

三维地应力场的有限元模拟 及其在隧道设计中的应用

王 薇 王连捷 乔子江 王红才

中国地质科学院地质力学研究所,北京,100081

摘 要 现场地应力测量地点与工程所在位置,往往有一定距离,因而测点处的地应力常常不能代表工程所在位置的地应力状态。特别是在地形起伏及构造复杂的地区尤其如此。为此,本文通过三维地应力场的反演模拟,由测点处的地应力测量结果推知工程所在地点——青藏铁路羊八井隧道轴线上的地应力状态,为隧道的设计提供了地应力依据。

关键词 地应力 有限元模拟 隧道设计

Modeling of Three Dimensional Crustal Stress Field and Its Application in Tunnel Design

WANG Wei WANG Lianjie QIAO Zijiang WANG Hongcai

Institute of Geomechanics, CAGS, Beijing, 100081

Abstract Results of rock stress measurement are often not direct applied in tunnel design if site of stress measuring is not the same location as where the tunnelis. In this paper rock stress state along axis of railway tunnel in Yangbajing, Tibet is inferred from rock stress measurement at a distance from the tunnel by three dimensional finite element method and result of modeling is applied in design of tunnel.

Key word crustal stress finite element method tunnel design

地应力是隧道等岩石工程稳定性设计与评价的重要基础资料。在重大工程设计与施工之前,需要进行地应力测量,为工程设计提供依据。由于现场交通、地形等条件的限制,地应力测点与工程所在位置往往有一定距离,因而测点处的地应力常常不能代表工程所在位置的地应力状态,二者可能有较大差别。因此,需要由测点处的地应力测量结果推知工程地点的地应力状态。为此,比较有效的方法是进行三维应力场的模拟。本文根据青藏铁路羊八井隧道附近的地应力测量结果通过三维应力场的反演模拟得出沿羊八井隧道轴线的应力状态,为隧道的设计提供了地应力依据。

1 三维有限元方法简介

有限单元法是一种近似求解一般连续介质力学问题的数值方法,其基本思路是 将一个地质体离散

成有限个连续的单元,单元之间以节点相连,每个单元内赋予其实际的岩石力学参数。把求解研究区域内的连续场函数转化为求解有限个离散点处的场函数数值,基本变量是位移、应变和应力。这些变量要同时满足连续方程,平衡方程,本构方程和边界条件。目前,在地质上应用的有弹性,弹塑性,粘弹性等不同类型的本构方程。现今地壳应力场是地壳形成以来,多次构造运动长期地质演化的结果。在漫长地质时期岩石性质的变化与分布极其复杂,因此很难用单一的本构模型对岩石的性质进行准确的描述。对工程目的来说使用较为简单的本构模型进行地应力的计算一般可满足工程上的要求。这种模型就是线弹性模型。因为这种模型是线性的,故可进行应力场的叠加和反演。根据边界受力条件和节点的平衡条件,建立并求解以节点位移或单元内应力为未知量,以总体刚度矩阵为系数的方程组,用插值函

数求得每个节点上的位移,进而计算每个单元内的应力和应变值。随着划分单元数量的增多,越接近于实际的应力分布情况(于学复等,1983)。

有限元线性代数方程组为

$$KU = P + Q \tag{1}$$

其中, U 是系统节点位移矢量; K 是系统的刚度矩阵; P 是体力载荷; Q 是边界面上面力载荷。

$$K = \sum K_e \tag{2}$$

$$K_e = \iiint_e B^T D B d\upsilon \tag{3}$$

式中, K_e 是单元刚度; B 是几何矩阵; D 是弹性矩阵。

对于三维弹性问题,应力张量和应变张量表示为

$$\sigma = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zx}]^T \tag{4}$$

$$\epsilon = [\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}]^T \tag{5}$$

在上式中上标“ T ”代表转置。

本构方程可写为:

$$\sigma = D\epsilon \tag{6}$$

$$D = \frac{E}{1 + \nu} \begin{bmatrix} \frac{1 - \nu}{1 - 2\nu} & \frac{\nu}{1 - 2\nu} & \frac{\nu}{1 - 2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1 - \nu}{1 - 2\nu} & \frac{\nu}{1 - 2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1 - \nu}{1 - 2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{2} & & \\ & & & & \frac{1}{2} & \\ & & & & & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{7}$$

2 三维应力场的反演

地应力测量只反映测点处的应力状态。且测点一般是比较少的。因此,要进而了解应力场的情况,必须由测点的应力状态反演区域应力场。从而了解研究区域内部应力的分布。进行应力场反演时须取一定范围的研究区域。区域边界上的应力称为边界应力或远场应力。根据研究区域内若干测点的已知地应力或位移,用有限元法通过反演求出边界上的载荷(Wang Ren,1983 ;王连捷等,1991),再由边界载荷进行正演运算,求出区内各单元的应力或位移,即区内应力场的分布。这样求出的应力场在测点上与已知应力状态大体一致,近似反映应力场的实际情况。 万方数据

2.1 地应力的基本特点

在叙述具体反演方法之前笔者对地应力的基本特点进行简单描述。根据国内外的大量地应力测量资料可以认为地应力的基本特点是:①铅直应力主要由重力作用引起,且等于上覆岩层的重量。铅直应力是主应力之一,即铅直方向(重力方向)是一个主方向;②水平应力大于铅直应力,且随深度近于线性增加;③水平应力主要由构造活动如板块运动和重力作用引起。其他因素如温度等引起的应力暂考虑;④重力产生的水平应力有不同的理论解释,一种理论认为重力产生的水平应横向约束引起(耶格,1981),即

$$\sigma_H = \frac{\nu}{1 - \nu} \gamma H$$

式中, ν 为泊松比; γ 为岩石的容重; H 为深度; σ_H 为重力引起的水平应力。根据这种理论,重力产生的水平应力远小于铅直应力。至多等于铅直应力。王连捷等(1991)讨论了重力在地球内部引起的水平应力。这种水平应力远远大于铅直应力,并使地球进入了塑性状态。由于涉及到塑性问题,情况比较复杂,故在进行反演时,仍然使用约束理论来考虑重力引起的横向水平应力问题。

2.2 应力场的反演方法

假定研究区域内有若干个已知测量数据(应力分量,位移或应力不变量等) S_1 、 S_2 、 S_3 …… S_n 、如图1,表示为

$$S = [S_1 \ S_2 \ S_3 \ \cdots \ S_n]^T \tag{8}$$

又假定有 m 个边界载荷

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \cdots \ x_m]^T \tag{9}$$

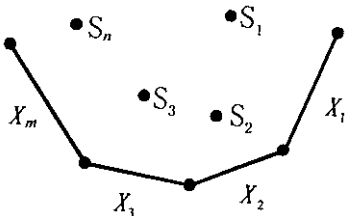


图1 边界载荷与应力测点分布示意图

Fig.1 Boundray load and site of measuring stress
 $S_1 \sim S_n$ 为测点应力; $x_1 \sim x_m$ 为边界力
 $S_1 \sim S_n$ -Stress in situ; $x_1 \sim x_m$ -Boundray force

如果某一个边界上如第 j 边界上作用单位载荷,在某一测点 i 上引起的应力分量为 A_{ij} ,则当边界载荷为 X_j 时,在第 i 测点上引起的应力分量应为 $A_{ij}X_j$,于是 m 个边界载荷在第 i 测点上引起的应力为 $\sum_{j=1}^m A_{ij}X_j$,且应与测点上的应力相等。即

$$\sum_{j=1}^m A_{ij} X_j = S_i \tag{10}$$

全部边界载荷 (m 个) 在全部已知测点上引起的应力可表示为

$$AX = S \tag{11}$$
$$式 A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdots & A_{1m} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdots & A_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \cdots & A_{nm} \end{bmatrix}$$
$$S = [S_1 S_2 S_3 \cdots S_n]^T$$

解方程组可得边界载荷 X 。当 $n = m$ 时可直接解方程组(11)当 $n > m$ 时,可用最小二乘法求解,此时方程组为

$$A^TAX = A^TS \tag{12}$$

解方程组(12)可得最小二乘解答,用 MATHCAD 软件求解方程组是非常方便的。

3 羊八井隧道地区三维地应力场的模拟

3.1 地质模型

根据 1:1 万的地质构造图及野外调查发现的活
动断裂,建立地质模型。模型包括 7 条断裂,根据断层的走向和倾向、倾角将断层向下延伸,建立三维地质模型。模型范围为 NE50°方向长 15 km,NW50°方向长 13.5 km。羊八井隧道位于模型中央。断裂分为 3 级,不同级别的断层给予不同的力学参数。断层按断裂带处理,有一定的宽度。

羊八井铁路隧道及其附近地区,山高谷深,地形起伏多变、高差大,模型必须考虑地形起伏的影响。

根据 1:1 万的地形等高线建立模型上表面形态。水平距离平均 500 m 取一个高程控制点,在地形的高点处加设控制点。这种方法基本上能够较好地反映地形情况。

3.2 有限元模型

3.2.1 单元划分 采用 10 节点四面体等参元,这种单元适用于表面地形起伏不规则模型。采用自动单元划分,共划分为 36817 个体单元(图 2)。地表单元较多,深处单元相对较少,以便更详细地反映地表处的应力状态。

3.2.2 边界条件 模型的左侧在 X 方向约束,下侧在 Y 方向约束,底部在 Z 方向约束,右侧及上侧为受力边界。

3.2.3 岩石力学参数 据野外现场采集的岩样进行岩石力学测试的结果确定模型的力学参数(表 1)。

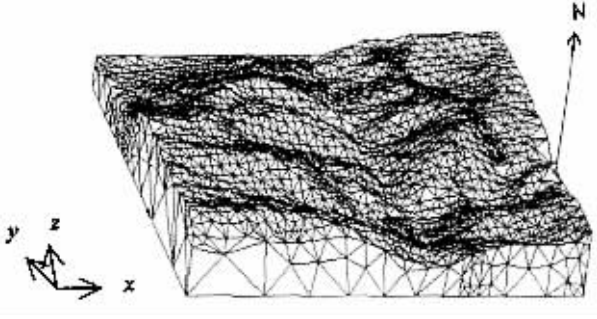


图 2 羊八井隧道地区三维网格划分

Fig.2 Mesh of finite element for Yangbajing railway tunnel area

表 1 岩石力学参数

Table 1 Parameter of rock mechanics

岩性	弹性模量/MPa	泊松比/ μ	ρ / $g \cdot (cm^3)^{-1}$
黑云母花岗岩	18490	0.18	2.57
含角闪黑云二长花岗岩	20887	0.21	2.56
糜棱岩化花岗岩	22760	0.19	2.57
碎屑岩	15000	0.22	2.55
主要断裂带	6000	0.29	2.50
二级断裂带 1	8000	0.28	2.52
二级断裂带 2	10000	0.27	2.53
二级断裂带 3	12000	0.27	2.54

3.2.4 载荷条件 根据反演结果确定边界载荷。在羊八井隧道附近共进行了 4 个测点的应力测量(表 2)。地应力测点在山沟的右侧(图 3),隧道在左侧,二者不在同一位置,相距一定距离,并有山沟相隔。因而,需要通过模拟求出隧道轴线上的应力。

根据地应力测量结果用上述方法进行反演,得到边界力如下 右侧边水平边界力为 2.6 MPa 正应力,上侧边水平边界力为 3.3 MPa 正应力。将此载荷施加于相应边界上,进行正演计算得到三维地应力场的分布。

表 2 地应力测量结果

Table 2 Result of rock stress measurement

测点 编号	水平最大主应力 /MPa	水平最小主应力 /MPa	最大主应力 方向
1	10.4	8.4	N70°E
2	5.7	2.8	N81°E
3	6.6	4.6	N45°E
4	3.3	2.5	N45°E

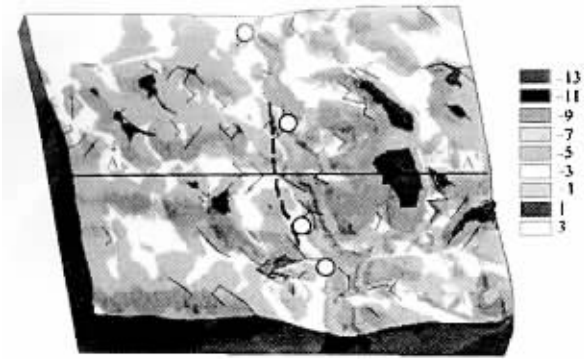


图 3 羊八井隧道地区三维应力等值图/MPa

Fig.3 Contour of 3-D stress for Yangbajing tunnel area/MPa

“-”表示压应力；——”铁路隧道；○为地应力测点；A—A’为剖面线
“-”-”Conipresion stress；——”Railway tunnel；○-Site of stress measurement；A—A’-Profile line

3.3 模拟计算结果

图 3 为由计算结果画出的主应力等值图。图 4 为沿 A—A’剖面内的应力分布图。由计算结果可以看出,该区应力场的主要特点如下：

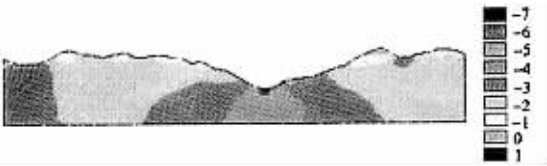


图 4 A—A’剖面隧道法向正应力分布/MPa

Fig.4 Normal stress of profile A—A’ in Fig.3/MPa
A—A’剖面位置见图 3
A—A’ Profile location see Fig.3

- (1)地应力明显受地形、活动断裂、岩性分布的影响,在山谷低凹地带应力值变高,一般在 8 MPa 以上,个别地区可达 15 MPa(压应力)。在地势较高的地方应力值变低,在山顶地区应力值最低,有的地方为拉应力。
- (2)表层地应力主要受地形影响,深处则主要受断层带的影响较大,断裂带中应力一般较低,在断裂的端部应力值较高。在研究表层应力分布时应注意地形的影响。
- (3)主应力方向明显受地形和断裂带的影响,在模型的中部及隧道分布地区最大主应力方向主要是近于 NE 向,在北东(右侧)边界及北西(上侧)边界附近主要是 NW 方向。

4 三维应力场的模拟在羊八井隧道设计中的应用

隧道设计需要知道隧道轴线上的应力状态。主

要是与隧道轴线走向垂直的法线方向上的水平应力及铅直应力。由三维应力模拟结果可以得到隧道轴线法向的水平应力(图 5)。

隧道轴线上的铅直应力按下式计算：

$$\sigma_v = \rho g H$$

式中,H 为埋深；g 为重力加速度；ρ 为密度。

由图 5 可以看出,隧道轴线的法向水平应力沿隧道走向有所变化,其范围为 4.3~6.7 MPa 之间,平均约为 5.2 MPa。因此在隧道设计中法向水平应力按 5.2 MPa 考虑,铅直应力按埋深 180 m 计算其铅直应力为 4.6 MPa。

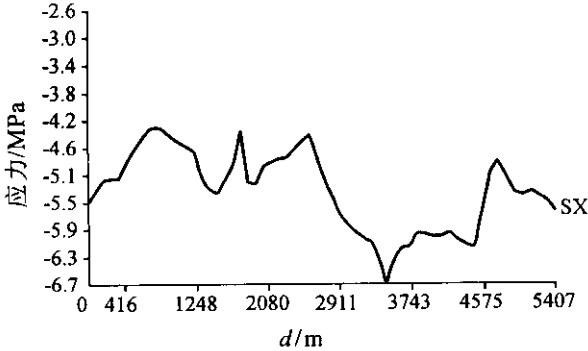


图 5 沿隧道轴线法向水平应力变化

Fig.5 Horizontal stress normal to axis of tunnel

应用上述地应力数据对多种断面形态进行了隧道应力分布的计算。综合考虑开挖量和成本及稳定性等因素,选出最佳断面尺寸,其应力状态如表 3 及图 6。

由表 3 及图 6 可以看出隧道侧边张应力小于 0.02 MPa,拱顶压应力小于 15 MPa,这些应力远小于岩石的强度,可以认为围岩是稳定的。

表 3 隧道断面尺寸及应力状态

Table 3 Stress state in section of tunnel

高/cm	宽/cm	断面积 m ²	高/宽	侧边张应力		拱顶压应力 MPa
				大小 /MPa	深度 /m	
973	713	57.4	1.36	0.02	0.2	15

5 结论

(1)地应力测量是隧道工程稳定性设计的重要资料。但地应力测点与工程所在空间位置往往有一定距离,有时相差很远。须由测点处的应力状态推知工程地点的应力状态。推算地应力状态最好的办

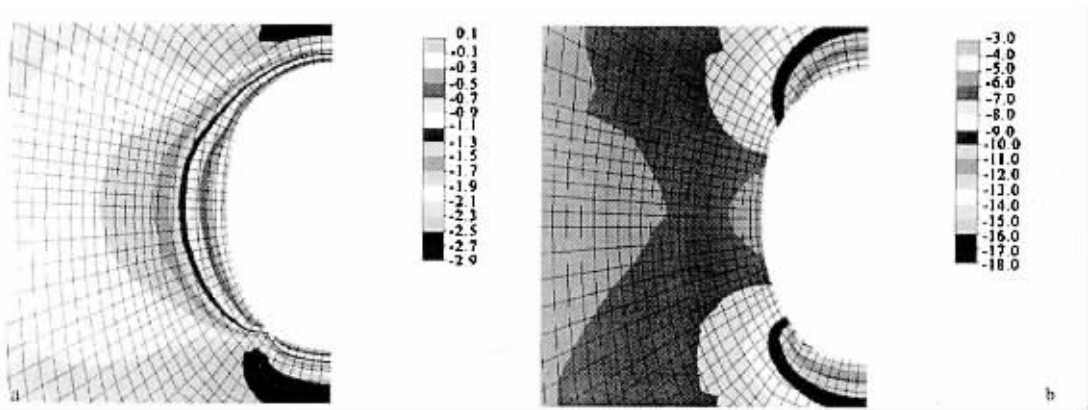


图 6 隧道周边应力分布/MPa

Fig.6 Stress distribution in tunnel section/MPa

原岩水平应力 5.2 MPa 原岩铅直应力 4.6 MPa ;a-最小主应力 ;b-最大主应力 ;+ '表示张应力 ; - '表示压应力
In situ horizontal stress 5.2 MPa ;In situ vertical stress 4.6 MPa ;a-minimum
pricepal stress ;b-maximum presepll stress“ + ”tension stress“ ; - ”compression stress

法是进行三维应力场的反演和模拟计算。三维模拟可更好地反映地形、断裂等因素的影响。

(2)三维模拟计算结果指出,地形对表层地应力分布有明显影响。在山谷低凹处地应力增高,在地势较高地区地应力降低,在山顶处地应力最低。地应力分布也受到断层、岩性分布的影响。

(3)由三维地应力场模拟结果,青藏铁路羊八井隧道轴线上的法向水平应力为 4.3~6.7 MPa 之间,平均为 5.2 MPa,隧道设计时,轴线法向水平应力可按 5.2 MPa 考虑。

(4)由于地形对地应力场分布有明显影响,因此在进行地应力测量时,测点要有足够深度,以减少地形的影响。

参 考 文 献

王连捷. 1991. 地球引力引起的地壳应力. 地质力学所刊, (14) 20~30.

王连捷. 1991. 叠加法反演山西某铜矿现今地应力场. 岩土力学数值方法的工程应用. 上海 同济大学出版社.
耶格 J C,库克 N G W. 1981. 岩石力学基础. 北京 科学出版社.
于学复,郑颖人,刘怀恒等. 1983. 地下工程围岩稳定分析. 北京 煤炭工业出版社.

References

Jaeger J C, Cook N G W. 1981. Fundamentals of rock mechanics. Beijing Science Press (Chinese translation).
Wang Ren. 1983. A short note of inversion of tectonic stress field. Tectonophysics, 100 405~411.
Wang Lianjie. 1991. In version of present-day geo-stress field by finite element method in a mine in Shanxi province. Application of numerical analysis of rock and soil mechanics in engineering. Shanghai Shanghai Tongji University Press (in Chinese).
Wang Linajie. 1991. Crustal stress arising from gravity. Bulletin of the Institute of Geomechanics, (14) 20~30 (in Chinese).
Yu Xuefu, Zheng Yingren, Liu Huaiheng et al. 1983. Stability analysis of surrounding rock in underground engineering. Beijing Coal Industry Publishing House (in Chinese).