

小波模变换技术在探地雷达资料中的应用

宋维琪, 吴华

(石油大学 地球资源与信息学院, 山东 东营 257061)

摘要: 通过研究探地雷达信号的小波变换的模特征点的变化规律和特征, 揭示了探地雷达信号奇异点和其小波变换模极值的关系。通过这些关系的研究, 对小波各级分解的模特征点进行变频域处理。最后对处理后的地质雷达信号, 利用非线性最小二乘方法求解李氏指数, 从而进行地质体边界的检测。无论从理论模型的论证还是实际资料的处理都取得了较好的结果。

关键词: 探地雷达数据处理; 小波变换; 模特征点; 李氏指数

中图分类号: P631.4 文献标识码: A 文章编号: 1000-8918(2004)01-0069-04

傅里叶变换一直是研究函数奇异性的基本工具, 但傅里叶变换缺乏空间局部性, 因而只能确定一函数的整体性质, 而难以确定其奇异点在空间的分布情况。小波变换具有“变焦距”的性质, 更适用于分析函数或信号的奇异点位置及其奇异度大小。而小波变换系数的特征点(极值点或过零点)是研究信号奇异性的重要内容。作者首先进行了理论合成探地雷达信号小波变换, 研究小波变换特征点和探地雷达信号奇异点之间的对应规律和关系, 根据其间的关系对小波变换的特征点进行一定的处理。经过上述研究, 使原来求解李氏指数的非线性问题的解变得稳定、可靠。结果精度高。应用到实际资料中, 取得了明显的效果。

1 方法的基本原理

假设小波函数是连续可微的, 并且在无限远处的衰减速率为 $O(\frac{1}{1+t^2})^{[1]}$ 。Mallat 证明: 当 t 在区间 $[a, b]$ 中时, 如果 $f(t)$ 的小波变换满足 $W_a f(t)^{[1,2]}$

$$|W_a f(t)| \leq ka^\alpha \quad (1)$$

也就是 $\lg |W_a f(t)| \leq \lg k + \alpha \lg a \quad (2)$

其中 k 是一个常数, 则 $f(t)$ 在区间 $[a, b]$ 中的李氏指数均为 α 。当 $a = 2^j$ 时, 上式变成

$$|W_a f(t)| \leq k(2^j)^\alpha \quad (3)$$

或 $\log_2 |W_a f(t)| \leq \log_2 k + j\alpha \quad (4)$

式中, $j\alpha$ 这一项把小波变换的尺度特征 j 与李氏指数联系起来。公式(4)给出了小波变换的对数值

随 j 或 α 的变化规律, 自然地, 对应信号奇异点的小波变换模极大值随尺度的变化也应满足此规律。由(4)式可知, 当 $\alpha > 0$ 时, 小波变换模极大值随尺度 j 的增大而增大, $\alpha < 0$ 时, 小波变换模极大值随尺度 j 的增大而减小。对阶跃情况($\alpha = 0$), 小波变换极大值不随尺度改变。

现研究如何根据小波变换模极大值随尺度的变化来计算李氏指数 α 和平滑因子 σ 。如果我们能够检测出所有尺度 s 上的模极大值, 而不仅仅是二进制尺度上的, 它们的位置在尺度-时间相平面上, 形成一条平滑的曲线。如果相邻两个尺度($2^j, 2^{j+1}$)的模的极大值属于时间-尺度相平面上的同一条极大值线, 我们可以认为下一尺度上的模的极大值是由上一尺度上的模的极大值传递下来的。一般情况下, 通过观察上一尺度极大值点的位置和取值, 可估计出任何极值点在下一尺度的对应极值点。其具体方法是: 在 2^j 上有一个具有较大幅度的模极大值, 并且它的位置接近与在 2^{j+1} 尺度上具有相同的符号的模的极大值的位置, 我们可判定这 2 个极值点是对应于同一突变点的。

设在 $j = 1, 2, 3$ 的几个尺度上找到确实对应的小波变换峰值 a_1, a_2, a_3 。对式(12)取等号, 将 a_1, a_2, a_3 代入, 有^[3,4]

$$\begin{aligned} a_1 &= 2k(4 + \sigma^2)^{\alpha-1} \\ a_2 &= 4k(16 + \sigma^2)^{\alpha-1} \\ a_3 &= 8k(64 + \sigma^2)^{\alpha-1} \end{aligned} \quad (5)$$

联合解此3式便可求出 σ, α, k 。如果这样求得的结果不够稳健,则可取更多尺度,计算小波变换在各个尺度中的对应极大值 a_j 式(12)对每一个极大值取等式,再用非线性最小二乘法求解^[1,3]得到

$$\sum_{j=1}^J (\log_2 |a_j| - \log_2 k - j - \frac{\alpha - 1}{2} \log_2 (\sigma^2 + 2^{2j}))^2 = \min \quad (6)$$

2 问题讨论

一般来说,函数在某一点的李氏指数表征了该点的奇异性大小, α 越大,该点的光滑度越高, α 越小,该点的奇异性越大。并且如果函数 $f(t)$ 在某一点可导,它的 $\alpha \geq 1$,如果函数在某一点不连续但其值有限,则 $0 \leq \alpha \leq 1$ 。对于脉冲函数, $\alpha = -1$,而对于白噪声, $\alpha \leq 0$ 。

以上结论对于纯粹的奇异分析是可以的,但是如果把这些奇异点叠加在具有一定噪音的信号中,情况就完全不同了。这时再对小波变换的模极大值,直接利用(5)式或(6)式解其非线性最小二乘问题,都无法得到可靠的结果。为了利用此理论更好地解决实际问题,我们对此进行了深入地研究。

2.1 信号各级小波变换模极大值点特征分析

为了研究信号的小波变换的模极大值点的特征,我们先从理论模型着手进行分析。设合成理论探地雷达信号可表示为

$$r = w * \xi + n \quad (7)$$

式中, w 为偶极子天线发射的脉冲子波(图1a、b), ξ 为介质的反射系数(图1c、d), n 为噪音, r 为含有一定噪音合成理论探地雷达信号(图1a、b)。

首先,讨论信号小波变换模极大值点的连续性。由图2可看出,信号经小波变换后,其模的极值在各尺度范围上的连续性是不一样的。从计算结果看,

并不是所有尺度上的模极大值是连续的,只是在某些范围内是连续的。如图2a~c是连续的。在某些尺度上,如图2中d、e图,信号小波变换的模极大值不连续,也即相邻级小波变换结果极值点位置错动。对于信噪比小于1的情况也具有同样的特点。

2.2 变换的模极大值大小和信号的奇异点的关系

当信噪比大于1时,信号小波变换的模极大值和信号的奇异点具有一定的对应关系,即信号模极大值处对应原信号的奇异点。而这种对应关系并不是在所有尺度都一样,只是当信号的分解尺度频率和子波的主频相一致时,信号小波变换的模极大值点具有最大的分辨率。对比图2中的a~c图可以看到,分辨率明显不一样。

2.3 变换模极大值和信噪比的关系

当信号的信噪比小于1时(图3),信号的小波变换的模极大值和原信号的奇异点的对应关系非常混乱。在这样就无法利用该技术方法进行信号的奇异点监测。必须对信号经过一定的提高信噪比技术处理以后,再用该方法,才能取得好的效果。

2.4 变换的曲线波形特征和原信号奇异点的关系

当信号经小波变换后,模极大值大小都一样时,无法用极大值大小来判断原信号的奇异点。这时应利用信号的小波变换曲线波形特征判断原信号的奇异点,具体就是利用模极大值点延续曲线的形态特征判断原信号的奇异点。如图2b、c中尤其是c图,可看到在奇异点和非奇异点处小波变换的模极大值大小几乎一样,利用其大小的变化很难判断原信号的奇异点。但是,奇异点对应的模极大值后的曲线的形态特征(极大点两侧出现1或2个小“肩膀”)和非奇异点极大值点对应的延续曲线对应的曲线的形态特征(极大点两侧没有出现1或2个小“肩膀”)明显不同。

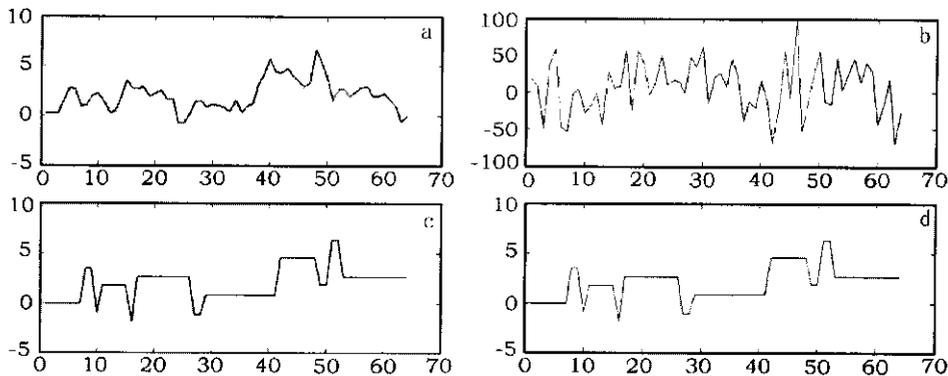


图1 小波分析理论信号曲线(图中纵坐标为信号幅值,横坐标为采样点数,图2、3同图1)

a—信噪比>1的合成信号曲线;b—信噪比<1的合成信号曲线;c—信噪比>1的反射系数模型;d—信噪比<1的反射系数模型

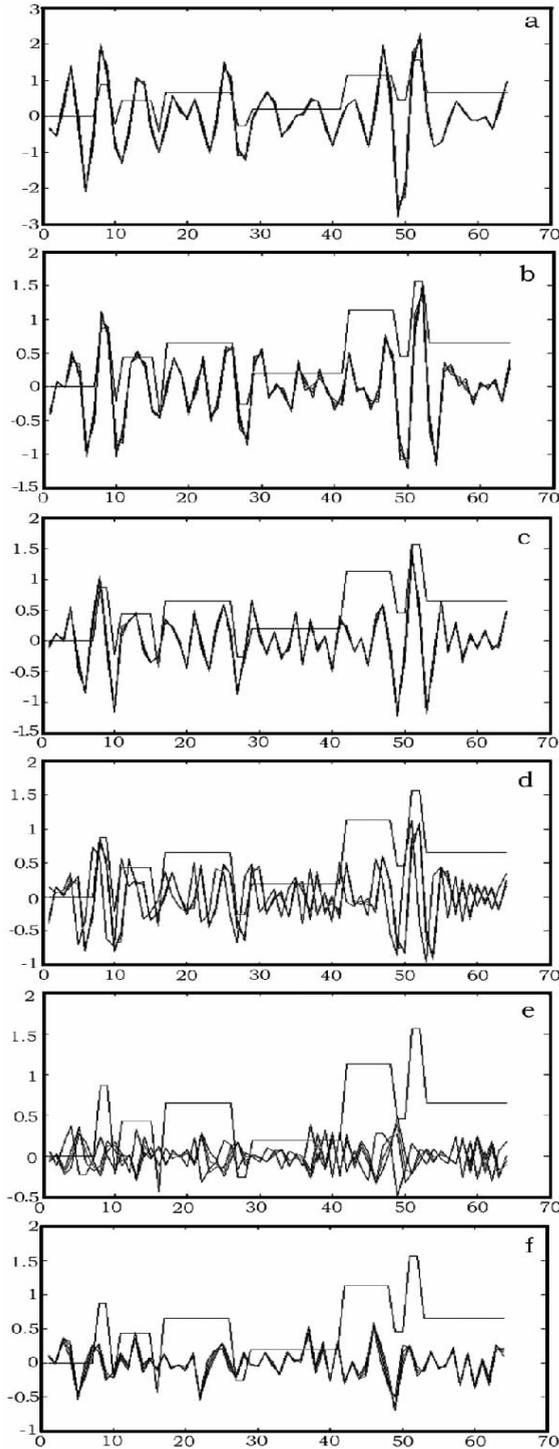


图2 信噪比 > 1 的反射系数模型小波分解结果

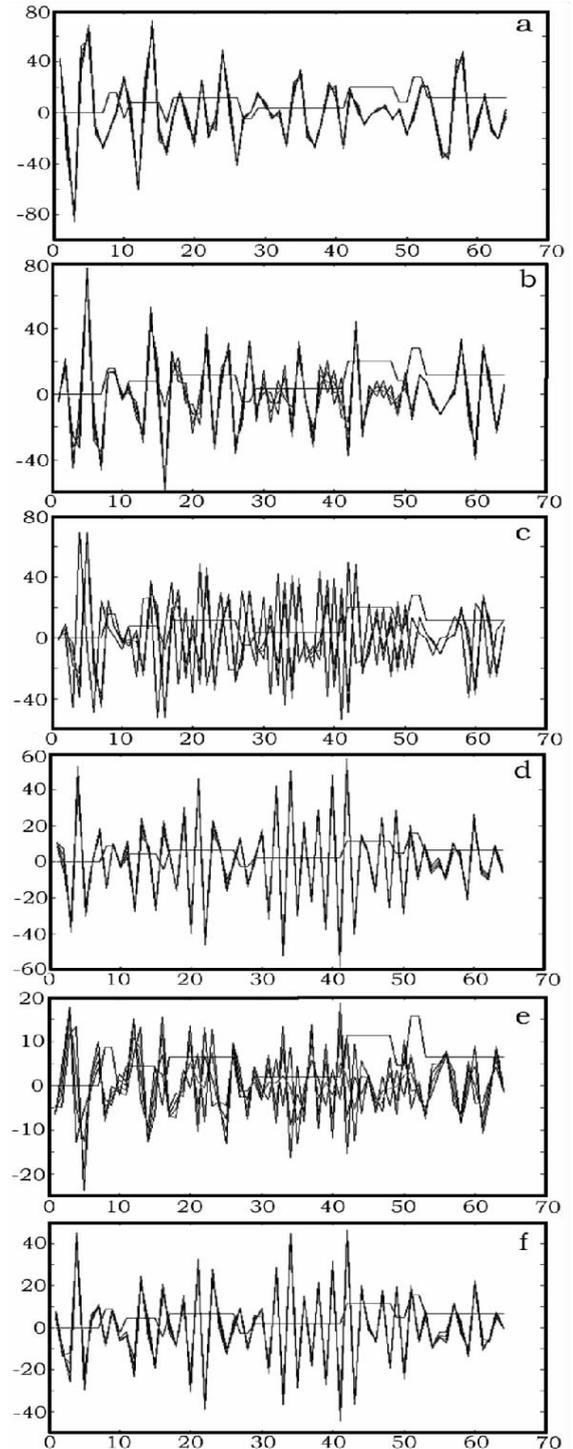


图3 信噪比 < 1 的反射系数模型小波分解结果

3 实际应用研究

根据以上的讨论可看到,对于信噪比较差的信号,计算结果的可靠性较差;对于信噪比较好的雷达信号,通过小波变换以后,其模的特征点在某些尺度上,会出现不连续现象,这时的计算结果也不理想。针对这些问题,作者首先对探地雷达资料进行信号

的去噪处理,然后对处理后的结果进行小波变换,最后计算边界检测参数。

把这些研究结果应用于实际的探地雷达资料中。图 4a、b 是石油大学图书馆前马路路面测量中的部分结果。结果表明,采用笔者研究的技术方法处理后的结果比原来结果分辨率有较大的提高,原来较模糊的边界经处理后变得明显清楚。

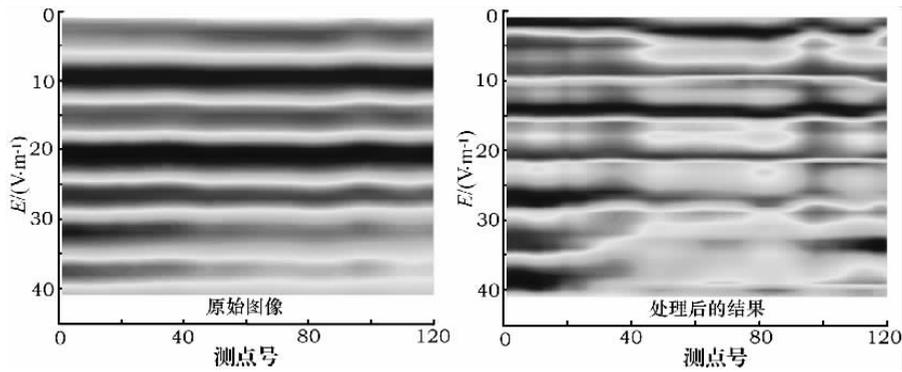


图 4 原始探地雷达图像及处理后的结果

4 结论

笔者在讨论小波变换模特征点变化规律的基础上,深入研究小波变换模特征点在探地雷达信号边界监测中的应用技术方法,获得了以下几点认识。

(1)不同信噪比的探地雷达信号其小波变换模特征点变化连续性是不一样的。信噪比大于 1 的,其小波变换的模特征点一致连续性较好,模极大值和信号的奇异点具有一定的对应关系;信噪比小于 1 的,其小波变换的模特征点变化混乱,模极大值和信号的奇异点没有一定的对应关系。

(2)对于信号奇异点的检测,除了利用小波变

换的模特征点之外,小波变换的曲线特征也是检测信号奇异点的一项重要信息。

(3)信号检测的可靠性、分辨率与小波变换的尺度范围、间隔大小的选取密切相关。

参考文献:

- [1] 彭玉华. 小波变换与工程应用[M]. 北京:科学出版社,1999.
- [2] 秦前清,杨宗凯. 实用小波分析[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,1992.
- [3] 刘贵忠,邸双亮. 小波分析及其应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,1992.
- [4] 程正兴. 小波分析算法与应用[M]. 西安:西安交通大学出版社,1998.

THE APPLICATION OF THE WAVELET TRANSFORM TECHNIQUE TO DATA PROCESSING IN GPR

SHONG Wei-qi, WU Hua

(Petroleum University, Dongying 257061, China)

Abstract: The connection of the Georadar data sever and the characteristic points of the wavelet transform model is revealed by means of studying the features and rules of characteristic points of the seismic data wavelet transform model. Based on the above studies, the authors processed the characteristic points of the transform model at all levels. With these achievements, we can obtain better results in tackling the nonlinear problem.

Key words: wavelet transform;characteristic points of wavelet transform;Lipschitz index;Georadar data

作者简介:宋维琪(1964-),男,博士,现就职于石油大学 地球资源与信息学院,副教授,硕导,从事地球物理资料解释的教学和科研工作,发表论文数篇。