局部重磁场源全方位成像理论概要

安 玉 林
(中国地质大学,北京 100083)

摘要:本文概要阐述了复杂条件下局部重磁场源全方位成像理论体系的实用价值与学术意义、球坐标系内三度体重磁场球谐级数正演通式、三度体重磁场全方位延拓和全方位反演等。

关键词:局部重磁场源;球谐级数正演通式;全方位成像理论
中图分类号:P631 文献标识码:A 文章编号:1000-8918(2000)06-0401-11

目前,国家正在实施西部大开发战略,相应地,中国地质调查局也把地质调查的重点放在了国家的西部地区。国家西部地区多为中、高山区,地形高差大,迫切需要研制出起伏较大的地形面或航空测量面上的地球物理观测资料的有效的定量解释方法。

重力勘探和磁法勘探仍是陆地上固体矿产资源勘查的重要勘探方法。在地面实测中,这 2 种方法轻便而快捷,成本低,容易获得大量的观测资料。特别是航空磁测,更是不可缺少的、高效快速的勘查技术。因此,研制适合国家西部中、高山地区起伏观测面上重、磁观测资料的直接定量解释方法,更是当务之急。

目前,GPS 卫星定位系统已经在我国推广使用,可以提供重力、磁法(包括航空磁测)测点的水平坐标和高程数据,为起伏观测面上重、磁观测资料直接定量解释方法的研制和应用,不仅奠定了空间坐标方面的数据基础,而且使所研制出的方法大有用武之地。

1 成像理论的实用价值与学术意义

已有的重、磁资料定量解释方法大多数是就水平地表、单个、规则、均匀形体建立的,解释前,需要进行曲化平和判断异常体形态,而且只能对较简单的形体和表达式较简单的异常分量进行直接定量解释,许多较复杂的形体和表达式较复杂的异常分量没有直接定量解释方法,可以说,就连仅适合于水平地表的重、磁资料定量解释方法的研究也是不完善的。

关于解决起伏观测面上重、磁资料的定量解释,从 60 年代就开始研究的曲化平方法起了重要作用,以至于目前面对国家西部中、高山地区重、磁资料解释,人们仍在进一步研究曲化平问题。但是,曲化平方法的精度再提高,毕竟有较大的转换误差,而且还会损失有用的异常信息。为了少损失有用异常信息,人们又研究曲面延拓方法。曲面延拓结果,异常仍位于曲面上。于是,研究曲面上重、磁资料的直接定量解释方法,已是势在必行、无法回避的重要课题。

理论上,选择法(包括最优化法和人机联作选择法)和物性参数线性反演方法,可以用于曲面上局部重、磁异常定量解释。但是,它们有如下问题:①即使对于水平观测面情况,它们的初始场源模型及分布范围的选取原则和方法至今未能有效地解决,几十年来仍是凭解释者的经

收稿日期:1999-11-29;修回日期:2000-05-06
基金项目:国家自然科学基金(编号 49974027)、国土资源大调查(编号 20002010002206)资助

验。现在，大量面对的将是起伏观测面情况，一个简单规则形场源的异常场，也会因观测面高程的较大变化，变得复杂，此时，以前的经验显然不再适用。因此，研究起伏观测面上重、磁异常直接定量解释方法，可以为选择法和物性参数线性反演方法的场源初始模型及分布范围的选取提供依据，解决这个长期没有解决的问题。②理论模型研究表明，选择法不仅具有多解性（在不给定异常源磁化倾角、偏角和磁化强度或密度值情况下，多解性更强），也具有很大的不稳定性，其结果，多受解释者主观因素和初始场源模型的影响。因此，研究起伏观测面上重、磁异常直接定量解释方法，求得磁化倾角和偏角，减少人的主观选取参数因素的影响，提高对场源预测的客观性，是十分必要的。③选择法的一个原则是尽量达到选定场源的异常与观测异常圆满拟合。这在一条测线上用选择法解释时容易做到，但在许多测线上都达到拟合，则相当困难，不是具有一般专业水平的人能够做到的。特别是要使场源异常与较大起伏面上许多测线上观测异常达到圆满拟合，则更为困难。因此，也有必要研究一种起伏面上直接的定量解释方法，让具有一般专业水平的人也能掌握和有效应用。④物性参数线性反演方法试图在任何观测面条件下，同时解决重、磁场源边界和源内物性分布，这在理论上具有无穷解，没有大量可靠的约束条件是行不通的。因此，应该研究那种既可以在起伏观测面条件下直接进行定量解释，又需要定解条件尽可能少的方法。

从重、磁场解释理论发展的角度讲，人们总该采取新思路，研究新理论、新方法、新技术。应该设想，能否研制出这样一种重、磁场定量解释理论和方法，其应用时：①不需要对异常进行曲化平；②不需要判断异常源形态；③适合于物性均匀或非均匀、单体或组合体等局部场源分布范围的近似定位预测；④可对任意的重、磁异常分量及其梯度（如复杂的 ΔT 及其梯度）进行直接反演；⑤可以在直接定量解释过程中，同时压制低缓背景异常和高频干扰异常的影响；⑥所需定解条件最少。仅就上述 6 条看，这种重、磁场定量解释理论和方法与传统理论和方法有很大区别。一旦研制成功，无疑是对传统理论和方法的突破。

实际上，如果还是局限于传统的重、磁场解释理论体系的思维方式，要研究出满足上述 6 方面要求的理论和方法，简直是不可能的。而一种新理论、新方法、新技术的出现，很大程度上取决于一种简单的思路，沿着这种思路研究下去，往往会使看似复杂的一系列问题变得相当简单。为了发展重、磁勘探解释理论，我们历时数年，研究了复杂条件下局部重磁场源全方位成像理论体系，先后发表了 6 篇论文，出版了专著《局部重磁场源全方位成像》（见参考文献[1～7]）。这种理论体系满足上述 6 方面的要求，可以用于国家西部中、高山地区重、磁资料的直接定量解释。

可以说，复杂条件下局部重磁场源全方位成像理论和方法，是局部重磁异常解释理论和方法研究的重要发展。因而，陆续发表的有关论文受到了学术界的重视，有 4 篇被选入了《文库》或《选集》。

人们自然会问：国内外重、磁专家们是否也开展过与局部重磁场源全方位成像理论体系相类似的，能用于中、高山区重、磁资料直接定量解释的理论方法研究呢？

为了发展局部重磁异常解释理论，研究者们在 70～80 年代末，曾力图探索（除选择法和线性反演方法外）能在起伏条件下应用的局部重、磁异常直接反演方法和场的全空间延拓方法。但是，只因局限于直角坐标系之内，异常场正演表达式过于复杂，而延拓又不能过场源，研究遇到极大困难。虽然，采用复变函数理论，导出了极为简单的二度体重磁异常复场正演表达式（见后面参考文献所列《成像》一书中文献[5，6，32]等，简称《成像》[n]），但用于研制反演方法时，仍又返回到直角坐标系内（见《成像》[8，12，14，33]等），未能充分发挥复坐标系内求解反问

题的优越性。虽然,B·H·斯特拉霍夫由拉普拉斯方程基本解出发,提出了在复坐标系内(对应二维)和球坐标系内(对应三维)把异常展成负幂级数,进而实现异常全空间延拓的重要方案(见《成像》[7]),但仅由基本解导出的负幂级数出发,不能给出起伏地形条件下求解异常源质心(即坐标系原点)的方法,以至于具有实用价值的全空间延拓一直未能实现。

90 年代以来研究情况如何呢?我国没有其他人研究这一课题,研究的重点集中于实时性可视化选择法反演技术和其它一些传统课题上。为了了解国外情况,我们曾查阅 1992 年以来美国、西欧、俄罗斯和乌克兰等国的重要地球物理期刊,未发现与成像思路类似的研究成果。我国的《物探化探译丛》也未刊载国外类似的研究论文。下面参考文献中所列 2 篇文章[8,9],表面看来与‘成像’研究类似,实质相差甚远。前者用于反演的数据位于平面之上,反演对象是众多研究者经常采用的、由多层长方体组成的地下三度模型的磁化率值,算法中采用了 FFT;后者,假定三度体具均匀密度和由正弦与余弦函数描述的星形边界,在其表面上建立 ϕ 与 θ 坐标线,用数值解法计算其正演场 Δg,用同心小球体作初始模型,采用最优化作法解反演问题。实际上,上面 4 种重要学术刊物上所刊载的关于位场方面的理论文章,仍然是以多面体重、磁异常正演、异常曲面延拓、低纬度磁异常化极等传统课题研究为主,反演理论文章所占比例相当小。这一查询结果和我们早已掌握的情况表明,复杂条件下局部重磁场源全方位成像理论方法体系,属国内外首创。

人们进一步会问 :成像理论体系能够直接解决起伏地形条件下重、磁资料定量解释问题,并符合上述 6 方面要求的原因何在呢?

原因有如下几点 :(1)二维问题采用复坐标系,三维问题采用球坐标系,因点的表示方法的通用性,使异常表达式形式对于水平地表和起伏地表、规则网和非规则网来说毫无区别,并与直角坐标系内表达式相比变得极为简单。另外,还可以采用与传统向下延拓截然不同的正演方法,实现绕场源解析延拓,获得包围局部异常源相当高的精度、能用于全方位反演的异常数据。(2)级数型正演表达式具有通用性。对三度体来说,总共有 5 个通用表达式,而二度体通用式则只有 3 个。这些表达式对于分布在局部范围内的任何形态、任何物性参数分布的单体场源或多体场源均适用。因此,用于反演时不需选择场源形态,相反,其形态是在定量反演后确定的。(3)极为简单的二度体复场表达式,在复坐标系内,容易导出线性化的反演方法,而极为简单的三度体位场及其导数场的球谐级数正演通式就是关于其球谐系数的线性化公式。其系数,只与场源中均匀或非均匀分布的物性参数模值和场源分布范围、形态有关,具有重要物理意义,构成解决问题的突破口。只要由场分量球谐级数表达式和观测值解出它们,各项反演都可实现。(4)求解场分量球谐系数的线性反演的系数矩阵中,可以引进表达背景场的二维或三维泰勒级数展开式的系数,因而,可以在反演同时消除背景叠加异常。另外,用奇异值分解方法解包含大量观测数据的超定方程组,并采用正则化法修改小奇异值,以及采用专门为复坐标系和球坐标系研制的正则化稳定因子,这些措施又有效地压制了高频干扰异常,提高了反演精度。(5)理论研究表明 :①任意有限形态重、磁场源的质心坐标、总质量或总磁矩以及平均磁化方向等反演问题,理论上具有唯一解,不需定解条件 ;②重、磁异常解析延拓结果,理论上也是唯一的 ;③重力场源的引力场模值和磁力场源的拟引力场模值,在其观测点与场源相对位置不变情况下,具有旋转不变性 ;④经全空间解析延拓得到的包围场源的引力场或拟引力场模值的等值线或等值面,可以最有效地近似反映场源外部形态、边界位置或分布范围。“成像’理论体系正是在上述唯一性理论支撑下建立起来的,尽量避免涉及多解性及给定定解条件问题,不去求解理论上具有无穷解的源内密度或磁化强度分布,只是当定量求解具有广泛代表意义和

实用价值的任意均匀凸形体边界点位置时,有时需要给定密度或磁化强度数值(如果近似确定的异常源边界较可靠,密度或磁化强度数值也可由其体积、总质量或总磁矩联合求得)。因而,所需定解条件甚少,而且在许多情况下,只需知道是何种异常分量,就可以求解众多反演问题,获得异常源的有用信息。

"成像"——这种中、高山区重、磁资料直接定量解释理论和方法,可以在无定解条件下求解:①异常源质量中心或磁矩中心;②异常源总质量或总磁矩模值;③磁异常源平均磁化倾角和偏角(这是传统反演方法不能求解的);④异常源的近似的外部形态和分布范围。在假定异常源为均匀凸体,并给定物性参数值条件下,可以较可靠地确定二度异常源 360 个或三度异常源 1 630 个边界点的位置。

当然,由于①观测数据有限和存在误差;②异常中有纵、横向低频背景叠加和局部高频干扰;③观测面起伏过大;④计算机数值计算的不稳定等多种原因,反演结果实际上是多解的。但这种多解性与理论上的多解性有原则区别,易于处理,不同解之间的差别不太大。

目前,"复杂条件下局部重磁场源全方位成像理论体系实用化研究"得到了国土资源部中国地质调查局地质大调查经费的资助,不久即将给出使用灵活、方便的反演程序系统。"复杂条件下局部重磁场源全方位成像理论深化研究"得到了国家自然科学基金的资助,并取得了新的进展。

下面,以三度重磁场源全方位成像为例,以参考文献[1,3~5,7]为依据,概要阐述成像理论。

2　球坐标系内三度体重磁场正演问题

2.1　重磁场第一类球谐级数正演通式

这类通式将用于求解三度体重磁质心、总质量或总磁矩模、形态与分布范围等。

2.1.1　三度体定义

这里的三度体指能被一个不与观测曲面相交的大球面所包围、物性均匀或非均匀的单体或多体。

2.1.2　引力位、拟引力位和磁位

以磁矩中心或质量中心为球坐标系原点;$p(r,\lambda,\theta)$,$q(r',\lambda',\theta')$和 r_{pq} 分别表示观测点、场源点和它们之间的距离;$\boldsymbol{l}$,M_q,ρ_q 和 G 分别表示场源总磁化方向、点 q 处的磁化强度模、密度和万有引力常数。则三度体引力位、拟引力位和磁位表达式分别为

$$V(p) = \iiint_V \frac{G\rho_q}{r_{pq}}\mathrm{d}v,\ \widetilde{V}(p) = \iiint_V \frac{M_q}{r_{pq}}\mathrm{d}v,\ U(p) = -\frac{1}{4\pi}\boldsymbol{l}\cdot\mathbf{grad}_p\widetilde{V}(p)。\tag{1}$$

引力位和拟引力位的球谐级数正演通式均可表示为

$$\{V(p),\widetilde{V}(p)\} = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{a_n^m\cos m\lambda + b_n^m\sin m\lambda}{r^{n+1}}\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)。\tag{2}$$

式中,a_n^m,b_n^m 为位的球谐系数,表达式为

$$\begin{Bmatrix} a_n^m \\ b_n^m \end{Bmatrix} = \iiint_V \{G\rho_q \text{ 或 } M_q\} r'^{(n+2)} \begin{Bmatrix} \cos m\lambda' \\ \sin m\lambda' \end{Bmatrix} \mathrm{P}_n^m(\cos\theta')\sin\theta'\mathrm{d}r'\mathrm{d}\lambda'\mathrm{d}\theta'。\tag{3}$$

2.1.3　引力场和拟引力场

引力场和拟引力场定义式为

$$F(p) = \mathbf{grad}_p V(p),\ \widetilde{F}(p) = -\mathbf{grad}_p\widetilde{V}(p),\tag{4}$$

它们的球谐级数正演通式只差一个符号,为

$$\begin{Bmatrix}F(p)\\ \widetilde{F}(p)\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}+\\ -\end{Bmatrix}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{1}{r^{n+2}}\Big\{(a_n^m\cos m\lambda+b_n^m\sin m\lambda)(n+1)\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)\boldsymbol{e}_r+$$
$$(a_n^m\sin m\lambda-b_n^m\cos m\lambda)\frac{m}{\sin\theta}\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)\boldsymbol{e}_\lambda+(a_n^m\cos m\lambda+b_n^m\sin m\theta)\cdot$$
$$\frac{1}{\sin\theta}\Big[\sqrt{n^2-m^2}\mathrm{P}_{n-1}^m(\cos\theta)-n\cos\theta\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)\Big]\boldsymbol{e}_\theta\Big\}。\tag{5}$$

2.1.4 引力场垂直分量

引力场垂直分量表达式为

$$\Delta g(p)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\{a_n^m\cdot A_n^m(r,\lambda,\theta)+b_n^m\cdot B_n^m(r,\lambda,\theta)\},\tag{6}$$

$$\left.\begin{matrix}A_n^m(r,\lambda,\theta)\\ B_n^m(r,\lambda,\theta)\end{matrix}\right\}=\frac{1}{r^{n+2}}\begin{Bmatrix}\cos m\lambda\\ \sin m\lambda\end{Bmatrix}\{\sqrt{n^2-m^2}\mathrm{P}_{n-1}^m(\cos\theta)-(2n+1)\cos\theta\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)\}。\tag{7}$$

2.1.5 任意方向磁场分量

设磁场的测量方向为 t,μ_0 为真空中的导磁率,则任意方向磁场分量 $T_l^t(p)$的表达式为

$$T_l^t(p)=-\mu_0\boldsymbol{t}\cdot\mathbf{grad}_pU(p)=\boldsymbol{t}\cdot\mathbf{grad}_p\left\{\frac{\mu_0}{4\pi}\boldsymbol{l}\cdot\mathbf{grad}_p\widetilde{V}(p)\right\}=$$
$$\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\{a_n^m\cdot A_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t})+b_n^m\cdot B_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t})\},\tag{8}$$

$$\begin{cases}A_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t})=\cos m\lambda\Phi_1(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t})+\sin m\lambda\Phi_2(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t});\\ B_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t})=\sin m\lambda\Phi_1(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t})-\cos m\lambda\Phi_2(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t})。\end{cases}\tag{9}$$

(9)式中,$\Phi_1(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t})$和 $\Phi_2(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t})$表达式分别为

$$\Phi_1(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t})=\frac{1}{r^{n+3}\sin^2\theta}\{\sqrt{(n^2-m^2)[(n-1)^2-m^2]}\,l_\theta t_\theta\mathrm{P}_{n-2}^m(\cos\theta)+$$
$$\sqrt{n^2-m^2}[(n+2)\sin\theta(l_\theta t_r+l_r t_\theta)-(\cos\theta)l_\lambda t_\lambda-2(n-1)(\cos\theta)l_\theta t_\theta]\mathrm{P}_{n-1}^m(\cos\theta)+$$
$$[(n+1)(n+2)(\sin^2\theta)l_r t_r-n(n-2)\sin\theta\cos\theta(l_\theta t_r+l_r t_\theta)-\{(m^2+n+1)-$$
$$(2n+1)(\cos^2\theta)\}l_\lambda t_\lambda-((2n-1)-(n^2+n+1)\cos^2\theta)l_\theta t_\theta]\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)\};\tag{10}$$

$$\Phi_2(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t})=\frac{m}{r^{n+3}\sin^2\theta}\{\sqrt{n^2-m^2}(l_\theta t_\lambda+l_\lambda t_\theta)\mathrm{P}_{n-1}^m(\cos\theta)+$$
$$[(n+2)\sin\theta(l_\lambda t_r+l_r t_\lambda)-(n-1)\cos\theta(l_\theta t_\lambda+l_\lambda t_\theta)]\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)\}。\tag{11}$$

(10)式和(11)式中,(l_r,l_λ,l_θ)和(t_r,t_λ,t_θ)分别为磁化方向 l 和测量方向 t,在观测点 $p(r,\lambda,\theta)$处,沿球坐标 r,λ,θ 的投影,是 r,λ,θ 的函数。

2.1.6 任意方向磁场分量的梯度分量

设磁场的梯度测量方向为 $\boldsymbol{\tau}$,则任意方向磁场分量 $T_l^t(p)$的任意方向梯度分量 $\{T_l^t(p)\}_\tau$ 表达式为

$$\{T_l^t(p)\}_\tau=\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\{a_n^m\cdot A_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau})+b_n^m\cdot B_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau})\},\tag{12}$$

$$\begin{cases}A_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau})=\cos m\lambda\Omega_1(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau})+\sin m\lambda\Omega_2(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau});\\ B_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau})=\sin m\lambda\Omega_1(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau})-\cos m\lambda\Omega_2(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau})。\end{cases}\tag{13}$$

(13)式中,$\Omega_1(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau})$和 $\Omega_2(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau})$表达式分别为

$$\begin{aligned}\Omega_1(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau}) &= \tilde{\Phi}_1(\boldsymbol{H}_1) + (m\tau_\lambda)\tilde{\Phi}_2(\boldsymbol{R}_2) + \tau_\theta\tilde{\Phi}_1(\boldsymbol{\Theta}_1)\,;\\ \Omega_2(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{l},\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau}) &= \tilde{\Phi}_2(\boldsymbol{H}_2) + (m\tau_\lambda)\tilde{\Phi}_1(\boldsymbol{R}_1) + \tau_\theta\tilde{\Phi}_2(\boldsymbol{\Theta}_2)。\end{aligned} \tag{14}$$

其中,下脚标为 1 的有 13 个分量,下脚标为 2 的有 5 个分量;在向量 $\boldsymbol{H}_1$ 和 $\boldsymbol{H}_2$ 的表达式中,$\tau_r,\tau_\lambda,\tau_\theta$ 为 $\boldsymbol{\tau}$ 的方向因子;函数可采用算子形式表示,即有 $\tilde{\Phi}_1(\cdots)$,$\tilde{\Phi}_2(\cdots)$。(14)式的详细表达式见参考文献[7]。

2.2 磁场第二类球谐级数正演通式

这类通式将用于求解磁性三度体磁化倾角与偏角、总磁矩模值,为其'成像'提供磁化方向参数。

2.2.1 三度体定义

这里指能被一个不与观测曲面相交的大球面所包围、分块均匀磁化的单体或多体。

2.2.2 均匀磁化三度体磁位

设三度体是磁化强度为 $\boldsymbol{M}$ 的均匀磁化的单体,以其内部某点为球坐标系原点,$p(r,\lambda,\theta)$,$s(r',\lambda',\theta')$和 r_{ps}分别表示观测点、三度体表面点和它们之间的距离,$\boldsymbol{n}_s$,$\sigma_s=\boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{n}_s$ 分别表示三度体表面点 s 处的外法线和磁荷面密度。则三度体磁位 $U(p)$的球谐级数正演通式可表示为

$$U(p) = \frac{1}{4\pi}\iint_S \frac{\sigma_s}{r_{ps}}\mathrm{d}s = \frac{1}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{a_n^m\cos m\lambda + b_n^m\sin m\lambda}{r^{n+1}}\mathrm{P}_n^m(\cos\theta), \tag{15}$$

式中,a_n^m,b_n^m 为磁位的球谐系数,表达式为

$$\begin{Bmatrix} a_n^m \\ b_n^m \end{Bmatrix} = \iint_S \sigma_s r'^n \begin{Bmatrix}\cos m\lambda' \\ \sin m\lambda'\end{Bmatrix}\mathrm{P}_n^m(\cos\theta')\mathrm{d}s。 \tag{16}$$

2.2.3 任意方向磁场分量

设均匀磁化三度体磁化方向为 $\boldsymbol{l}$,磁场的测量方向为 $\boldsymbol{t}$,μ_0 为真空中的导磁率,则 $T_l^t(p)$球谐级数表达式为

$$\begin{aligned} T_l^t(p) &= -\mu_0\boldsymbol{t}\cdot\mathbf{grad}_p U(p) = \boldsymbol{t}\cdot\mathbf{grad}_p\left\{\frac{\mu_0}{4\pi}\iint_S\frac{\sigma_s}{r_{ps}}\mathrm{d}s\right\} = \\ &\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\{a_n^m\cdot A_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t}) + b_n^m\cdot B_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t})\}, \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{cases} A_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t}) = \cos m\lambda\Phi_1(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t}) + \sin m\lambda\Phi_2(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t})\,;\\ B_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t}) = \sin m\lambda\Phi_1(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t}) - \cos m\lambda\Phi_2(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t})。\end{cases} \tag{18}$$

(18)式中,$\Phi_1(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t})$和 $\Phi_2(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t})$表达式分别为

$$\begin{aligned}\Phi_1(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t}) = \frac{1}{r^{n+2}\sin\theta}&\{\sqrt{n^2-m^2}\,t_\theta\mathrm{P}_{n-1}^m(\cos\theta) + \\ &[(n+1)(\sin\theta)t_r - n(\cos\theta)t_\theta]\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)\},\end{aligned} \tag{19}$$

$$\Phi_2(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t}) = \frac{m}{r^{n+2}\sin\theta}\cdot t_\lambda\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)。 \tag{20}$$

把(1)式中磁位表达式做如下改写,即

$$U(p) = -\frac{1}{4\pi}\boldsymbol{l}\cdot\mathbf{grad}_p\widetilde{V}(p) = -\boldsymbol{l}\cdot\mathbf{grad}_p\left\{\frac{1}{4\pi}\iiint_V\frac{M_q}{r_{pq}}\mathrm{d}v\right\}。$$

然后，与(17)式第一行对比，可见，如果用 $\boldsymbol{l}$，$1/(4\pi)$，M_q 分别代替(17)式中 $\boldsymbol{t}$，$\mu_0/(4\pi)$，σ_s，即可得到磁场磁位的第一类球谐级数正演通式。

2.2.4　任意方向磁场分量的梯度分量

设磁场的梯度测量方向为 τ，则任意方向磁场分量 $T_l^t(p)$ 的任意方向梯度分量 $\{T_l^t(p)\}_\tau$ 表达式为

$$\{T_l^t(p)\}_\tau = \boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{grad}_p\{T_l^t(p)\} = \boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{grad}_p\left\{-\frac{\mu_0}{4\pi}\boldsymbol{t}\cdot\mathbf{grad}_p U(p)\right\} =$$

$$-\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\{a_n^m\cdot A_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau}) + b_n^m\cdot B_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau})\}, \tag{21}$$

把(21)式第 1 行与(8)式第 1 行对比可见：如果以 $\boldsymbol{t}$，$\boldsymbol{\tau}$ 分别代替 $\boldsymbol{l}$，$\boldsymbol{t}$，以(16)式代替(3)式，则(21)式与(8)式只差一个负号。因此，(21)式中，$A_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau})$，$B_n^m(r,\lambda,\theta,\boldsymbol{t},\boldsymbol{\tau})$ 的表达式及其子式，就是(9)～(11)式的代换式，这里不再列出。由此得出结论：除负号不计外，(21)式等价于任意方向磁场分量 $T_l^t(p)$ 的第一类球谐级数正演通式。

2.2.5　分块均匀磁化单体和均匀磁化多体磁场

此时，磁位、磁场分量、磁场分量的梯度分量球谐级数表达通式，可对应地表示为(15)，(17)，(21)式的求和式。同样，球谐系数(16)式，也可表示成求和式。

3　球坐标系内三度重磁场源全方位成像

3.1　正演通式低阶球谐系数的物理意义及有关反演公式

我们称(3)式和(16)式表示的球谐系数分别为第一类球谐系数和第二类球谐系数。

3.1.1　第一类球谐系数

由(3)式可得：0 阶球谐系数

$$a_0^0 = \iiint_V\{G\rho_q\text{ 或 }M_q\}\mathrm{d}v = \{GM\text{ 或 }M_{\mathrm{m}}\},\quad b_0^0 = 0。\tag{22}$$

其中，M，M_{m} 分别为三度体的总质量和总磁矩模值。当球坐标系原点不选在三度体重磁质心时，1 阶球谐系数为

$$\begin{cases} a_1^0 = \iiint_V\{G\rho_q\text{ 或 }M_q\}z'\mathrm{d}v,\quad b_1^0 = 0; \\ a_1^1 = \iiint_V\{G\rho_q\text{ 或 }M_q\}x'\mathrm{d}v,\quad b_1^1 = \iiint_V\{G\rho_q\text{ 或 }M_q\}y'\mathrm{d}v。\end{cases}\tag{23}$$

它们分别为三度体的 1 阶原点矩。由(22)和(23)式可以得到如下反演公式：

$$M = a_0^0/G;\quad M_{\mathrm{m}} = a_0^0;\quad X_0 = a_1^1/a_0^0;\quad Y_0 = b_1^1/a_0^0;\quad Z_0 = a_1^0/a_0^0。\tag{24}$$

式中，X_0，Y_0，Z_0 表示三度体质心的 3 个直角坐标。当球坐标系原点选在质心时，因为 $(X_0, Y_0, Z_0) = (0,0,0)$，则有

$$a_1^1 = b_1^1 = a_1^0 = 0。\tag{25}$$

3.1.2　第二类球谐系数

由(16)式可得 0 阶和 1 阶球谐系数，它们分别为

$$a_0^0 = \iint_S\sigma_s\mathrm{d}s = 0,\quad b_0^0 = 0,\quad b_1^0 = 0;\tag{26}$$

$$a_1^0 = \iint\limits_S \sigma_s z' \mathrm{d}s = M_{mZ}, \qquad a_1^1 = \iint\limits_S \sigma_s x' \mathrm{d}s = M_{mX}, \qquad b_1^1 = \iint\limits_S \sigma_s y' \mathrm{d}s = M_{mY}。 \tag{27}$$

其中，a_1^0，a_1^1，b_1^1 分别为三度体总磁矩 $\boldsymbol{M}_\mathrm{m}$ 在 z 轴、x 轴、y 轴上的投影。可以证明 理论上，这些球谐系数值与球坐标系原点选择无关。由(27)式可以得到磁性三度体总磁矩模 M_m、磁化倾角 I 和磁化偏角 D 的反演公式

$$M_\mathrm{m} = \sqrt{(a_1^0)^2 + (a_1^1)^2 + (b_1^1)^2}, \; I = \arctan\left\{\frac{a_1^0}{\sqrt{(a_1^1)^2 + (b_1^1)^2}}\right\}, \; D = \arctan\left\{\frac{b_1^1}{a_1^1}\right\}。 \tag{28}$$

式中，$\arctan\{\}$ 的取值区间是 $[-\pi, \pi]$。

采用和分比定理可以证明：(26)～(28)式对于磁化方向相同、分块均匀磁化和均匀磁化多体均适用，因此，公式(28)可以用于具有固定磁化方向的非均匀磁化单体或多体的磁化方向反演。当磁化方向不固定时，可采用(28)式求得三度体平均磁化方向。

3.2 球谐系数反演及其精确化

由公式(28)和(24)可知，要直接精确求得三度体磁化方向、总质量与总磁矩、重磁质心坐标，就必须先精确求出所需要的球谐系数 a_n^m，b_n^m。

令 f_k $(k=1,2,\cdots,K)$ 代表在曲面上 p_k 点观测得到的 $\Delta g(p_k)$，$T_l^t(p_k)$，$\{T_l^t(p_\tau)\}_\tau$ 值；A_n^m，B_n^m 代表正演通式(6)，(8)，(12)，(17)，(21)中对应 a_n^m，b_n^m 的因子；N 代表所选定的最高球谐阶数。这 5 个正演通式都是关于 a_n^m，b_n^m 的线性表达式，可由它们建立如下求解 a_n^m，b_n^m 的矩阵方程

$$\boldsymbol{AX} = \boldsymbol{B}。 \tag{29}$$

其中

$$\begin{cases} X = (a_0^0, a_1^0, a_1^1, \cdots, a_N^N, b_1^1, b_2^1, \cdots, b_N^N)^\mathrm{T}; \\ B = (f_1, f_2, \cdots, f_K)^\mathrm{T}; \\ A = [A_1^\mathrm{T}, A_2^\mathrm{T}, \cdots, A_K^\mathrm{T}]^\mathrm{T}; \\ A_k^\mathrm{T} = (A_0^0, A_1^0, \cdots, A_N^N, B_1^1, B_2^1, \cdots, B_N^N)_k。 \end{cases} \tag{30}$$

精确求解 a_n^m，b_n^m 的过程如下。

1. 在三度体内取一点为坐标原点，使满足条件 $r'_{\max} < r_{\min}$，建立矩阵方程(29)。其中，不为 0 的球谐系数(即未知数个数)共有 $(N+1)^2$ 个，$K \geqslant (N+1)^2$。

2. 采取‘奇异值分解＋正则化法修改小奇异值方法’解方程组(29)，压制观测数据误差和高频干扰，稳定地求得包括 a_0^0，a_1^0，a_1^1，b_1^1 在内的所有待求的球谐系数。

3. 如果所求得的第一类球谐系数中，a_1^0，a_1^1，b_1^1 近似为 0 或与 a_0^0 相比很小，说明所选原点就是质心或与质心距离很近，因而条件 $r'_{\max} < r_{\min}$ 很好地满足，则求得的球谐系数比较精确，并且由(24)式可求得可靠的质心坐标。否则，进一步选(24)式，求得 (x_0, y_0, z_0) 为新的坐标原点，重复步骤(1)，(2)，再求得新的 (x_0, y_0, z_0)，直到(25)式近似成立为止。

4. 如果所求得的第二类球谐系数中，a_0^0 近似为 0 或与 a_1^0，a_1^1，b_1^1 相比很小，也说明所选原点与质心距离很近，因而条件 $r'_{\max} < r_{\min}$ 很好地满足，则求得的球谐系数比较精确。否则，选新的坐标原点，重复步骤(1)，(2)。选具有比较小 a_0^0 值的几组球谐系数取平均，即可得到较高精度的 a_n^m，b_n^m 值。

有了高精度的 a_0^0，a_1^0，a_1^1，b_1^1 等低阶系数值，即可精确解出三度体磁化倾角与偏角、重磁

质心(x_0,y_0,z_0)、总质量或总磁矩等重要参数。

3.3 纵向或横向低频背景异常的消除

当曲面上观测异常 $f(p)$ 中存在难于分辨的纵向或横向低频背景异常时,传统的异常分离方法失效,导致传统的反演方法(包括选择法)难于取得好的反演结果。这种情况下,"成像"理论在消除低缓背景异常、提高反演精度方面取得了进展。

众所周知,在解析区内,位场可以展成泰勒级数,低频背景异常可以近似用二次泰勒级数来表示。设在 $z=0$ 平面上某一点$(x'_0,y'_0,0)$(一般为计算区中心点)对曲面上的背景异常进行泰勒级数展开,并只取到二次项,即取

$$
\begin{aligned}
f_{\text{背景}}(x,y,z) = & f(x'_0,y'_0,0) + \\
& \frac{1}{1!}\left\{\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x=x'_0}(x-x'_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{y=y'_0}(y-y'_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial z}\right|_{z=0}(z-0)\right\} + \\
& \frac{1}{2!}\left\{\left.\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right|_{x=x'_0}(x-x'_0)^2 + \left.\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right|_{y=y'_0}(y-y'_0)^2 + \left.\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\right|_{z=0}(z-0)^2\right\} + \\
& \frac{1}{2!}\left\{\left.\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}\right|_{\substack{x=x'_0\\ y=y'_0}}(x-x'_0)(y-y'_0) + \left.\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial z}\right|_{\substack{x=x'_0\\ z=0}}(x-x'_0)(z-0) + \right. \\
& \left.\left.\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial z}\right|_{\substack{y=y'_0\\ z=0}}(y-y'_0)(z-0)\right\} = \\
& A + B\cdot\Delta x + C\cdot\Delta y + D\cdot\Delta z + E\cdot\Delta x^2 + F\cdot\Delta y^2 + G\cdot\Delta z^2 + \\
& H\cdot\Delta x\Delta y + P\cdot\Delta x\Delta z + Q\cdot\Delta y\Delta z。
\end{aligned} \tag{31}
$$

式中,A,B,C,D,E,F,G,H,P,Q 为展开式的系数,它们的意义由(31)式即可看出。

反之,对应 $f(p_k)$,可以取 $\{1,\Delta x,\Delta y,\Delta z,\Delta x^2,\Delta y^2,\Delta z^2,\Delta x\Delta y,\Delta x\Delta z,\Delta y\Delta z\}_k$ 等 10 个数值为展开式系数,A,B,C,D,E,F,G,H,P,Q 为展开式的待定值。为了消除背景异常,可以对求解球谐系数 a_n^m,b_n^m 的矩阵方程(29)中的 X 和 A_k^{T} 做如下修改,即

$$X = (A,B,C,D,E,F,G,H,P,Q,a_0^0,\cdots,a_N^N,\cdots,b_N^N)^{\mathrm{T}}; \tag{32}$$

$$A_k^{\mathrm{T}} = (1,\Delta x,\Delta y,\Delta z,\Delta x^2,\Delta y^2,\Delta z^2,\Delta x\Delta y,\Delta x\Delta z,\Delta y\Delta z,A_0^0,\cdots,A_N^N,\cdots,B_N^N)_k。\tag{33}$$

采用前述方法求解对应的矩阵方程 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$,就可在精确求球谐系数 a_n^m,b_n^m 和三度体磁化方向、重磁质心、总质量或总磁矩的同时,消除纵向或横向低频背景异常。

3.4 高精度绕场源全方位解析延拓

求得三度体球谐系数 a_n^m,b_n^m 之后,可分别代入 $\Delta g(p)$,$T_l^t(p)$,$\{T_l^t(p)\}_\tau$ 的球谐级数正演通式,在原观测曲面上计算出它们的正演值与观测值的差值、差值的代数平均值、均方误差和最大绝对误差。如果这些参考值均很小,就可进行全方位解析延拓,如果这些参考值较大,则说明 $r'_{\max}<r_{\min}$这一重要条件不满足,停止全方位解析延拓,并考虑采取新的措施。

假定 $r'_{\max}<r_{\min}$这一重要条件满足,又高精度求得了球谐系数 a_n^m,b_n^m,就可以以质心为球坐标原点,在观测面下面(除坐标原点外的)区域选定计算网格点,把球谐系数 a_n^m,b_n^m 代入(2)和(5)式,计算出网点处的引力场$(F(p))$、拟引力场$(\widetilde{F}(p))$、引力位$(V(p))$和拟引力位$(\widetilde{V}(p))$等三度体重磁场的正演值。这就是全空间延拓。这种延拓结果,位于三度体边界外略远处的值是相当精确的,称为高精度绕场源全方位解析延拓。靠近场源边界的延拓值则发生畸变,但可用来近似确定场源形态和边界。场源内的延拓值是不正确的,只表明场源赋存的位置。

因为球谐系数具有重要的物理意义,隐含表示了三度体的几何参数和物性参数,采用它们进行正演计算,求得场源外解析延拓值,相当于通过反演可靠地求得三度体几何参数和物性参数后,代入正演公式进行正演,其精度必然较高。这种延拓概念与传统的直角坐标系内向下延拓概念截然不同,其精度不能与传统向下延拓精度相提并论,大量模型计算证实了这一结论。

为了进一步提高向场源延拓精度和突出场源形态信息,还采用了球坐标系内的正则化稳定因子,压制高阶球谐系数。

3.5 引力场和拟引力场模值的旋转不变性和场源成像

当观测点与三度体的相对位置固定不变时,无论三度体在坐标系中怎样旋转,总引力场和拟引力场模值($|F(p)|$和$|\widetilde{F}(p)|$)始终保持不变,这叫作旋转的不变性,而观测场 $\Delta g(p_k)$, $T_l^t(p_k)$, $\{T_l^t(p_k)\}_\tau$ 等不具有这种特性。由这种旋转的不变性可以断定$|F(p)|$和$|\widetilde{F}(p)|$的等值面能够有效地反映三度体的形态信息,近似确定其形态。

实际模型计算表明:在异常源边界附近,$|F(p)|$和$|\widetilde{F}(p)|$等值面很快变密,其形态和位置能较好地反映异常源的形态和略大一些的分布范围。因此,利用这一特征,就可近似实现场源成像。此时,更里面的极其密集的等值线可看成异常源的图像。

3.6 均匀凸形三度体边界位置反演

这种三度体具有广泛的代表意义和实用价值,教科书中的三度体(包括凸多面体)大多数属于这类形体。

3.6.1 求解边界的初始近似值

假定:在以质心为中心,以 R 为半径的包围异常源的大球面上,经过全方位解析延拓,给出了三度体引力位或拟引力位值,并统一用 $V(R,\lambda,\theta)$来表示。由此,求解该三度体的边界 $R'(\lambda,\theta)$。经理论推导,可得到如下 $R'(\lambda,\theta)$的一个近似取值公式

$$R'(\lambda,\theta) \approx \left\{\frac{3}{4\pi}\,\frac{V(R,\lambda,\theta)}{G\rho\ \text{或}\ |\boldsymbol{M}|}R\right\}^{\frac{1}{3}} = R'_0(\lambda,\theta),$$
$$\left(V(R,\lambda,\theta) \approx \left\{\begin{matrix} G\rho \\ |\boldsymbol{M}| \end{matrix}\right\}\frac{4}{3}\,\frac{\pi R'^3_0(\lambda,\theta)}{R}\right)。 \tag{34}$$

3.6.2 边界值反演结果的精确化

(34)式的注解公式,实际上,是球体引力位 $V(p)$的表达式。这种近似取值公式,导致待反演三度体边界值大的位置处的初值偏小,而边界值小的位置处的初值偏大,需要对该初值公式进行校正。为此,先求出大球面上 $V(R,\lambda,\theta)$平均值 $\overline{V}(R,\lambda,\theta)$,再取

$$R'(\lambda,\theta) \approx \left[\frac{3}{4\pi}\,\frac{V(R,\lambda,\theta)}{G\rho\ \text{或}\ |\boldsymbol{M}|}R\right]^{\frac{1}{3}}\left[\frac{V(R,\lambda,\theta)}{\overline{V}(R,\lambda,\theta)}\right]^{k_s}, \tag{35}$$

式中,指数 $k_s=6,5,4,3,2$,可由计算机自动决定。为了进一步提高 $R'(\lambda,\theta)$的反演精度,可以采用迭代方法。取 $R'(\lambda,\theta)$的第 L 次修改值 $\Delta R'_L(\lambda,\theta)$为

$$\Delta R'_L(\lambda,\theta) \approx \frac{1}{s_k}\left\{\frac{3}{4\pi}\,\frac{V(\lambda,\theta)-V_{L-1}(\lambda,\theta)}{G\rho}\left[R-R'_{L-1}(\lambda,\theta)\right]\right\}^{\frac{1}{3}}, \tag{36}$$

其中,$s_k=10,20,\cdots$,由程序自动决定,以保证正常绝对收敛,迭代至满足精度要求为止。实践表明:当下式

$$|V(R,\lambda,\theta)-V_{L-1}(R,\lambda,\theta)| < \overline{V}(R,\lambda,\theta)/100 \tag{37}$$

成立时,即可结束迭代。

4　结束语

本文根据作者发表的 6 篇论文和“成像”一书,概要介绍了复杂条件下局部重磁场源全方位成像理论,目的是使没有读过有关论文和著作的同行与重磁异常解释工作者,在宏观上,对该理论的全貌有一个初步了解,并为将来成像程序系统的推广应用打下基础。将来,如果成像理论能得到广泛应用,作者将感到欣慰。

当然,成像理论也有它的局限性,即无法实现局部场源分布区内部的精细反演。因此,需要与选择法相结合,以便更加充分地发挥它在资源勘查与工程探测中的作用。

参考文献:

[1]　安玉林,谭保华. 局部重磁场源全方位成像[M]. 北京:地质出版社,1997.

[2]　安玉林. 二维重磁场源全方位成像[A]. 朱光亚,周光召主编. 中国科学技术文库,天文学·地球科学卷[C],北京:科学出版社,1998,1092—1094.

[3]　安玉林,李黎明. 起伏面下三度体磁化方向反演方法[A]. 见:中国地质学会编.“八五”地质科技重要成果学术交流会论文选集[C]. 北京:地震出版社,1996,696—699.

[4]　安玉林. 三度剩余重力异常源全方位成像的理论和方法[J]. 地球物理学报,1997,40(3):中文版 402—413,英文版 437—450.

[5]　安玉林,眭素文. 三度剩余磁力异常源全方位成像的理论和方法[J]. 地球物理学报,1998,41(增刊):394—403.

[6]　安玉林. 椭圆柱体反演中复函数 $C(s)$值的计算方法[J]. 现代地质,1999,13(增刊):103—106.

[7]　安玉林. 三度体梯度磁异常全方位正反演方法[J]. 现代地质,2000,14(1):85—90.

[8]　Pilkington M. 3-D magnetic imaging using conjugate gradients[J]. Geophysics,1997,62(4):1132—1142.

[9]　Булах Е Т. Прямая и обратная задача гравиметрии в классе трёхметреных звездных тел[J]. Геофизический журнал,1997,19(6).

A SUMMARY OF THE THEORY OF ALL-DIRECTION IMAGERY FOR LOCAL GRAVITY AND MAGNETIC ANOMALY SOURCES

AN Yu-lin

(*China Unversity of Geosciences*, *Beijing*,　100083, *China*)

Abstract: In the past few years, the theory of all-direction imagery for local gravity and magnetic anomaly sources under complex conditions has been developed for the first time by the author. This paper gives a summary of this theory, which includes the practical value and academic significance of the theory, ther general forward expressions for spherical harmonic series of 3D-body gravity and magnetic anomaly in the spherical coordinate system, the all-directional continuance and all-directional inversion of 3D-body gravity and magnetic anomaly.

Key words: local gravity and magnetic anomaly sources; general forward expressions for spherica harmonic series; all-directional continuance and all-directional inversion of 3D-body gravity and magnetic anomaly

作者简介:安玉林(1941-),男,1982 年毕业于武汉地质学院北京研究生部,获硕士学位,现在中国地质大学(北京)任教,为应用地球物理系教授,目前主要从事地球物理反演理论的教学和科研工作,已发表 30 篇论文和 3 部著作。