

# 实信号快速傅立叶变换在地震信号处理中的应用

孙祥娥<sup>1,2</sup>, 詹毅<sup>1</sup>

(1. 成都理工大学 信息工程学院 四川 成都 610059; 2. 长江大学 电信学院 湖北 荆州 434023)

**摘要:**地震信号的数据量非常大,如果简单利用复序列快速傅立叶变换算法对地震信号进行处理,将会成倍增加数据量,增加计算量,因此针对地震信号这一实数序列,讨论实信号的快速傅立叶变换。文章提出了3种实序列的快速傅立叶变换算法,对运算量的减少进行了定量的分析,并对实际地震数据进行了计算,从分析及计算结果可以看出,这3种方法可以明显减少运算量,同时节省了计算机的存储空间。

**关键词:**地震信号处理;实信号;傅立叶变换;快速傅立叶变换

中图分类号:P631.4

文献标识码:A

文章编号:1000-8918(2006)06-0538-03

一般的快速傅立叶变换(FFT)算法通常是针对复数序列定义和推导的,而实际信号多数都是实信号,采样后成为实序列。在采用通常意义的复序列FFT算法时,将实序列作为复序列的实部,而对复序列的虚部置零。这样无疑增加了计算量,也多占用了一倍的内存空间。即使现代处理器的运算速度很高,仍然存在着迫切的要求去进一步减少运算数量和存储需求,目前大量研究的目的仍然是发展更加有效的计算方案。

对于地震信号而言,如果采样间隔为2ms,记录长度6s,单道记录就有3000个点,考虑到计算FFT的长度必须满足是2的整数幂的要求,单道信号将被补零到4096个样点,再加上复序列的虚部冲零,那么计算单道记录1500点的FFT时,实际计算的点数将达到8192点,是原始数据量的2.7倍,FFT运算量的大小与计算点数的平方成正比,所以从减少运算量,提高运算速度,以及充分利用计算机的存储空间而言,有必要讨论实信号的FFT算法。实际地震数据处理中,记录长度5~6s占绝大多数,目前采样率2ms占多数,在讨论地震道数据处理的数据量时,最好以多数情形为准。

## 1 方法改进

实序列FFT的实现有多种方法,文章中提到的3种方法可以减少运算量,同时减少计算机存储空间的使用。

### 1.1 直接计算实序列的FFT

序列 $x(n)$ 的离散FT为<sup>[1]</sup>

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk}, \quad k = 0, \dots, N-1,$$

考虑到 $x(n)$ 是实数序列,其FT的 $X(k)$ 具有共轭对称性

$$X(k) = X^*(N-k), \quad 1 \leq k \leq \frac{N}{2} - 1$$

式中,\*表示共轭。我们可以利用这种共轭对称性,对复序列的DIT-FFT算法进行改进,以减少计算量。

对于 $N$ 点DIT-FFT来说,第一级蝶形输入为实数,且进行的是2点DFT,所以第一级蝶形的输出仍然是实序列,长度变为4。第二级的蝶形由于进行的是4点DFT,所以输出为4点的共轭对称序列。第三级蝶形的输入不再是实数序列,但是输入是由2个共轭对称序列构成,需要讨论此时的蝶形输出是否还具备共轭对称性。

现在将第三级蝶形进行普遍性研究,讨论由2个 $N$ 点共轭对称序列 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 构成新的 $2N$ 点序列

$$x(n) = \begin{cases} x_1(n) & 0 \leq n \leq N-1 \\ x_2(n-N) & N \leq n \leq 2N-1 \end{cases}.$$

由共轭对称性,可知

$$x_1(n) = x_1^*(N-n), \quad x_2(n) = x_2^*(N-n),$$

对 $x(n)$ 作如图1所示的蝶形运算,则有

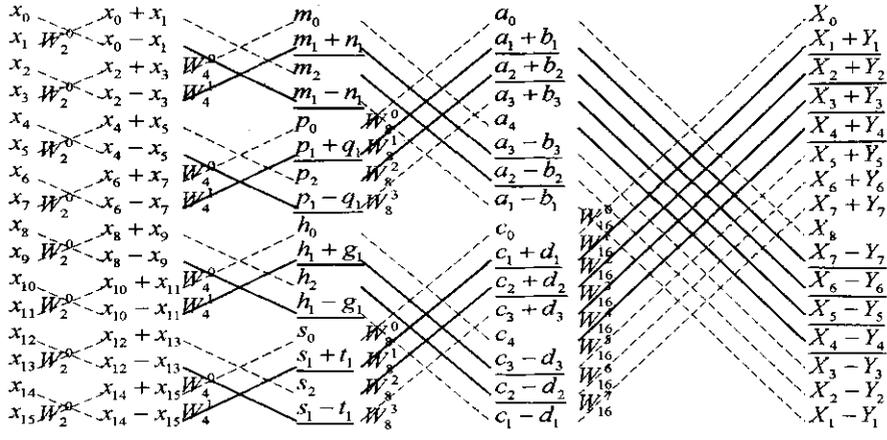
$$X(k) = x_1(n) + W_{2N}^k x_2(n),$$

$$X(N+k) = x_1(n) - W_{2N}^k x_2(n),$$

以及

$$X(N-k) = x_1(N-n) + W_{2N}^k x_2(N-n),$$

$$X(2N-k) = x_1(N-n) - W_{2N}^{N-k} x_2(N-n),$$



—需要计算的蝶形；- - - -不需要计算的蝶形

图1 16点实数序列FFT算法流程

有

$$X^*(2N - k) = [x_1(N - n) + W_{2N}^{N-k} x_2(N - n)]^* = x_1(n) - W_{2N}^k x_2(n)$$

$$\text{即 } X(k) = X^*(2N - k) \quad (1)$$

由式(1)可以看出,  $X(k)$ 也是共轭对称序列, 长度为  $2N$ 。在DIT-FFT的第三级及以后各级的蝶形, 由于输入的特殊性, 其输出仍然是共轭对称序列, 只用计算复序列FFT算法每一级蝶形的前  $(N/4) + 1$  个复数蝶形<sup>[2, 3, 1]</sup>, 而在这些蝶形中, 又可以不用计算旋转因子为  $W_N^0$ 的蝶形, 而直接进行加减运算。因此, 相对于复数序列FFT的运算, 参与整个实数FFT第  $m$  级蝶形运算的旋转因子将由  $2^{m-1}$  个  $W_{2^m}^r (r = 0, \dots, 2^{m-1} - 1)$  减少至  $2^{m-2}$  个  $W_{2^m}^r (r = 0, \dots, 2^{m-2})$ , 第  $m$  级参与计算的蝶形个数也将由  $2^{m-1}$  个减少到  $2^{m-2}$  个<sup>[4]</sup>。图1中实线表示需要计算的蝶形, 有下划线部分为参与蝶形运算的运算结果。

这样第一级不用作蝶形, 从第二级开始, 每一级参与运算的蝶形次数将由  $N/2$  减少到  $N/4$ , 所需的复乘次数为

$$(\log_2 N - 1) \frac{N}{4} = \frac{N \log_2 N}{4} - \frac{N}{4}$$

按照复序列计算所需的复乘次数为  $\frac{N}{2} \log_2 N$ , 二者运

算量的比为  $\frac{\log_2 N - 1}{2 \log_2 N}$ , 运算量减少一半还多。

### 1.2 用 $N$ 点复序列FFT计算 $2N$ 点实序列的离散FT

假设地震信号  $x(n)$  是长度为  $2N$  的实序列, 其离散傅立叶变换为

$$X(k) = \sum_{n=0}^{2N-1} x(n) W_{2N}^{nk}, \quad k = 0, \dots, 2N - 1$$

按照复序列FFT计算时的复乘次数是  $N \log_2(2N)$ 。为有效地减少计算  $X(k)$  的运算量, 将  $x(n)$  分为偶

数组和奇数组, 形成2个新序列  $x_1(n)$  和  $x_2(n)$ , 即

$$\begin{cases} x_1(n) = x(2n) \\ x_2(n) = x(2n + 1), \quad n = 0, \dots, N - 1 \end{cases}$$

然后将  $x_1(n)$  和  $x_2(n)$  组成1个  $N$  点复序列  $h(n)$

$$h(n) = x_1(n) + jx_2(n), \quad n = 0, \dots, N - 1$$

用FFT计算和  $h(n)$  的  $N$  点傅立叶变换  $H(k)$ , 并可表示为

$$H(k) = X_1(k) + jX_2(k), \quad n = 0, \dots, N - 1$$

根据复序列FT的性质, 序列实部的FT对应着序列FT的共轭对称部分, 序列虚部的FT(包含变量  $j$ )对应着序列FT的共轭反对称部分<sup>[1]</sup>, 所以有

$$\begin{cases} X_1(k) = \frac{1}{2} [H(k) + H^*(N - k)] \\ X_2(k) = \frac{j}{2} [H(k) - H^*(N - k)] \end{cases}$$

求得  $X_1(k)$  和  $X_2(k)$  后, 需要确定  $x(n)$  的  $X(k)$  与  $X_1(k)$  和  $X_2(k)$  的关系

$$X_1(k) = \text{DFT}[x(2n)] =$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} x(2n) W_N^{nk} = \sum_{n=0}^{N-1} x(2n) W_{2N}^{2nk},$$

$$X_2(k) = \text{DFT}[x(2n + 1)] =$$

$$\sum_{n=0}^{2N-1} x(n) W_N^{nk} = \sum_{n=0}^{N-1} x(2n) W_{2N}^{2nk},$$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(2n) W_{2N}^{2nk} =$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} x(2n) W_{2N}^{2nk} + \sum_{n=0}^{N-1} x(2n + 1) W_{2N}^{(2n+1)k} =$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} x(2n) W_{2N}^{2nk} + W_{2N}^k \sum_{n=0}^{N-1} x(2n + 1) W_{2N}^{2nk} \quad (2)$$

考虑到旋转因子的共轭对称性,  $W_{2N}^k = -W_{2N}^{k+N}$ , 可以利用下面的蝶形运算计算式(2)表示的  $X(k)$

$$\begin{cases} X(k) = F(k) + W_{2N}^k Q(k) \\ X(k + N) = F(k) - W_{2N}^k Q(k) \end{cases}$$

其中  $k=0, \dots, N-1$ 。这种方法需要计算该式所表示的  $N$  次蝶形和  $N$  点复序列 FFT, 所需的复乘次数为  $N+0.5N\log_2 N$  相对于  $2N$  点复序列 FFT 需要的复乘次数  $N\log_2(2N)$ , 复乘运算量的比值为  $\frac{\log_2 N + 2}{2\log_2 N + 2}$ , 减少近 50%。

### 1.3 用 1 个 $N$ 点复序列 FFT 同时计算 2 个 $N$ 点实序列离散 FT

假设  $x(n)$  与  $y(n)$  都是长度为  $N$  的实序列, 为计算其离散傅立叶变换  $X(k)$  与  $Y(k)$ , 我们将  $x(n)$  与  $y(n)$  组合成一个复数序列  $h(n)$

$$h(n) = x(n) + jy(n)$$

通过 FFT 运算可以获得  $h(n)$  的离散 FT 的  $H(k)$ , 即  $H(k) = X(k) + jY(k)$ 。

根据求得的  $H(k)$ , 并利用 DFT 的奇偶共轭性, 得到  $X(k)$  与  $Y(k)$  为

$$\begin{cases} X(k) = [H(k) + H^*(N-k)]/2 \\ Y(k) = 0.5[H(k) - H^*(N-k)] \end{cases}$$

这种方法将 2 个  $N$  点实序列的 FFT 用 1 个  $N$  点复序列 FFT 求得, 复乘的运算量减少 50%。

## 2 计算实例

在计算机上实际的单炮地震数据进行处理, 计算结果见表 1。

表 1 3 种实序列 FFT 计算方法与常规算法运算时间对比

| 数据量<br>道数 × 样点数 | 常规算法<br>t/s | 方法 1   |      | 方法 2   |      | 方法 3   |      |
|-----------------|-------------|--------|------|--------|------|--------|------|
|                 |             | t/s    | 提高度  | t/s    | 提高度  | t/s    | 提高度  |
| 1 × 4096        | 0.05        | 0.02   | 2.5  | 0.02   | 2.5  |        |      |
| 250 × 1024      | 2.954       | 1.393  | 2.12 | 1.813  | 1.63 | 1.612  | 1.83 |
| 250 × 2048      | 6.519       | 3.134  | 2.08 | 3.755  | 1.74 | 3.495  | 1.87 |
| 500 × 4096      | 28.771      | 14.173 | 2.03 | 16.243 | 1.77 | 15.182 | 1.90 |

## 3 结语

在 3 种直接计算实序列傅立叶变换的方法当中, 第一种直接计算实序列的快速傅立叶变换以及第二种用  $N$  点复序列的 FFT 计算 1 个  $2N$  点的实序列 FFT 的方法可以用来计算单道地震记录的傅立叶变换, 而第三种用  $N$  点复序列的 FFT 计算 2 个  $N$  点实序列的方法则可以用来同时计算 2 道地震记录的傅立叶变换。此外, 第一种方法需要重新编写运算程序<sup>[2]</sup>, 效果最好, 后面 2 种则可以利用现有的 FFT 算法实现。

利用上述 3 种计算实序列的快速傅立叶算法, 在将复乘次数减少到约 50% 的同时, 加大了加法的运算次数, 但对计算机而言, 乘法的运算周期远高于加法, 因此总的来说, 还是节约了数据处理的时间, 这对具有大量数据的地震信号, 尤其是对三维地震信号的处理, 无疑将极大的提高运算速度, 同时在节

约存储空间的基础上, 由于继续基于原位运算, 可以让更少的设备处理更多的数据, 节约了处理成本。

但是本文所提到的实序列的快速傅立叶算法, 仅仅适用于傅立叶的正变换, 对于傅立叶反变换而言, 由于需要虚部的参与, 这种方法还是不能使用, 因此本方法只能解决地震数据处理中傅立叶正变换的计算速度和存储空间的问题, 而反变换中的有关问题还有待进一步研究。

### 参考文献:

[1] 刘益成, 孙祥娥. 数字信号处理[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.  
 [2] 殷福亮, 朱爱军. 数字信号处理 C 语言程序集[M]. 沈阳: 辽宁科学技术出版社, 1997.  
 [3] 戴乐, 黄仕家, 孙桦. 一种改进的实信号 IFFT 算法[J]. 系统工程与电子技术, 2002(8).  
 [4] 胡广书. 数字信号处理——理论、算法与实现[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.

## THE APPLICATION OF THE FAST FOURIER TRANSFORM OF THE REAL SIGNAL TO THE PROCESSING OF SEISMIC SIGNAL

SUN Xiang-e<sup>1,2</sup> ZHAN Yi<sup>1</sup>

(1. College of Information Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China; 2. Electronic Information College of Yangtze River University, JingZhou 434023, China)

—Part III [ J ]. The Leading Edge ,1997 ,16( 8 ) 875. [ 4 ] 罗银河 ,刘江平 ,俞国柱. 叠前深度偏移评述 [ J ]. 物探与化探 ,  
 [ 3 ] 熊翥. 复杂地区地震数据处理 [ M ]. 北京 :石油工业出版社 , 2004 28( 6 ) 540.  
 2002.

## THE PRESTACK TIME MIGRATION TECHNOLOGY AND ITS APPLICATION

CUI Ru-guo<sup>1</sup> ,Qin Tian<sup>1</sup> ,Ling Xun<sup>2</sup> ,Jia Ming-cheng<sup>2</sup> ,DUAN Yun-qing<sup>1</sup>

( 1. Geo-detection Laboratory ,Ministry of Education ,China University of Geosciences ,Beijing 100083 ,China ; 2. Research Institute of Exploration and Development ,Xinjiang Branch Company of PetroChina ,Karamay 834000 ,China )

**Abstract :** The zero-offset (  $z_0$  ) section is an important achievement in seismic reflection imaging. The differences between the common midpoint ( CMP ) and the common reflection point ( CRP ) are discussed on the basis of the dome-like reflector model. In usual seismic data processing , we cannot get the correct  $z_0$  sections if oblique layers are imaged. However , the prestack time migration technique using CRP stacking can help us to obtain the correct  $z_0$  sections. This paper discusses the key steps in the application of such prestack time migration techniques as seismic data preprocessing , construction of migration-velocity field and CRP gather processing after migration. The processing effects are demonstrated with real data.

**Key words :** zero offset section ; common midpoint ( CMP ) gather ; common reflection point ( CRP ) gather ; stacking ; prestack time migration

作者简介 : 崔汝国 ( 1969 - ) ,男 ,高级工程师 ,一直从事地震勘探技术研究工作 ,现为中国地质大学 ( 北京 ) 在读博士研究生 ,公开发表学术论文数篇。

~~~~~  
上接 540 页

**Abstract :** The quantity of seismic signal data is very large. If merely composite succession FFT algorithm is used to process the seismic signal , the data quantity will be doubled and redoubled , and hence the calculation will become cumbersome. Aimed at the problem of the real succession of the seismic signal , this paper deals with the fast Fourier transform of the real signal. Three fast Fourier transform algorithms for real successions are put forward , a quantitative analysis for reducing the calculation work was made , and the practical seismic data were computed. It can be seen from the analytical and computation results that these three methods can obviously reduce the quantity of calculation and save the storage space of the computer.

**Key words :** seismic signal processing ; real signal ; Fourier transformation ; fast Fourier transform

作者简介 : 孙祥娥 ( 1970 - ) ,女 ,副教授 ,长江大学电信学院 ,成都理工大学博士研究生 ,研究方向为现代数字信号处理及其在石油勘探开发中的应用 ,公开发表学术论文数篇。