不同类型的地貌区展现了不同的分形谱形态特征。对应中低山类型的 M、K 区, D_q 具有较大的值域范围; 对应盆地类型的 D、T 区, D_q 具有较窄的值域范围(其中 D 区 1、2、3 号剖面由于涵盖了研究区北部少量起伏较大的山区, 因而 q 谱值有所偏高); 而对应高山类型的 B、H 区的多重分形谱形态则介于二者之间。

(2) 同一地貌类型的不同研究区分形谱形态也有差异。q 值表现的较为显著, 例如: B 区各条剖面在 q 谱值分布范围明显大于 H 区; M 区大于 K 区; T 区大于 D 区。表明了地形起伏不均匀性的各向异性程度。

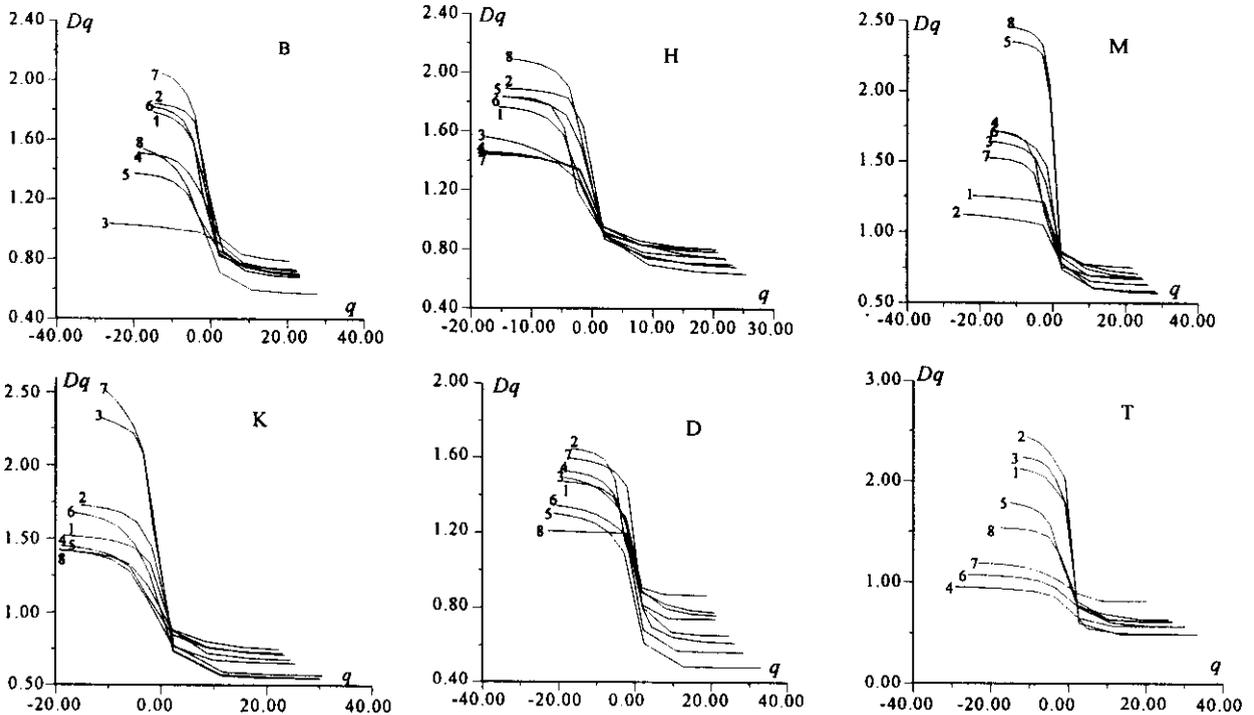


图 4 6 个 地 貌 研 究 区 的 $D_q - q$ 曲 线

Fig. 4 $D_q - q$ curves of six different landform sections

(3) 同一研究区不同方向剖线的分维谱形态差异很大,例如 B 区的 7 号、2 号剖线,以及 M 区的 8 号、2 号剖线等。研究发现,这些值域范围较大的剖线都是那些与构造地貌斜坡走向近乎垂直的剖线,较大限度地涵盖了内外营力作用强度不同的地貌起伏形态,那些值域范围较小的剖线都是那些与构造地貌斜坡走向近乎平行的剖线。反映了内外力作用强度的方向性和不均匀程度。

2.2 地貌分形特征的动力学机制分析

对于自仿射分形曲线而言,分维值的高低表征了曲线不连续性的强弱。研究表明,分维值在地貌学上,不仅可能与形态有关,还可能与演化的动力(动态)学有关(艾南山,1998)。在研究地貌的复杂性上,Scheidegger(1994)、Phillips(1993,1994)提出了地貌发育的混沌模型,并肯定了分形的作用。Phillips(1995)、李后强(1992)在地貌的分形和演化的动力机制方面,作过一些探索。复杂的地貌形态是内外营力的产物,内外营力在地貌演化中的作用是不同的,地质作用系统具有自组织临界性的内禀属性(於崇文,2000)。Scheidegger(1979)提出的地貌形成的对抗性原理认为:内营力的特点是具有系统性,这是因内营力来自全球的板块运动;外营力的特点是具有随机性,这是因为外营力作用的介质水

和空气的湍流作用具有的随机性,地貌就是这两种不同性质的营力对抗作用的结果。Scheidegger(1979)与艾南山(1986)提出了内营力对地貌作用的构造预定原理可作为对“对抗性原理”的补充。根据外营力的动力学特征,Scheidegger(1983)提出的不稳定原理,是对“对抗性原理”的另一个补充。

Culling(1986)发现地貌分维与空间有关,Ouch等(1992)提出地貌分维的总体起伏(相当于宏观)和微起伏(相当于微观)的差异。

本文所研究的尺度范围主要是属于地表侵蚀作用的范畴,因此地表剖面自仿射分维值的高低可作为内外力地质作用强度和方向的重要指标。

这是因为对于单一隆起区的地貌形态而言,重力侵蚀作用的方向是沿着由高到低的方向进行的,即垂直于斜坡倾向会形成大量的不同规模的沟谷,这时当地形剖面平行于斜坡走向进行时则会显示出不同层间的沟谷相间的地貌形态,分维值所表现出一般特点的是大于 1.5 的类似于准周期运动的负反馈机制,当侵蚀作用的强度越大时,这种负反馈机制表现的越明显,即分维值越接近于 2;当地形剖面垂直于斜坡走向行进时,则显示出斜坡本身总体上升或下降(尽管受到一些局部侵蚀作用的干扰和影响)的正反馈机制,当地形剖面方向介于上述二者之间

时,分维值则介于二者之间。

对于以构造沉降作用为主的盆地区,侵蚀作用明显退居次要地位,取而代之的是由构造作用所形成的连续性较好的斜坡,在研究的标度范围内,各个方向的地形剖线的分维值均显示出小于1.5的正反馈机制,对于平行斜坡走向的地形剖线的分维值相对较大,更接近1.5;对于垂直斜坡的地形剖线的分维值相对较小,而更接近于1;当地形剖面方向介于上述二者之间时,其分维值也介于二者之间。

不同构造地貌区在所研究标度范围内,分维值的高低反映了外营力侵蚀作用的强度,也表明了内力构造作用的系统性、稳定性以及外营力地貌作用的随机性和不稳定性,此外,渡越长度不仅是一个与分维值有关,而且是一个与起伏度有关的量,它是自仿射分形研究中的另一个重要参数(因为不同起伏的自仿射系统可以具有相同的分维值),为研究在某一标度范围内地形曲线(曲面)提供了重要依据。

由于地质作用具有自组织临界性,在地貌形态的发展演化过程中,内外力地质作用强度、方式在空间上的分布具有阶段性特点,利用不同类型地貌起伏的分形与多重分形特征,有助于研究地貌发展演化的规律。

参 考 文 献

- 艾南山,朱治军,李后强.1998.外营力地貌作用的随机特性与分形布朗地貌的稳定性.地理研究,17(1):23~30.
- 艾南山,陈嵘,李后强.1999.走向分形地貌学.地理学与国土研究,15(1):92~96.
- 李后强,艾南山.1992.分形地貌学及地貌发育的分形模型.自然杂志,15(7):516~519.
- 朱令人,陈.2000.地震分形.北京:地震出版社.
- 陈,陈凌.1998.分形几何学.北京:地震出版社,1~3.
- 施行觉,许和明,牛志仁等.1992.岩石断面的自仿射分形及其分维的计算.中国地震,8(3):1~5.
- 於崇文.2000.地质作用的自组织临界过程动力学——地质系统在混沌边缘分形生长.地学前缘,7(1):13~42.

References

- Ai Nanshan, Zhu Zhijun, Li Houqiang. 1998. On the stochastic nature of

exogenic processes and the stability of fractional Brownian landscape. Geographical Research, 17(1):23~30 (in Chinese with English abstract).

- Ai Nanshan, Chen Rong, Li Houqiang. 1999. Road to fractal geomorphology. Geography and Territorial Research, 15(1):92~96 (in Chinese with English abstract).
- Chen Yong, Chen Ling. 1998. Fractal geometry. Beijing: Seismological Press, 1~3 (in Chinese with English abstract).
- Culling W E H. 1986. On Hurst phenomena in the landscape. Trans. Japan Geomorph. Union, 7(4):221~343.
- Li Houqiang, Ai Nanshan. 1992. Fractal geomorphology and the model for landform development. Journal of Nature, 15(7):516~519 (in Chinese).
- Mandelbrot B B. 1985. Self-affine fractals and fractal dimension. Phys. Scripta, 32:257~260.
- Manlinverno A. 1990. A simple method for estimate the fractal dimension of self-affine series. Geophys. Res. Lett., 17:1953~1956.
- Ouch S, Matsushita M. 1992. Measurement of self-affinity on surface as a trial application of fractal geometry to landform. Geomorph., 5:115~130.
- Phillips J D. 1993. Instability and chaos in hillslope evolution. American J. of Science, 293:25~48.
- Phillips J D. 1994. Deterministic uncertainty in landscape. Earth Surface Process & Landforms, 19:389~401.
- Phillips J D. 1995. Nonlinear dynamics and the evolution of relief. Geomorphology, 14(1):57~64.
- Scheidegger A E. 1979. The principle of antagonism in the earth's evolution. Tectonophysics, 55:7~10.
- Scheidegger A E. 1983. Instability principle in geomorphic equilibrium. Z. Geomorph., 27(1):1~19.
- Scheidegger A E, Ai N S. 1986. Tectonic process and geomorphological design. Tectonophysics, 126:285~300.
- Scheidegger A E. 1994. Hazards: singularities in geomorphic system. Geomorphology, 10:19~25.
- Shi Juexing, Xu Heming, Niu Zhiren et al. 1992. Self-affine fractal dimension of fractured rock profile. Earthquake Research In China, 8(3):1~5 (in Chinese).
- Yu Chongwen. 2000. Dynamics of self-organised critical processes of geological processes——Fractal growth of geosystems at the edge of chaos. Earth Science Frontiers, 7(1):13~42 (in Chinese with English abstract).
- Zhu Lingren, Chen Yong. 2000. Seismological fractal research. Beijing: Seismological Press, 40~52 (in Chinese with English abstract).