# P-SV 波反射系数近似及其 AVO 属性特征

孙鹏远<sup>1,2)</sup> 孙建国<sup>1,2)</sup> 卢秀丽<sup>1)</sup>

 古林大学地球探测科学与技术学院,长春,130026;2)国土资源部应用地球物理综合解 释理论开放实验室、波动理论与成像技术实验室,长春,130026

摘 要 为了使 P-SV 波反射系数随入射角的变化特征更为明确,便于利用多种属性进行 AVO 分析和参数反演,本文首先用 斯奈尔定律将 Aki & Richards 给出的 P-SV 波反射系数近似公式中与横波反射角有关的角度项余弦表示成入射角的正弦,然 后对改写后的表达式按入射角的正弦进行二项式展开,对展开结果取前两项,并引入二倍角来保留与入射角有关的角度项余 弦对反射系数的贡献,最后得到了一个形式简单、不涉及横波反射角和透射角的 P-SV 波反射系数近似公式。为了验证新公 式的近似精度,我们选用了岩性界面条件下的不同实际含油气砂岩模型进行了定量计算,并与 P-SV 反射系数公式的解析解 及 Aki 等近似公式进行了对比研究。对比结果表明:新的近似公式以内能够准确反映 P-SV 转换波的振幅随偏移距变化的规 律,体现了很高的近似精度,甚至比 Aki 等原近似公式的效果还好。在此基础上,通过对新近似公式不同形式的表述,详细分 析了不同 AVO 属性组合反映的背景趋势及在 25 个不同含油气地层模型上的 AVO 交绘图特征,同时还讨论了利用这些不同 形式的 AVO 属性来提取密度差、速度差等基本地层参数的过程和构建多种地震属性剖面的方法。通过分析和讨论可以得 出:本文给出的近似公式不仅具有较高的精度,而且还可以利用这些新的 AVO 属性及其组合构成多种属性的 AVO 交绘图, 特别是可以构建 λ α μ ω 型流体因子、剪切模量、及纵横波速比等非常规地震属性剖面。这些结论对于 P-SV 波 AVO 分析和 多波 AVO 理论研究都具有重要意义。

关键词 P-SV 波 反射系数 AVO分析 背景趋势 交绘图

### P-SV Wave Reflection Coefficient Approximations and Characteristics of AVO Attributes

SUN Pengyuan<sup>1,2)</sup> SUN Jianguo<sup>1,2)</sup> LU Xiuli<sup>1)</sup>

1) College of Geo-exploration Science and Technology, Jilin University, Changchun, Jilin, 130026; 2) Laboratory of Wave Theory and Imaging Technology, Open Research Laboratory for Integrated Geophysical Interpretation Theory,

Ministry of Land and Resources, Changchun, Jilin, 130026

Abstract To make variations of P-SV wave reflection coefficient characteristics with incidence angle clearer and more convenient for AVO analysis and parameter inversion with multi-attributes, the authors used Snell law to rewrite the angle of emergence related to shear-wave of P-SV wave reflection coefficient approximation given by Aki & Richards as sine function of incidence angle, employed binomial expansion to the latter, reserved the two headmost items and introduced the bi-angle of incidence to replace the terms related to cosine function of angle of incidence. On such a basis, a new approximation equation for P-SV wave was put forward which has a simple form and doesn't involve the angles of incidence and emergence related to shear-wave. To analyze the accuracy of the new equation, the authors made computation and compared such reflection coefficient equations as Zoeppritz's equation and Aki approximation can accurately describe characteristics of P-SV wave amplitude varying with offset when the angle of incidence is less than, with the precision even higher than that of Aki and Richards. Based on writing the new approximation in different forms, the authors also analyzed AVO background trends and characteristics of AVO crossplottings for 25 different gas sand models with different AVO attribute

改回日期:2005-07-04;责任编辑:郝梓国。

本文为国家自然科学基金项目(编号:49874029)、高等学校博士学科点专项科研基金项目(编号:97018705)、教育部回国人员启动基金(编号:981303005)和教育部骨干教师资助计划长江学者专项基金共同资助的成果。

第一作者简介:孙鹏远,男,1975年生,现为吉林大学在读博士研究生,主要从事广角反射地震数据处理、AVO 正反演理论、转换波资料处理 等方面的研究;E-mail: sunpy16210@etang.com; sunpy163@163.com。

combinations, and dealt with the procedures of extracting fundamental lithologic parameters such as density contrast and velocity contrast and the methods for constructing variousseismic attribute sections from these new attributes. From the analysis and the corresponding discussion, it is concluded that the new expression has a high precision and can construct multi-attribute AVO crossplottings, and that one can easily construct such non-conventional seismic attribute sections as and fluid factors, shear modulus, and compression-to-shear-wave velocity. These conclusions are of significance in P-SV wave AVO analysis and elastic AVO theoretical investigation.

Key words P-SV wave reflection coefficient AVO analysis background trend crossplotting

近年来,随着多波多分量地震技术的广泛开展 和应用,人们可以同时得到 P 波和 P-SV 波地震资 料。因此如何利用 P-SV 波资料来弥补常规 P 波 AVO分析的某些不足,已经成为 AVO 分析的一个 技术热点。到目前为止,人们已经发展了多种用于 P-SV 波 AVO分析的方案:郑晓东(1991)、李正文 等(1996)虽然仅利用入射角对 P-SV 波反射系数进 行了近似,但是在推导过程中做了大量的级数展开 和近似,这难免影响公式的精度和可靠性;Ramos (2001)、孙鹏远等(2003)公式虽然近似精度高,但形 式相对比较复杂,不便于线性 AVO 反演。特别是 在目前已发表的文献中,几乎还没有人系统的讨论 如何利用 P-SV 波 AVO 属性及其特征进行交绘图 分析及参数反演等问题。

针对上述问题,并考虑到 Aki 等(1980)近似公 式含有横波出射角不便于实际应用等不足,本文在 参照郑晓东(1991)和 Ramos 等(2001)近似思路的 基础上,利用斯奈尔定律将 Aki 公式中的 cosj 表示 成入射角的正弦,然后对改写后的表达式按入射角 的正弦进行二项式展开,并引入 sin2*i* 来保留 cos*i* 项,给出了形式简单、不涉及横波出射角的 *P-SV* 波 反射系数近似公式。在选用 Castagna 等(1994)给 出的不同含油气砂岩模型定量计算的基础上,通过 对新的近似公式的不同表述,从不同方面详细分析 了新的 AVO 属性及其组合反映的背景趋势及其 AVO交绘图(Castagna et al.,1997,1998)特征,讨 论了利用这些属性组合进行地层岩性参数反演和构 建多种非常规地震属性剖面的方法,并得出了相应 的结论。

1 P-SV 波反射系数的近似公式

Aki 等(1980)给出的 P-SV 波反射系数近似公 式具有如下形式:

 $Rps(i) = \frac{-P\alpha}{2\cos j} \left[ \left(1 - 2\beta^2 P^2 + 2\beta^2 \frac{\cos i}{\alpha} \frac{\cos j}{\beta}\right) \frac{\Delta\rho}{\rho} \right]$ 

$$-\left(4\beta^2 P^2 - 4\beta^2 \frac{\cos i}{\alpha} \frac{\cos j}{\beta}\right) \frac{\Delta\beta}{\beta} \right]$$
(1)

其中  $\gamma = \beta/\alpha, x = (x_1 + x_2)/2, \Delta x = x_2 - x_1, x 分$ 别表示  $\alpha \ \beta \ \rho \ i$  和 j;下脚标 1 表示入射波和反射 波所在的介质为 1;下脚标 2 表示透射波所在的介 质为 2;  $\alpha_1$  和  $\alpha_2 \ \beta_1$  和  $\beta_2 \ \rho_1$  和  $\rho_2$  分别表示介质 1 和介质 2 中的纵波速度、横波速度和密度;  $i_1$  和  $j_1$ 、  $i_2$  和  $j_2$  分别表示纵波的入射角和横波的反射角及 纵波和横波的透射角。

公式(1)虽然物理意义比较明确,但是与横波出 射角有关的 cosj 使反射振幅随入射角的变化特征 不明显。根据斯奈尔定律 sin $i/\alpha = sinj/\beta$ ,我们可以 将公式(1)中的 cosj 表示成入射角正弦的形式 cosj  $=(1 - \gamma^2 sin2i)^{1/2}$ ,考虑到当入射角  $i \le 45^{\circ}$ 时,  $\gamma^2 sin2i \ll 1 \ (\gamma^4 sin4i)/8 \rightarrow 0$ ,因此可以对 sini 其 按二项式进行展开并仅取前两项。同时用 sin2i 来 保留 cosi 对反射系数的贡献并简化公式。考虑到 入射角 i 小于 90°且在发生全反射之前,sin5i 及其 高阶项相对于 sini 和 sin3i 是高阶小量,所以可以 忽略其对反射系数的贡献。经过上述近似并进行整 理、简化,可以得到:

 $Rps(i) = A\sin i + B\sin 2i + C\sin 3i \qquad (2)$ 其中:

$$A = -\Delta \rho/2\rho, B = -\gamma(\Delta \rho/2\rho + \Delta \beta/\beta),$$
  

$$C = \gamma^2(3\Delta \rho/4\rho + 2\Delta \beta/\beta)$$
(3)

## 2 P-SV 波反射系数近似公式精度 对比研究

为了验证新的近似公式的精度,本文选择由 Castagna 等(1994)给出的不同含油气砂岩模型对新 的近似公式进行了定量计算,并与精确解及公式(1) 进行了对比,分别计算了6个模型12个不同地层界 面条件下的 P-SV 波反射系数,限于篇幅,这里仅给 出了两个模型的反射系数对比曲线。不同模型参数 及反射系数对比曲线分别如表1和图1所示。

### 表 1 不同含油气砂岩模型及其岩性参数

Table 1 Property of different gas sand models

模型	页岩						页岩		
	$\frac{\alpha}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}}$	β/ m•s <sup>-1</sup>	ρ/ g*cm <sup>-3</sup>	$\alpha/m \cdot s^{-1}$	$\beta/m \cdot s^{-1}$	$\rho/g \cdot cm^{-3}$	α/ m·s <sup>-1</sup>	β/ m•s <sup>-1</sup>	ρ/ g*cm <sup>-3</sup>
1	3600	1850	2.63	4910	3300	2.59	3600	1850	2.63
2	2310	940	1.9	3040	1920	2.09	2310	940	1.9





由图 1 可以看出,公式(2)在 0°~40°能够和 Zoeppritz 方程描述的精确解较好的吻合,体现了很 高的近似精度,能很好的描述 P-SV 波的振幅随偏 移距的变化规律;对于模型 2,新的近似公式比公式 (1)精度还高;尽管对于模型 1,新的近似公式在入 射角较大时(接近于)有一定的误差,但是在<35°的 入射角度范围内还是比公式(1)效果好。

## 3 新近似公式的 AVO 属性特征

由于公式(2)具有较高的精度,因此可以准确地 从 CCP 角道集上获取式(3)给出的各种 AVO 属性。 利用这些已知的属性,便可以构建如下地震属性剖 面:①密度剖面  $\Delta \rho / \rho = -4(C+2B\gamma)/\gamma^2$ ;②横波 速度剖面  $\Delta \beta / \beta = (2C+3B\gamma)/\gamma^2$ ;③ 横波阻抗剖 面  $R_{SO} = -(2C+5B\gamma)/2\gamma^2$ 。另外,对于近似公式 (3)给出的 AVO 属性,如果对它们进行线性组合, 还可以得到不同形式的 AVO 交绘图。其中,对于 属性 B 和 A,则有 B =  $\gamma(A - \Delta \beta / \beta)$ 。可以看出, 属性 B 和 A 组成的直线的斜率体现了直接反映岩 性变化的横纵波速比,且恒过点(Δβ/β,0)。当地层 的横波速度不变或变化很小时,B-A 反映的背景趋 势为一扇形区域;当纵横波速比一定时,B-A 的交 绘图为一斜率为γ的平行直线簇。图 2 为不同地层 参数的 B-A 背景趋势及 AVO 交绘图。从图 2a 可 以看出,纵横波速比的变化直接决定着该 AVO 背 景趋势的斜率的变化,纵横波速比越大,该直线的斜 率越小,反之则越大;而直线的截距同时受纵横波速 比和横波速度差的制约,在纵横波速比一定时,横波 速度差越小,直线在轴上的截距越大,但在轴上的截 距则越小。图 2b 为 25 个不同含油气砂岩模型的交 绘图,从图可以看出,不同的地层模型上有不同的交 绘图表现形式,这主要是由于该交绘图同时受横波 速度差和纵横波速比影响的缘故。

上面我们讨论了近似公式(2)中各种属性之间 的交绘图及其 AVO 背景趋势。事实上,对于近似 公式(2),如果根据三角函数的降幂公式 4sin3*i* = 3sin*i* ~ sin3*i*,在不改变(2)式近似精度的前提下还 可以将其改写为:

87



Fig. 2 The background trends and characteristics of B-A crossplots (a)—B-A 反映的 AVO 背景趋势随  $\alpha/\beta$  及  $\Delta\beta/\beta$  的变化; (b)—25 个不同含油气砂岩模型的 A-B 交绘图

(a)-background trends of B-A vary with  $\alpha/\beta$  and  $\Delta\beta/\beta$ ; (b)-B-A crossplots for 25 different oil-gas sand models

(4)

 $Rps = A_1 \sin i + B_1 \sin 2i + C_1 \sin 3i$ 式中各系数如下所示:

$$\begin{cases} A_1 = -\Delta \rho/2\rho + 9\gamma^2 \Delta \rho/16\rho + 3\gamma^2 \Delta \beta/2\beta \\ B_1 = -(\Delta \rho/2\rho + \Delta \beta/\beta)\gamma \\ C_1 = -(3\Delta \rho/16\rho + \Delta \beta/2\beta)\gamma^2 \end{cases}$$
(5)

类似地,利用上述(5)式中 AVO 属性给出的各 种参数之间的关系,我们可以得到横波速度和密度 的相对变化量。在此基础上,利用密度、速度和弹性 参量之间的关系,我们还可以得到横波阻抗、剪切模 量、μρ 和λρ 流体因子等其他地震属性剖面。由于 密度和横波速度的表现形式较多,这里我们只给出 这些属性剖面的构成形式:① 横波阻抗剖面  $R_{SO}$ = - ( $\Delta\rho/2\rho + \Delta\beta/2\beta$ );② 剪切模量剖面  $\Delta\mu/\mu = \Delta\rho/\rho + 2\Delta\beta/\beta$ ;③μρ 和  $\lambda\rho$  流 体 因 子 剖 面  $\Delta(\mu\rho)/(\mu\rho) = \Delta\rho/\rho + \Delta\mu/\mu, \Delta(\lambda\rho)/(\lambda\rho) \approx$ [ $10\Delta\rho/\rho - 8\gamma^2 R_{SO}/(1 - 2\gamma^2)$ ]。

另外,利用不同 AVO 属性组合,我们还可以得 到直接反映岩性变化的横纵波速比剖面。即由不同 属性表示的密度和横波速度,可以直接获取纵横波 速比:

$$\begin{cases} \Delta \rho / \rho = 8(2C_1 - B_1 \gamma) / \gamma^2 = -(A_1 + 3C_1) \\ \Delta \beta / \beta = (3B_1 \gamma - 8C_1) / \gamma^2 = (6) \\ -(8C_1 - 3A_1 \gamma - 9C_1 \gamma^2) / 4\gamma^2 \end{cases}$$

解方程组(6),可以得到不同的纵横波速比表示形 式,当然也可以通过密度和横波速度的其他表示形 式来构建纵横波速比剖面。

除了可以得到上述各种地震属性剖面外,根据 公式(5)给出的各种岩性参数之间的关系,我们还可 以得出多种 AVO 交绘图。其中,对于属性  $A_1$  和  $B_1$ ,则有  $A_1 = -3\gamma B_1/2 - \Delta \rho/2\rho - 15\gamma^2 \Delta \rho/16\rho$ 。 反映在交绘图上(图 3), $B_1$ - $A_1$  的 AVO 交绘图的斜 率为  $-3\gamma/2$ ,在  $A_1$  轴上的截距仅密度差与横纵波 速比有关,而与地层纵、横波速度的相对变化无关; 当地层密度差一定时,横纵波速比越大,该直线的斜 率越小,而截距的绝对值也越大,反之则越小;当纵 横波速比固定时,该直线的斜率将不再发生变化,而 密度差的变化直接决定着截距的变化,此时的 AVO 背景趋势为一平行直线簇。

## 4 结论

从 Aki 等(1980)给出的 P-SV 波反射系数近似 公式出发,对 Aki 公式中与横波有关的角度项进行 了二项式展开,给出了仅利用 P 波入射角表示的 P-SV 波反射系数近似公式。通过定量对比研究和不 同属性的 AVO 背景趋势及交绘图分析,我们可以 得出如下结论:

(1) 与郑晓东(1991)和 Ramos 等(2001)近似公 式不同的是,本文对仅与横波反射和透射有关的角 度项进行了二项式展开,并改用二倍角来保留与 P 波入射和反射有关的余弦角度项,这不仅避免了岩 性参数与纵横波入射、出射角交织在一起的复杂运



图 3 A1-B1 背景趋势及交绘图特征

Fig. 3 The background trends and characteristics of  $A_1$ - $B_1$  crossplots (a)— $A_1$ - $B_1$ 反映的 AVO 背景趋势随  $a/\beta \Delta \rho/\rho$  的变化; (b)—25 个不同含油气砂岩模型的  $A_1$ - $B_1$  交绘图 (a)—background trends of  $A_1$ - $B_1$  vary with  $a/\beta$  and  $\Delta \rho/\rho$ ; (b)— $A_1$ - $B_1$  crossplots for 25 different oil-gas sand models

算,使得 P-SV 波反射系数随入射角的变化特征更 为清晰,而且提高了近似的精度,易于转换波角道集 叠加和 AVO 参数反演。

(2)不同模型、不同岩性界面条件下的定量计 算结果表明,在本文给出的近似公式以内能够与 Zoeppritz 方程给出的精确解很好的逼近,体现了很 高的近似精度,特别是在以内的小角度范围内,新的 近似公式基本上与解析解一致,体现了更高的近似 精度。

(3)通过对不同形式表述的近似公式的 AVO 背景趋势和交绘图分析可以看出,利用本文给出的 近似公式可以得到多种属性的 AVO 交绘图,而且 不同形式的交绘图反映了不同的地层岩性特征响 应,这为 AVO 定性分析提供了有利的途径。

(4)由于新的近似公式精度比较高,因此可以 通过 AVO 属性反演提取速度、密度、波阻抗重要地 层参数,在此基础上,还可以得到流体因子、剪切模 量及纵横波速比等地震属性剖面,这为 AVO 定量 分析、P-SV 转换波广义波阻抗反演及多波 AVO 联 合反演奠定了理论基础。

(5)需要说明的是,本文给出的近似公式是建 立在 Aki 等(1980)岩性弱反差近似公式基础上的, 因此必然受岩性界面弱反差条件的限制,当界面两 侧介质的性质差异很大时,利用这些弱反差公式(公 式(1);公式(2);Ramos, 2001;郑晓东,1991)来描述 P-SV 波振幅随入射角的变化特征可能会带来很大的误差,甚至会给实际应用带来错误的结果。

## 参考文献

- 李正文,胡光岷. 1996. P-SV 波 AVO 分析.成都理工学院学报, 23 (4):73~79.
- 孙鹏远,孙建国,卢秀丽. 2003. P-SV 波 AVO 分析. 石油地球物理 勘探, 38(2): 131~135.
- 郑晓东. 1991. Zoeppritz 方程的近似及其应用. 石油地球物理勘探, 26(2): 129~144.

#### References

- Aki K, Richards P G. 1980. Quantitative Seismology: Theory and Methods. W H Freeman & Co. San Francisco.
- Castagna J P, Smith S W. 1994. Comparison of AVO indicators: A modeling study. Geophysics, 59: 1849~1855.
- Castagna J P, Swan H W. 1997. Principles of AVO crossplotting. The Leading EDGE, 16(4): 135~171.
- Castagna J P, Swan H W, Foster D J. 1998. Framework for AVO gradient and intercept interpretation. Geophysics, 63: 948~956.
- Li Zhengwen, Hu Guangmin. 1996. P-SV wave AVO analysis. Journal of Chengdu Institute of Technology, 23(4); 73~79 (in Chinese with English abstract).
- Ramos C B. 2001. Useful approximations for converted-wave AVO. Geophysics, 66(6): 1721~1734.
- Sun Pengyuan, Sun Jianguo, Lu Xiuli. 2003. P-SV wave AVO analysis. Oil Geophysical Prospecting, 38(2); 131~135 (in Chinese).
- Zheng Xiaodong. 1991. Approximation of Zoeppritz equation and its application. Oil Geophysical Prospecting, 26(2):129~144 (in Chinese).