基于奇异值分解的 f-x-y 域滤波方法

冯兴强[1], 杨长春[2], 龙志祎[1]
(1. 北京城市学院 人工智能研究所, 北京 100083; 2. 中国科学院 地质与地球物理研究所, 北京 100029)

摘 要: 在简单回顾奇异值法压制随机噪音的基础上, 提出了基于奇异值分解的 f-x-y 域滤波方法。该方法是一种三维去噪方法, 它不需求取同相轴的倾角就可以去除倾斜同相轴的随机噪音, 同时还可以较好地保持地震信号的振幅。经理论模型试算表明, 该方法运算速度快, 效果明显, 是一种可行的去噪方法。

关键词: 三维地震; 奇异值法滤波; f-x-y 域; 随机噪音
中图分类号: P631.4　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-8918(2005)02-0171-03

众所周知, 去噪问题一直是地震数据处理中的一个十分重要的问题。为此人们提出了多种去噪方法, 奇异值分解滤波方法是其中的一种。自从奇异值分解被引入地球物理学以来, 许多学者在消除地震波场随机噪音方面进行了研究, 同时也提出了多种奇异值分解去噪方法, 如 SVD (singular value decomposition) 与 MCC (multiple channel correlation) 结合法、复杂构造地区的 SVD 去噪技术等。虽然这些方法可以有效地消除随机噪音, 但仍存在以下问题:

(1) 它们都是以二维的地震剖面作为处理对象, 通过对每个地震剖面进行处理实现去噪。而地质体是三维的, 如果将单一二维地震剖面作为处理单元, 势必会忽视某些有用的信息, 影响滤波结果。

(2) 在同相轴倾斜、弯曲时, 为了有效地消除随机噪音, 这些方法都必须先准确找出同相轴的倾角, 再沿着倾角方向进行奇异值分解滤波。而当噪音强度较大时同相轴的倾角是很难准确求取的, 如果不能准确地求取同相轴的倾角, 也就不能得到正确的滤波结果。

为了解决上述问题, 我们提出了基于奇异值分解的 f-x-y 域滤波方法, 该方法不仅是一种真正的三维滤波方法, 而且在同相轴倾斜、弯曲时不用求取同相轴的倾角就可以有效地消除随机噪音。

1　SVD 分解滤波方法的基本原理

设一地震剖面有 N 道地震记录, 每道地震记录的采样点数为 M。那么, 此 $N \times M$ 个数据可以用一个矩阵 X 来表示, 其元素为 $x_{i,j}$ ($i = 1, \cdots, N$ 为地震道数, $j = 1, \cdots, M$ 代表每道的时间采样点数), 即 X 可以用下式表示为

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1M} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2M} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{NM} \end{bmatrix}。\quad (1)$$

根据奇异值分解理论, X 的奇异值分解可以用

$$X = UEV^{\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{r} \sigma_i u_i v_i^{\mathrm{T}}, \quad (2)$$

表示。式中, r 是矩阵的秩; 上标 T 表示转置; u_i 是矩阵 XX^{T} 的第 i 个特征向量; v_i 是矩阵 $X^{\mathrm{T}}X$ 的第 i 个特征向量; U 是 XX^{T} 特征值对应的特征向量 u_i 矩阵, 该矩阵是一个 $N \times N$ 阶的正交矩阵; V 是 $X^{\mathrm{T}}X$ 特征值对应的特征向量 v_i 矩阵, 该矩阵是一个 $M \times M$ 阶的正交矩阵; E 是 XX^{T} (或是 $X^{\mathrm{T}}X$) 特征值的非负平方根 σ_i (即 X 的奇异值) 按递减顺序组成的对角阵, 为一 $N \times M$ 阶矩阵。

从 (2) 式的左端到右端, 奇异值分解可以看作是对 X 的正交分解过程, 当矩阵 X 的秩为 r 时, 矩阵 X 可以分解为 r 个图像的代数和, $u_i v_i^{\mathrm{T}}$ 是 X 的第 i 个本征图像。即

$$X_{N\times M} = (X_{N\times M})_1 + (X_{N\times M})_2 + \cdots (X_{N\times M})_r。\quad (3)$$

上式可进一步简化为

$$X = I_1 + I_2 + \cdots + I_r, \quad (4)$$

式中, $I_i = \sigma_i u_i v_i^{\mathrm{T}}$。由于从 (4) 式的左端到右端是一个分解过程, 那么从右端到左端自然就是一个重构

收稿日期: 2004-02-06
基金项目: 北京市教委项目资助 (KM200411232012)
万方数据

过程。由 SVD 理论知，矩阵 X 的范数为

$$\| X \| = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \cdots + \sigma_r^2)^{\frac{1}{2}}。\quad (5)$$

矩阵 X 的总能量可以表示为

$$\| X \|^2 = \sum_{i=1}^{r} \sigma_i^2。\quad (6)$$

由式(6)可以看出矩阵 X 经奇异值分解后，其总能量可以用奇异值平方和来表示。如果对地震数据进行奇异值分解，地震记录的总能量也可以用它的奇异值平方和表示。由于信号是有规律的，随机噪音是杂乱无章的，因此认为大奇异值对应的本征图像主要代表信号，小奇异值对应的本征图像主要代表噪音。而分解后的奇异值是按递减顺序排列的，我们可以选用前 k 个奇异值对应的本征图像来进行地震记录的重构，这样就可以有效地消除随机噪音。而重构的能量误差为

$$\varepsilon = \sum_{i=k+1}^{r} \sigma_i^2。$$

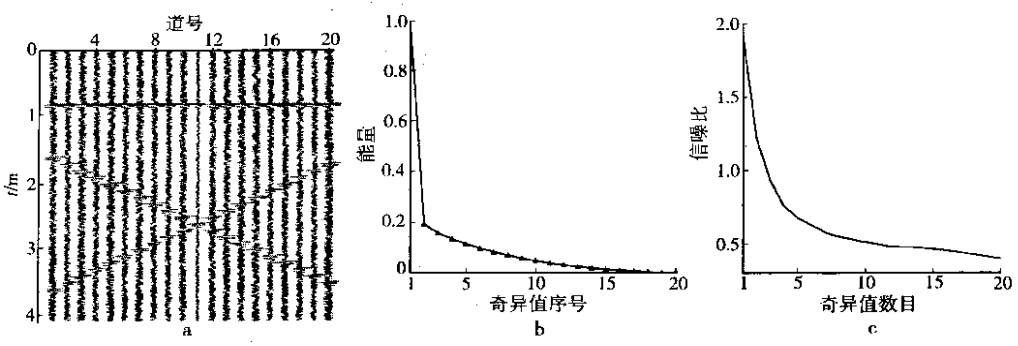
2　方法的思路和流程

上述分析表明，奇异值分解滤波是通过信号和噪音奇异值分布的差异来进行的。常规的奇异值分解滤波方法在同相轴倾斜时去噪效果不好，主要是因为常规的奇异值分解滤波方法在这种情况下不能将信号和噪音的奇异值分布分开，无法有效地去除随机噪音。为解决上述难题，我们提出了基于奇异值分解的 f-x-y 域滤波方法，在处理三维叠后地震数据时由原来分线按二维处理改为三维 f-x-y 域处理，通过扩大数据统计范围来充分利用各种信息，使得常规奇异值分解滤波方法所遇难题得到化解。

另外在对进行奇异值分解后的数据体重构时，选择多少个本征图像来进行重构是十分重要的。如果选择的本征图像数目过少，那么就会使信号受失，如选择的本征图像过多，那么噪音就不能被很好的消除。怎样才能选择合适数目的本征图像来进行地震记录的重构呢？笔者利用模型的奇异值与能量、信噪比的关系来选择参与重构的本征图像数目，现以下列模型为例说明(图 1)。

该模型为一 20 × 20 道的三维地震数据体，纵向地震剖面含有 1 个水平同相轴和 2 个交叉同相轴，其原始地震记录见图 1a。图 1b 表示该模型各奇异值所代表能量的分布；图 1c 是参与重构的奇异值数目与重构后地震剖面的信噪比之间的关系。从图 1b，c 中可以看出，第一个奇异值所代表的能量明显高于其他奇异值所代表的能量；利用第一个奇异值重构后的地震剖面的信噪比也是最高的，因此我们选取第一个奇异值来重构该模型。

该方法的基本流程如下：①首先选取需要处理的 $N \times M$ 道三维地震数据，同时对该数据体进行傅氏变换；②针对每一频率，将每道在该频率点上的数值组成 $N \times M$ 阶矩阵；③对矩阵 X 进行奇异值分解，同时利用上述方法选取前 k 个本征图像，利用公式(2)来重构矩阵 X；④用重构矩阵 X 的每个元素来代替每道的数值；⑤循环进行 2 ~ 4 步直到所有的频率执行完毕，之后进行反傅氏变换即可。



a—模型纵向剖面；b—各奇异值对应的能量分布；c—参与重构的奇异值数目与重构后剖面信噪比的关系

图 1　三维模型奇异值与能量、信噪比的关系

3　理论模型试算

为了直观形象地说明本方法的去噪效果，选用了 2 个模型来验证。模型试算表明，此方法在去除随机噪音时，可以使信号振幅得到有效的保持。

3.1　模型 1

该模型为一 20 × 20 道的三维地震数据体，纵向地震剖面含有一水平同相轴和 2 个交叉同相轴，其原始地震记录见图 2a，信噪比为 0.39。图 2b 是用本方法处理后的结果，从图 2b 中可以看出随机噪音大为减弱，同相轴没有畸变，经计算得出地震剖面的信噪比也提高到 2.4，说明该方法是一种有效的去噪方法。处理后的记录中被去掉的信号相对于原始信号所占的比例仅为 2.5%，保真度较高。

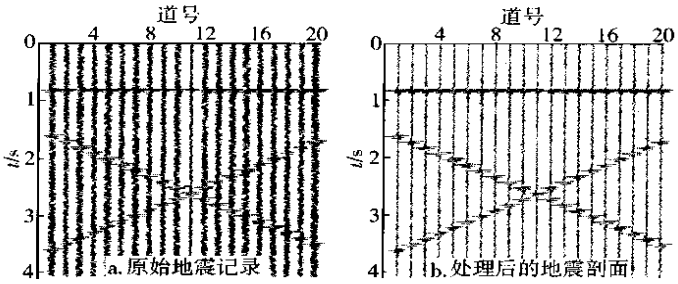


图 2　模型 1 纵向地震剖面

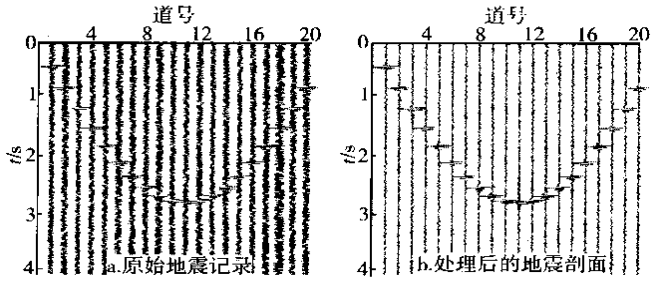


图 3　模型 2 纵向地震剖面

3.2　模型 2

该模型也是一道的三维地震数据体(图 3a),原始纵向地震剖面含有一个弯曲同相轴,噪音强度较大,原始信噪比为 0.148。经本方法处理后(图 3b),在同相轴弯曲的情况下也可以取得好的去噪效果,同时没有假轴产生,处理后地震剖面的信噪比也大为提高,达到 1.19。同时利用该方法处理后的记录中被去掉的信号相对于原始信号所占的比例为 3%,这也说明该方法是一种有效的去噪方法。

4　结论

本方法是一种基于奇异值分解的三维去噪方法,它不需要求取同相轴的走向就可以有效去除倾斜、弯曲同相轴中的随机噪音,保持信号的振幅。理论模型试算表明,该方法去噪行之有效。

参考文献:

[1]　钟本善,何昌礼,杨忠民. 复杂构造地区的 SVD 去噪技术[J]. 成都理工学院学报,2000,27(1):93 – 95.

[2]　陈遵德,段关友,朱广生. SVD 滤波方法的改进及应用[J]. 石油地球物理勘探,1994,29(6):783 – 792.

[3]　陆文凯,李衍达. SVD 分解提高地震资料的信噪比和分辨率[J]. 石油地球物理勘探,1998,33(增刊 1):145 – 149.

[4]　吴亚东,符溪,文鹏飞,等. 奇异值分解压制随机噪声的方法及应用[J]. 新疆石油地质,2003,24(2):144 – 146.

THE FILTERING METHOD IN f-x-y DOMAIN BASED ON SINGULAR VALUE DECOMPOSITION

FENG Xing-qiang[1], YANG Chang-chun[2], LONG Zhi-yi[1]

(1. *Artificial Intelligence Institute*, *Beijing City University*, *Beijing* 100083, *China*; 2. *Institute of Geology and Geophysics*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing*, 100029, *China*)

Abstract: Based on an analysis of the SVD method, the authors advance a filtering method based on singular value decomposition in f-x-y domain. The method is a true three demension. With this technique, it is not necessary to know the dip of the event when the random noise is eliminated. In addition, the amplitude of the event can be preserved. The results of data simulation show that, with its rapid operation time, this method is very effective.

Key words: three demension seismic exploration; singular value decomposition filtering; f-x-y domain; random noise

万方数据

作者简介:冯兴强(1975 –),男,汉族,河南南阳人,博士,现在从事信号处理和去噪方法研究,公开发表学术论文数篇。