

北京地球物理学会名誉理事长、本刊编委会顾问熊光楚教授与世长辞了,为了缅怀他为我国地球物理事业作出的贡献,特刊此文,以示哀思。

# 曲面上位场理论的两点注记

张庆合,蔡宗熹

(中国石化石油勘探开发研究院,北京 100083)

摘 要:将“磁化方向与磁场分量方向互换定理”推广到非均匀磁化的情况,给出 2 个证明。将从单层位出发求得的总场强沿任意方向的分量称为单层场强分量。广义偶层位就是单层场强分量。

关键词:曲面;广义偶层位;单层场强分量

中图分类号:P631 文献标识码:A 文章编号:1000-8918(2006)05-0453-03

熊光楚教授生前一直关心曲面上的位场理论研究,特别是互换定理的推广。现在该方面的研究已经取得了很好的结果,可一直未在刊物上发表。为表示对他的哀思与悼念,将曾经和熊光楚教授讨论过的一些理论问题在此一起发表。

## 1 互换定理的推广

我们已习惯于用  $U$  表示偶层位,用  $V$  表示单层位,这里笔者在利用联系磁位与引力位之间关系的泊松公式时,将泊松体的磁位与引力位亦使用  $U$  与  $V$  来表示,请加注意。

设  $M$  与  $\rho$  分别为同一泊松体的均匀磁化强度矢量与均匀密度,这时泊松公式可写成

$$\mathbf{M} \cdot \text{grad} V = -G\rho U, \quad (1)$$

其中  $G$  是万有引力常数。令  $M$  的单位矢量为  $t$ ,  $t$  的方向余弦为  $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ , 则

$$\mathbf{M} = Mt = M(\lambda_x \mathbf{i} + \lambda_y \mathbf{j} + \lambda_z \mathbf{k}), \quad (2)$$

而

$$\text{grad} V = \frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{k}, \quad (3)$$

故

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \cdot \text{grad} V &= M \left( \frac{\partial V}{\partial x} \lambda_x + \frac{\partial V}{\partial y} \lambda_y + \frac{\partial V}{\partial z} \lambda_z \right) = \\ &= M \frac{\partial V}{\partial t}, \end{aligned} \quad (4)$$

$\frac{\partial V}{\partial t}$  为引力位  $V$  在  $t$  方向的方向导数。记  $U_t$  为沿  $t$  方向磁化的泊松体的磁位,则泊松公式可改写为:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{G\rho}{M} U_t, \quad (5)$$

故有

$$\frac{\partial V}{\partial t_1} = -\frac{G\rho}{M} U_{t_1}, \quad \frac{\partial V}{\partial t_2} = -\frac{G\rho}{M} U_{t_2}. \quad (6)$$

又因为

$$\frac{\partial}{\partial t_2} \left( \frac{\partial V}{\partial t_1} \right) = \frac{\partial}{\partial t_1} \left( \frac{\partial V}{\partial t_2} \right), \quad (7)$$

故得

$$\frac{\partial U}{\partial t_2} U_{t_1} = \frac{\partial U}{\partial t_1} U_{t_2}. \quad (8)$$

式(8)表明存在着这样一条定理:  $t_1$  方向磁化物体产生的磁场沿  $t_2$  方向的分量等于  $t_2$  方向磁化物体产生的磁场沿  $t_1$  方向的分量。这条定理可称为“磁化方向与磁化分量方向互换定理”<sup>[1]</sup>,强调一句,以上是在均匀磁化条件下证明的。

磁法勘探主要是研究被掩盖的地质现象和磁性地质体,当其有一定埋深时,形态不规则和磁性不均匀的地质体引起的磁场,可近似地视为均匀磁化规则形体引起的磁场<sup>[2]</sup>。这是近似的,其误差很难估计。磁性地质体一般都是非均匀磁化的,互换定理中“均匀磁化”的条件大大地限制了其实际使用范围。“磁化方向与磁场分量方向可以互换”对非均

匀磁化磁性体到底成立不成立?侯重初同志生前多次提过这个问题,熊光楚教授生前也一直关心互换定理得推广。

定理:对任何非均匀磁化但有固定的同一磁化方向  $t_1$  的磁性体产生的磁场沿  $t_2$  方向的分量,等于当该磁性体的几何形状不变、各点非均匀磁化强度照旧、磁化方向转换为  $t_2$  方向所产生的磁场在  $t_1$  方向的分量。

证明:①一般磁法或物理教程在介绍泊松公式时<sup>[2]</sup>,都假定同一物体、均匀密度、均匀磁化这3个条件。吴宣志等研究员将泊松公式推广到  $M/\rho$  为常矢量的情况,并给予证明。换言之,当磁化强度矢量  $M$  的方向  $t_1$  保持不变,  $M = Mt_1$ 。磁化强度  $M$  可以是变化的,只要求  $M/\rho$  为常数时,泊松公式成立。②分析定理的内容,可知其前提和结论都与物体密度无关。虽然每一个磁性体不仅有磁性,还有密度。但当磁性体的非均匀磁化强度确定后,该物体的物质密度仍可以各不相同。我们虚拟一个该磁性体的物质密度,使其与磁化强度  $M$  成比例。或者说,将该磁性体的磁性物理现象移到另一空间形状完全相同的几何形体上,而该几何形体的密度是与磁化强度  $M$  成比例,即  $M/\rho$  为常数。③在①和②的前提下,使用式(1)及(8)的证明步骤,可知定理成立。

定理的另一个证明:磁性体的磁位有表达式<sup>[2]</sup>

$$U(p) = \iiint_V \frac{M \cdot r}{r^3} dv, \quad (9)$$

式中  $M$  是磁性体内每一点所定义的磁化强度矢量,  $r$  为磁偶极子到计算点  $p$  的矢径,  $V$  为磁性体所占的空间区域,  $dv$  为磁性体的体积元。

总场强  $T$  有表达式

$$T = -\text{grad}_p U = -\nabla_p U(p) = -\iiint_V \nabla_p \frac{M \cdot r}{r^3} dv. \quad (10)$$

由于

$$\nabla_p \frac{M \cdot r}{r^3} = \frac{1}{r^3} M + (M \cdot r)(-3) \frac{1}{r^5} r, \quad (11)$$

代入式(10)得

$$T = \iiint_V \left[ 3 \frac{r}{r^5} (M \cdot r) - \frac{M}{r^3} \right] dv, \quad (12)$$

因此,磁性体外任意点  $p$  的总场强  $T$  沿任意方向  $t_2$  的分量为

$$\Delta T(p, t_2) = t_2 \cdot T =$$

$$\iiint_V \left[ 3 \frac{r}{r^5} (t_2 \cdot r)(M \cdot r) - \frac{1}{r^3} t_2 \cdot M \right] dv. \quad (13)$$

由定理的条件,磁性体非均匀磁化,但磁化方向  $t_1$

固定不变,即  $M = M(m)t_1, m \in V$ ,将其代入式(13)得

$$\Delta T_1(p, t_2) = \iiint_V M(m) \left[ \frac{3}{r^5} (t_2 \cdot r)(t_1 \cdot r) - \frac{1}{r^3} (t_2 \cdot t_1) \right] dv, \quad (14)$$

$\Delta T_1(p, t_2)$  记  $t_1$  方向磁化的总磁场在  $t_2$  方向的分量。由于表达式对  $t_1, t_2$  两单位矢量完全对称,即交换  $t_1, t_2$  的位置,表达式不变,故在各点  $M$  的磁化强度大小  $M(m)$  照旧的条件下,有

$$\Delta T_1(p, t_2) = \Delta T_2(p, t_1). \quad (15)$$

定理得证。

## 2 广义偶层位与单层场强分量

Tadashi Nakatsuka 在文献[4]中指出:“许多作者研究了将不规则曲面上观测到的磁异常转换到另一曲面的方法。Bhattacharyya 和 Chan(1977)提出了一种新的换算方法,该方法将观测场换算到垂直于作为等效源曲面磁矩的分布。这个方法的高明思想是使用了与观测曲面相同的等效源曲面,对顺利地解决问题极为有利。可是 B. 和 C. 在他们的理论研究中犯了一个轻微的错误。”国内外学者曾多次引用(没有人提出异议),文献提出一个新思想,偶层位的磁偶极矩的方向不垂直于地形曲面,而是方向固定(垂向,即  $z$  方向),另一值得思考的问题是:什么原因促使计算精度得到了提高?

对于“偶极矩的方向不垂直于曲面  $S$ ,而是某固定方向”的问题。笔者思考了多年,查阅了10多本数学物理方程的经典著作和权威教材,以及彼得罗夫斯基的获奖教科书《偏微分方程讲义》和一些物理教科书,它们对于偶层位的定义都是:沿曲面的法线的正方向微分,即偶层位的偶极方向为曲面  $S$  的法线方向或垂直于曲面  $S$ 。文献[4]是一个创新,但有违数学界的习惯,有违于偶层位的一整套数学理论,极易造成混淆。从物理上考虑如何?我们曾写信向熊光楚教授请教,他及时给了我们回信并亲自到我们办公室与我们讨论。他有一条明确的意见:将两者分开,不要混为一谈、混淆不清。笔者接受了他的意见,将前者称为正规偶层位,后者称为广义偶层位。

什么原因使计算精度得到提高?这是熊光楚教授最关心的问题。笔者编制了一系列程序,并上机进行试验。本来就有从单层位出发的曲面上的位场转换程序和从偶层位出发的曲面上的位场转换程序,将从单层位出发求得的总场强沿任意方向的分

量 称为单层场强分量。从物理意义考虑或仔细观察数学表达式发现 ,广义偶层位就是单层场强分量 ,T. Nakatsuka 在文献[ 4 ]中未指出这一点。试验结果表明精度差不多 ,但由于程序过程很复杂 ,原因很多 ,不能一概而论 ,这与所用的计算方法关系很大。

3 结语

熊光楚教授对笔者的指导是多方位的 ,他对使用的“ 多重网格方法 ”提出过意见 ,认为计算工作量太大 ,积累误差也很大 ,用于处理实际资料有困难。笔者认为如果改用文献[ 5 ]和[ 6 ]提供的计算方法有可能改善曲面上位场转换的计算精度和计算

速度。

参考文献 :

[ 1 ] 侯重初 ,蔡宗熹 ,刘奎俊. 从偶层位出发建立曲面上的位场转换解释系统[ J ]. 地球物理学报 ,1985( 4 ) :410.  
[ 2 ] 谭承泽 ,郭绍雍. 磁法勘探教程[ M ]. 北京 :地质出版社 ,1984.  
[ 3 ] 吴宣志 ,刘光海 ,薛光奇 ,等. 傅立叶变换和位场谱分析方法及其应用[ M ]. 北京 :测绘出版社 ,1987.  
[ 4 ] Tadashi Nakatsuka. Reduction of magnetic anomalies to and from an arbitrary surface[ J ]. Geophysical Exploration ,1981 ,34( 5 ) 6.  
[ 5 ] Han T M. Numerical small parameter method for stiff ODEs[ J ]. BIT ,1983 23 :118.  
[ 6 ] Han T M ,Han Y. Solving implicit equations arising from Adams-Moulton method[ J ]. BIT 2002 42( 2 ) 336.

TWO NOTES FOR THE THEORY OF POTENTIAL FIELD ON CURVED FACE

ZHANG Qing-he , CAI Zong-xi

( Institute of Petroleum Exploration and Development ,SINOPEC ,Beijing 100083 , China )

**Abstract** Two arguments have been advanced in this paper by spreading the " theorem of interchange between magnetization direction and magnetic field component direction " to non-uniform magnetization. The component in any direction of the total field intensity figured out from the single horizon is called component of single-layer field intensity. The even horizon in a broad sense is just the component of single layer field intensity.

**Key words** :curved face ;even horizon in a broad sense ;component of single layer field intensity

作者简介 张庆合( 1956 - ) ,男 ,高级工程师 ,中国地质大学勘探地球物理硕士 ,现主要从事信息技术、地理信息系统的应用、勘探地球物理应用。

上接 452 页

**Abstract** :The variance cube technique is based on the statistic principle. The correlation of the seismic signals between the neighboring channels in the 3D seismic data body is used to calculate the variances of the sample spots and extract the discontinuous information in the data body ,with the purpose of recognizing such lithologic variation spots as small faults and collapse pillars. Exemplified by a mining area in a coalfield of Shanxi Province and based on testing various parameters of the variance cube ,this paper deals with the effects of such factors as the operation mode of the variance cube ,the channel number of the operation and the size of the time window upon the calculation results. With the achievements made by the authors ,the variance cube technique can yield relatively fine results in detecting such geological bodies as coal seam small faults and collapse pillars.

**Key words** :coal field 3D seismic exploration ,3D variance cube ,operation mode ,slice ,structure ,time window

作者简介 :作者简介 张新红( 1967 - ) ,女 ,河南省正阳县人 ,工程师 ,1990 年毕业于中国地质大学( 武汉 ) ,现从事煤田地球物理勘查工作 ,公开发表学术论文数篇。