直流激电测深二维反演的若干问题研究

刘海飞¹,阮百尧²,吕玉增^{1,2}

(1. 中南大学 信息物理工程学院,湖南 长沙 410083;2. 桂林工学院 资源与环境工程系,广西 桂林 541004)

摘要:目前,激电数据的二维反演主要针对高密度激电数据,而对于常规的激电测深则很少涉及。据此,针对常规 激电测深二维反演所涉及到的一些技术难点进行探讨。在正演过程中,根据实测数据实现有限元网格自动剖分, 并采用双网格系统,用相邻节点电导率双线性连续进行有限元模拟,并对模拟的误差进行校正。在反演过程中,利 用互换原理和 Broyden 的方法计算偏导数矩阵;采用与奇异值分解算法精度相当的共轭梯度算法求解偏导数矩阵 方程。最后通过对模拟数据和实测数据进行反演试算,验证本计算方法是可行的。

关键词:二维反演;激电测深;偏导数矩阵;共轭梯度

中图分类号: P631 文献标识码: A 文章编号: 1000 - 8918(2007)01 - 0047 - 04

目前,国内外关于激电数据二维正反演方面的 研究较多^[1-6],并且正反演方法已基本趋于成熟,而 且还开发了较成熟的商业反演软件,但这些反演软 件基本上都是针对高密度激电数据进行反演,对常 规激电测深数据的反演谈及较少。这主要由于常 规激电测深电极距由小到大,使得有限元网格剖分 由密到疏呈现出不规则性,不方便正演模拟和反演。 而且常规激电测深对电极的利用率不高,不重复的 电极数较多,使得横向的网格剖分数较多;最大电极 距较大,使得纵向的网格剖分数较多,故节点总数很 大,因此正反演计算比较耗时。这些原因是使激电 测深二维反演应用到实际的一大障碍。

据此,在前人研究工作的基础上,对常规激电测 深二维反演所涉及到的一些技术难点进行探讨。在 正演过程中,根据实测数据进行有限元网格自动剖 分,并采用双网格系统,即用细网格进行正演模拟, 用粗网格反映地下电性特征;由于场源和边界的影 响,使得模拟结果存在误差,要对其进行校正,以提 高正演计算的精度。在反演过程中,依然采用最小 二乘线性迭代反演;利用互换原理和 Broyden 的方 法计算偏导数矩阵;采用与奇异值分解算法精度相 当的共轭梯度法求解偏导数矩阵方程。最后通过对 模拟数据和实测数据进行反演试算,验证该计算方 法的可行性。

1 最小二乘法反演的基本原理

采用最小二乘反演方法进行反演。在反演过程

收稿日期:2006-04-07

中,考虑到电阻率值变化范围较大,为了提高反演的 稳定性,视电阻率和模型电阻率参数使用对数值,这 样加入光滑约束的目标函数 φ 为

$$\varphi = \|\Delta d - A\Delta m\|^2 + \lambda \|C(m^{(k)} + \Delta m)\|^2,$$
(1)

上式右端第一项为通常的最小二乘法,第二项为光 滑约束项。其中, Δd 为数据残差矢量,其值等于实 测视电阻率的对数值与模拟的视电阻率的对数值之 差,即 $\Delta d_i = \ln \rho_{ai} - \ln \rho_{ci} (i = 1, 2, ..., n); m^{(k)}$ 为第 k 次迭代的模型参数向量, $m_j^{(k)} = \ln \rho_j^{(k)} (j = 1, 2, ..., m); \Delta m$ 为模型参数的改正向量, $\Delta m_j = \ln \Delta \rho_j (j = 1, 2, ..., m); A$ 为偏导数矩阵, $a_{ij} = \partial \ln \rho_{ci} / \partial \ln \rho_j, \rho_j$ 为第 j个网格节点的电阻率; λ 为拉格朗日乘数;C 为光 滑度矩阵。

然后将式(1)两端对 Δm 求导并令其等于零, 得到下面的线性方程组

 $(A^{T}A + \lambda C^{T}C) \Delta m = A^{T}\Delta d - \lambda C^{T}Cm^{(k)},$ (2) 式(2)也等效于下面的线性方程组

$$\left| \frac{A}{\sqrt{\lambda}C} \right| \Delta m = \left| \frac{\Delta d}{-\sqrt{\lambda}Cm^{(k)}} \right|$$
 (3)

将从方程组(3)中得到的模型修改量代入下式

$$m^{(k+1)} = m^{(k)} + \Delta m,$$
 (4)

便得到新的模型参数矢量 **m**^(k+1)。

对于极化率数据反演,依然根据 Seigel 体极化 理论,推导过程详见文献[4]。由于极化率反演是 在电阻率反演结束以后,再解一次线性方程组,因此 需要较少的计算量便可完成极化率反演。

2 反演过程中的正演模拟

反演的基础是正演。在最优化反演过程中,每 次模型修改后都要进行正演。为能更好地处理地下 复杂地质情况,采用相邻节点间电导率双线性连续 的有限单元法进行正演模拟^[5],具体计算过程不再 赘述。下面主要针对正反演所采用的网格系统和正 演模拟的误差校正2个问题进行探讨。

2.1 网格剖分

常规激电测深电极距的不规则性,使得网格剖 分在横向上呈现密、疏、密、…形态,不方便正演模 拟,所以选择双网格系统^[7-8],即用细网格进行正演 模拟,用粗网格进行反演,这样就可以很好地解决横 向网格剖分问题。在纵向上,粗细网格剖分形式相 同,并且从上到下,网格剖分间距由小到大。也就是 先给定首层网格间隔(要尽量小一些,以减少近场 源的影响),其余网格间隔按大于1的倍数(如1.2) 向下增加。在保证计算精度的情况下,减少网格剖 分数,可节省计算时间。

具体实现过程中,根据同一条测线上所有测深 点的相对位置构成横向上的粗网格,并根据测深点 所能达到的勘探深度,确定研究区域的纵向网格剖 分,那么就可以将粗线区域的网格用于反演来反映 地下电性特征的变化(图1)。对于正演网格,可以 根据每个测深点的供电和测量极距关系,并按照相 应的位置叠加到粗网格之上,便构成正演模拟网格。 为保证正演模拟的精度,在网格的左、右和下边缘做 一定程度的网格外延,这样就形成一套包括正演和 反演网格在内的整体网格剖分系统。



图1 垂向电测深二维反演网格剖分示意

2.2 场源和边界影响的误差校正

不论用何种数值模拟方法进行正演计算,都会 受到边界影响,因为计算区域不可能取无穷大,而实 际的区域却是无穷大。为了减少有限的边界对计算 精度带来的影响,在采取常规方法(外延网格)处理 后,又给出了误差校正公式

$$\rho_{ci} = s \frac{\rho_{ei}}{\rho_{si}}, \ i = 1, 2, \cdots, n \tag{5}$$

式中,s 为模型的背景电阻率; ρ_{ii} 为当地下空间电阻 率为背景电阻率时正演计算得到的视电阻率; ρ_{ii} 为 每次反演迭代正演模拟的视电阻率; ρ_{ii} 为校正后的视 电阻率;i为与实测视电阻率对应的模拟视电阻率的 序号,n为实测数据的个数。显然,如果正演计算方 法没有任何误差,且地形水平,则 $\rho_{ii} = s, \rho_{ii} = \rho_{ii}$ 。

经数值计算验证,用式(5)进行校正,不仅能够 消除有限边界带来的误差,而且还能提高场源附近 小极距的正演模拟的精度。

3 反演中偏导数矩阵的计算

在电阻率法的二维或三维反演过程中,需要计 算模拟视电阻率对模型参数的偏导数,它是电阻率 法二维或三维反演的核心问题,计算过程比较复杂, 并且常规计算偏导数矩阵的方法占用机时较长。 Tripp等^[1]和 Sasaki^[2]介绍了用互换定理米计算偏 导数矩阵的方法,阮百尧对其计算过程也给出了详 细的介绍^[9]。由于其计算过程仅仅是节点电位的 线性组合,所以计算量相对较少,并且已经取得了较 好的实际应用效果。但是,如果网格剖分节点数和 电极数较多,那么迭代一次所需要的总计算量将主 要集中在偏导数矩阵的计算上。因此,引入了偏导 数矩阵的近似计算技术(Broyden 1965),并且该方 法在电阻率二维反演中已经取得了较好的应用^[10]。 其近似计算公式如下

$$B_{i+1} = B_i + u_i p_i^{\mathsf{T}}, \qquad (6)$$

$$u_i = (\Delta y_i - B_i p_i) / p_i^{\mathsf{T}} p_i, \qquad \Delta y_i = y_{i+1} - y_i,$$

式中, B_i 为前一次迭代计算的偏导数矩阵; B_{i+1} 为利 用 B_i 近似计算的偏导数矩阵; p_i 为第i 次迭代模型 参数的改正量; y_i 和 y_{i+1} 分别为第i和i+1次迭代 的模拟视电阻率。计算时,由于偏导数矩阵的元素 是模拟视电阻率的对数对模型参数的对数的导数, 所以向量 p_i 和 y_i 要以对数形式参与计算。

采用上述偏导数矩阵的近似计算技术,可以大 大加快反演的速度。然而为确保每次迭代都能稳步 收敛,前两、三次迭代时,偏导数矩阵的计算最好采 用互换原理方法,然后在后续迭代中采用近似计算 方式。

4 反演中线性方程组的求解方法

在反演过程中,常常需要求解大型、超定且病态 的偏导数矩阵方程组,公认的、比较好的求解方法是

31 卷

奇异值(SVD)分解算法。该方法具有算法稳定、精 度高等优点^[11-12],缺点是运算量大,耗费机时,因此 许多学者开始寻找其他的有效方法——共轭梯度算 法(CG),并且得到了较好的应用^[13-14]。下面直接 给出用共轭梯度算法求解超定方程组的迭代步骤。

(1)初始向量 $x^{(0)} = 0, h^{(0)} = b, g^{(0)} = A^{T}, h^{(0)} = p^{(0)}, 终止条件 \varepsilon$ 。

(2)如果 || g⁽⁰⁾ || ≤ ε,终止,否则转入(3)。对
 于 j=0,1,…,n_{min},计算到第(9)步。

(3)
$$\alpha_{j} = [g^{(j)}, g^{(j)}] / [Ap^{(j)}, Ap^{(j)}]_{\circ}$$

(4) $x^{(j+1)} = x^{(j)} + \alpha_{j}p^{(j)}_{\circ}$
(5) $h^{(j+1)} = h^{(j)} - \alpha_{j}Ap^{(j)}_{\circ}$
(6) $g^{(j+1)} = A^{T}h^{(j+1)} - y^{(j+1)}_{\circ}$

(7)如果 || g^(j+1) || ≤ ε,终止,否则转入第(8)
 步。

(8)
$$\beta_{j+1} = [\mathbf{g}^{(j+1)}, \mathbf{g}^{(j+1)}] / [\mathbf{g}^{(j)}, \mathbf{g}^{(j)}]_{\circ}$$

(9) $\mathbf{p}^{(j+1)} = \mathbf{g}^{(j+1)} + \beta_{j+1}\mathbf{p}^{(j)}_{\circ}$

其中,[,]表示内积;*j*表示迭代序号;*g*和p分 别为梯度向量和共轭梯度向量; α_j 和 β_{j+1} 分别表示 x和y的修正因子。

为验证共轭梯度算法的有效性,用它对病态程 度较高的 Hilbert 矩阵构成的线性方程组进行求解, 并与奇异值分解算法进行对比,结果见图 2。从图 2a 中可以看出,虽然 CG 法比 SVD 法的求解精度略 低,但是由于反演是要经过多次迭代逐步逼近最优 解的,因此 CG 法的求解精度完全可以满足要求。



a一计算精度随方程阶数的变化关系;b一运算时间随方程 阶数的变化关系

图 2 CG和 SVD 算法性能对比

而从图 2b 中可以看出, SVD 法需要的计算时 间较多, 与方程的阶数近似呈指数递增; CG 法需要 的计算时间很少, 在奔四 1.7 GHz 的 PC 机上, 计算 500 阶的方程组仅需 0.39 s。所以选择 CG 法解形 如式(3)的矛盾方程组是可行的。

5 算例

为验证上述计算过程的正确性和可行性,对模 拟数据和实测数据进行了反演试算。

5.1 模拟数据反演

首先假定地下介质由 2 层组成,第一层底界面 深 5 m,电阻率为 50 Ω · m,极化率为 2%;第二层介 质电阻率为 10 Ω · m,极化率为 1%,并且在其内部 有 1 个电阻率为 1 000 Ω · m、极化率为 5% 的方形 柱体,其顶板和底板距地面分别为 12 m 和 50 m。 采用对称四极微分测深装置进行正演,电测深点数 10 个,间距 20 m,最大电极距 220 m,不重复电极数 207,横向网格节点 217,纵向网格节点 25。经过 6 次迭代反演后(前 2 次采用互换原理计算偏导数矩 阵,后 4 次采用 Broyden 技术),平均均方拟合差为 3.7%。电阻率和极化率的反演结果见图 3。从断 面图上可以看出,异常形态基本被反映出来,反演效 果较好。



a-电阻率反演结果;b-极化率反演结果 图 3 模拟数据反演结果

5.2 实测数据反演

图 4 为某工地水资源勘查实测数据的反演结 果。测量方式为对称四极等比测深(*MN/AB* = 1/ 5),测深点个数为 6,点距 20 m,最大电极距(*AB/*2) 为 350 m。经过 6 次迭代反演后(前 2 次采用互换 原理计算偏导数矩阵,后 4 次采用 Broyden 技术),



a一反演视电阻率断面;b一反演视极化率断面;c 实测视电阻率断面;d一实测视极化率断面

图4 实测数据的反演结果

平均均方拟合差为4.96%。可以看出,反演极大地 克服了原始数据"相位"滞后的缺点,在对地下异常 体的分辨能力上,也有了相当大的改善。资料解释 为仅浅部砂砾石层含水,中间低阻异常为泥质粉砾 岩的反应,深部高极化是由基底灰岩含碳质引起的, 与后期钻探结果相吻合。

6 结论

综合上述对直流激电测深正反演中一些问题的 讨论和反演算例对比,在正演过程中,将与供电和测 量点电极位置有关的多个测深点的局部网格剖分系 统按照相应的位置叠加起来,构成整体网格剖分系 统,实现了网格的自动剖分。吸取双网格系统的优 点,仅使用粗网格反映地下电性特征,达到了降低偏 导数矩阵方程组阶数的目的。在反演初始模型参数 为统一值的情况下,给出了误差校正公式以提高正 演模拟的精度。

在反演过程中,前2次反演迭代利用互换原理 计算偏导数矩阵,在后续迭代中采用 Broyden 的方 法近似计算偏导数矩阵,可极大提高整个反演速度。 偏导数矩阵方程组的求解采用共轭梯度算法,可节 省反演所用的时间,且能保证计算精度。

最终开发了实用的直流激电测深二维反演程 序。由于网格剖分的完全自动化,只需给定电测深 点的桩号、供电和测量电极距以及实测的视电阻率 和极化率数据,便可方便快捷地完成二维自动迭代 反演。

参考文献:

- Tripp A C, Hohmann G W, Swift C M. Two-dimensional resistivity inversion [J]. Geophysics, 1984, 49:1708.
- [2] Yutaka Sasaki. 3D Resistivity inversion using the finite-element method[J]. Geophysics, 1994, 59:1839.
- [3] 罗延钟,电子计算机在电法勘探中的应用[M]. 武汉,武汉地 质学院出版社,1987.
- [4] 阮百尧,村上裕,徐世浙.电阻率/激发极化率数据的二维反演 程序[J]. 物探化探计算技术,1999,21(5).
- [5] 阮百尧,三角单元剖分电导率分块连续变化点源二维电场有限元数值模拟[J].广西科学,2001,8(2).
- [6] 吴小平,汪彤彤.电阻率三维复杂结构的快速反演[J].煤Ш地 质与勘探,2001,29(2).
- [7] 阮百尧,徐世浙.二维直流电阻率测深曲线的快速反演[J].物 探与化探,1996,20(6).
- [8] Torres-Verdin, Druskin C, Fang V. A dual-grid nonlear inversion technique with applications to the interpretation of dc resistivity data[J]. Geophysics, 2000,65:1733.
- [9] 阮百尧. 视电阻率对模型电阻率的偏导数矩阵计算方法[J]. 地质与勘探,2001,37(6).
- [10] Loke M H, Barker R D. Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method[J]. Geophysical prospecting, 1996, 44:131.
- [11] 李家康,姜兰茵,刘宇.共轭梯度法和奇异值分解法与降元迭代 法的对比讨论[J].地球物理学报,1994,37,(]).
- [12] 周竹生,赵荷晴.广义共轭梯度算法[J].物探与化探,1996,20
 (5).
- [13] 吴小平,汪彤彤.利用共轭梯度方法的电阻率三维反演若干问题研究[J].地震地质,2001,23(2).
- [14] 周竹生,何继善,赵荷晴.利用广义共轭梯度算法水解地震道反 演问题[J].石油地球物理勘探,1998,33(4).

SOME PROBLEMS CONCERNING 2D INVERSION OF DIRECT CURRENT IP SOUNDING DATA

LIU Hai-fei¹, RUAN Bai-yao², LU Yu-zeng^{1,2}

(1. School of Info-Physics and Geomatics Engineering Central South University, Changsha 410083, China; 2. Department of Resources and Environment Engineering Guilin Institute of Technology, Guilin 541004, China) 下转 54 页

Abstract: Geostatistical inversion (GI) combines the advantages of stochastic modeling and seismic inversion, integrates geological, logging and seismic data, and delineates the reservoir more preciously. Constrained sparse spike inversion is conducted to predict the general distribution of reservoirs before GI, and the results including wavelet and 3D acoustic impedance (AI) can be used later. The inversion uses both well – log and seismic data. The inter-well AI is created by stochastic simulation, and the subsequent work includes (1) simulating an AI at the interwell point, followed by computing reflectivity series, (2) convolving it with the wavelet selected to simulate a local trace, and (3) implementing iterations to make the simulated and seismic trace reach a desired fit. The results are of multi-equiprobable 3D AI volume realization, which can be used for uncertainty evaluation. The inversion integrates the high resolution of logging and lateral directions of the seismic data. The results fit the geostatistical features of the input data, and are constrained by structural and stratigraphic earth models.

Key words: Geostatistical inversion; seismic inversion; stochastic simulation

作者简介:孙思敏(1967-),男,博士,讲师,从事地震资料解释与储层预测方面的教学与科研工作,公开发表学术论文数篇。

上接 50 页

Abstract: At present, the researches on 2D inversion of IP data mainly aim at the HD (high density) IP data, which is mainly due to the equivalent distances between neighboring poles during data collection. Under such a condition, the division of finite element grid is convenient and the forward and inverse operation is easy. In forward operation, the finite element grid is automatically divided according to the practical data, and dual – grid system is used. The finite element modeling with linear variation of conductivity within each block is done, and the error of modeling result can be modified. In inversion, the partial derivatives of the apparent resistivity with respect to model resistivity are calculated by means of the relationship between the source and receiver locations and Broyden's method. And it is solved by using the conjugate gradient method, in which the calculation precision is almost the same as that in the SVD method. Through inversing the modeling data and observed data, it is shown that the algorithms of this paper are workable. Key words; 2D inversion; IP sounding; partial derivatives matrix; conjugate gradient

作者简介:刘海飞(1975-),中南大学信息物理工程学院博士研究生,主要从事电磁法方面的资料处理及其正反演研究工作, 已发表学术论文6篇。