

# 航空重力数据窗函数法 FIR 低通数字滤波试验

郭志宏, 罗锋, 安战锋

(中国国土资源航空物探遥感中心, 北京 100083)

摘要: 采用窗函数法 FIR 低通数字滤波方法, 对 GT-1A 型航空重力系统的测量数据进行了滤波试验研究, 获得了一些有意义的结果。试验结果表明, 通过选择合适窗形、窗口长度和滤波参数, 窗函数法 FIR 低通数字滤波器是在航空重力数据的低通数字滤波处理中发挥应有的作用, 获得满意的效果。

关键词: 航空重力; 窗函数法; FIR (Finite Impulse Response); 低通数字滤波

中图分类号: P631 文献标识码: A 文章编号: 1000-8918(2007)06-0568-04

由于航空重力是在飞机这种高速运动载体上进行测量的, 因此飞机的高频振动将不可避免对重力仪测量数据和 DGPS 解算数据产生高频干扰影响。这种干扰的频率通常比由地球质量、密度和结构变化引起的重力加速度信号即重力异常的频率高很多, 而且是随机的。为尽可能消除或减弱这种高频干扰影响, 通常可采用有限脉冲响应 FIR (Finite Impulse Response) 低通滤波、无限脉冲响应 IIR (Infinite Impulse Response) 低通滤波、Kalman 滤波等技术进行低通数字滤波处理<sup>[1-4]</sup>, 从而提取出有用的航空重力异常信号。笔者采用窗函数法 FIR 低通数字滤波方法, 对 GT-1A 型航空重力系统获得的测量数据进行了滤波试验研究。

## 1 窗函数法 FIR 低通数字滤波

### 1.1 FIR 数字滤波器原理

假设理想低通滤波器的截止频率为  $\omega_c = 2\pi f_c$ , 且具有线性相位、群延时为  $\alpha$ , 即频率响应

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 \cdot e^{-j\omega\alpha}, & -\omega_c \leq \omega \leq \omega_c; \\ 0, & -\pi \leq \omega \leq -\omega_c, \omega_c \leq \omega \leq \pi. \end{cases}$$

表示成幅度函数和相位函数形式

$$H_d(e^{j\omega}) = H_d(\omega) \cdot e^{-j\omega\alpha}$$

则幅度函数

$$H_d(\omega) = \begin{cases} 1, & -\omega_c \leq \omega \leq \omega_c; \\ 0, & -\pi \leq \omega \leq -\omega_c, \omega_c \leq \omega \leq \pi. \end{cases}$$

在通带范围  $|\omega| \leq \omega_c$  内,  $H_d(e^{j\omega})$  的幅度为 1, 相位为  $-\omega\alpha$ ; 对应的时间域 (或空间域) 滤波函数为

$$\begin{aligned} h_d(n) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} H_d(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \\ &= \frac{\omega_c \sin[\omega_c(n-\alpha)]}{\pi \omega_c(n-\alpha)} \\ &= \begin{cases} \frac{\sin[\omega_c(n-\alpha)]}{\pi(n-\alpha)}, & n \neq \alpha, \\ \omega_c/\pi, & n = \alpha. \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

FIR 数字滤波器要求用有限长的单位冲击响应  $h(n)$  来逼近无限长的理想滤波器的单位冲击响应  $h_d(n)$ , 最常用和有效的方法就是用 1 个有限长 (长度为  $N$ ) 的“窗函数”序列  $w(n)$  来截取  $h_d(n)$  的主要成分<sup>[1-2]</sup>

$$h(n) = h_d(n) \cdot w(n), n = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (2)$$

实际上是用有限长的  $h(n)$  去逼近  $h_d(n)$ , 通过这种方式得到的频率响应  $H(e^{j\omega})$  近似于理想频率响应  $H_d(e^{j\omega})$  (在频率域内采用均方差最小准则逼近)。按照线性相位滤波器的约束要求,  $h(n)$  必须是偶对称的, 其对称中心应为它长度的一半, 即  $h(n) = h(N-1-n)$ , 而且  $\alpha = (N-1)/2$ ; 所以同时要求窗函数  $w(n)$  也必须是关于中心偶对称:

$$w(n) = w(N-1-n).$$

### 1.2 几种常见窗函数

(1) 矩形窗。长度为  $N$  的矩形窗函数

$$w(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1; \\ 0, & n \text{ 为其他值。} \end{cases}$$

● 周竖鑫, 刘浩军, 王守坦, 等. 航空重力测量预研究报告. 中国国土资源航空物探遥感中心, 2001.

收稿日期: 2007-07-10

基金项目: “863” 计划重大项目课题 (编号 2006AA06A202); 国土资源部创新人才工程“百名优秀青年科技人才”2004 年度资助项目

(2) 三角形窗 (Bartlett)。长度为  $N$  的三角形窗函数

$$w(n) = \begin{cases} 2n/(N-1), & 0 \leq n \leq (N-1)/2; \\ 2 - \frac{2n}{N-1}, & \frac{N-1}{2} < n \leq N-1; \\ 0, & n \text{ 为其他值。} \end{cases}$$

(3) 汉宁窗 (Hanning)。长度为  $N$  的汉宁窗函数

$$w(n) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi n}{N-1} \right), & 0 \leq n \leq N-1; \\ 0, & n \text{ 为其他值。} \end{cases}$$

(4) 海明窗 (Hamming)。为使得旁瓣更小, 可将汉宁窗改进成海明窗, 长度为  $N$  的海明窗函数为

$$w(n) = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi n}{N-1}, & 0 \leq n \leq N-1; \\ 0, & n \text{ 为其他值。} \end{cases}$$

(5) 布拉克曼窗 (Blackman)。为进一步有效抑制旁瓣, 可以再加上余弦的二次谐波分量, 得到长度为  $N$  的布拉克曼窗函数

$$w(n) = \begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N-1} + 0.08 \cos \frac{4\pi n}{N-1}, & 0 \leq n \leq N-1; \\ 0, & n \text{ 为其他值。} \end{cases}$$

(6) 凯泽窗 (Kaiser)。长度为  $N$  的凯泽窗函数为

$$w(n) = \begin{cases} \frac{I_0(\beta \sqrt{1 - [(n-\alpha)/\alpha]^2})}{I_0(\beta)}, & 0 \leq n \leq N-1; \\ 0, & n \text{ 为其他值。} \end{cases}$$

其中  $I_0(\beta)$  为第一类变形零阶贝塞尔函数,  $\alpha = (N-1)/2$ ,  $\beta$  是 1 个可自由选择的参数, 它可同时调整窗函数谱主瓣宽度与旁瓣幅值,  $\beta$  越大, 则窗函数  $w(n)$  变化越快, 变得越窄, 频谱旁瓣就越小, 但主瓣宽度相应增加。一般选择  $4 < \beta < 9$ , 相当于窗函数频谱旁瓣幅度与主瓣幅度的比值由 3.1% 变到

0.047%。而  $\beta=0$  时相当于矩形窗<sup>[1-2]</sup>。

### 1.3 窗函数 FIR 滤波器

前面几个窗函数都满足关于中心偶对称的线性相位滤波器的约束要求, 结合式(1)、式(2), 可以得到相应窗函数的 FIR 低通数字滤波器函数

$$w(n) = \begin{cases} h_c(n) \cdot w(n), & 0 \leq n \leq N-1; \\ 0, & n \text{ 为其他值。} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{\sin \left[ \omega_c \left( n - \frac{N-1}{2} \right) \right]}{\pi \left( n - \frac{N-1}{2} \right)} \cdot w(n), & 0 \leq n \leq N-1 \text{ 且 } n \neq (N-1)/2; \\ \frac{\omega_c}{\pi} \cdot w(n), & n = \frac{N-1}{2}; \\ 0, & n \text{ 为其他值。} \end{cases}$$

用该滤波器窗口对时间域(或空间域)长度为  $M$  的数据序列逐点进行窗口滑动卷积求和计算(实际处理时窗口中点作为输出计算点, 则一边损失半个滤波窗口数据), 就可获得 FIR 滤波后的数据

$$y \left( k - \frac{N-1}{2} \right) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cdot x(k-n),$$

$$k = N-1, N, N+1, \dots, M-1。$$

$h(n)$  为滤波器系数,  $x(n)$ 、 $y(n)$  分别为输入、输出数据序列。

## 2 窗函数 FIR 滤波试验

### 2.1 GT-1A 型航空重力数据

图1、图2分别为 GT-1A 型航空重力系统获得的 1 条原始未滤波和 100 s、60 s 滤波自由空气重力异常测线数据, 其中飞机的飞行速度约 60 m/s, 剖面图横轴为测线基准点号, 基准点间距约 30 m。

图1中 GT-1A 型系统航空原始未滤波自由空气重力测线数据的高频干扰非常之严重, 噪声幅度在  $(-5\ 000 \sim 5\ 000) \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  的大范围内变化, 而幅度通常只有百十毫伽的由密度和构造变化等地



图1 GT-1A 型航空重力系统原始未滤波自由空气重力测线数据

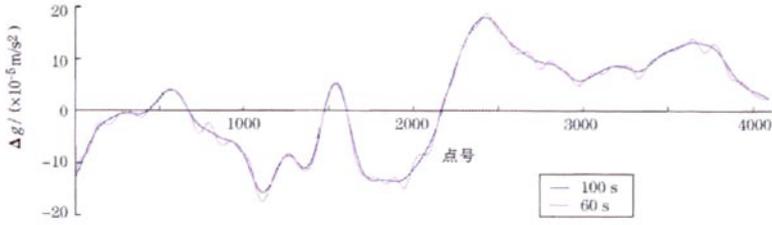


图2 GT-1A型航空重力系统100 s、60 s滤波自由空气重力测线数据

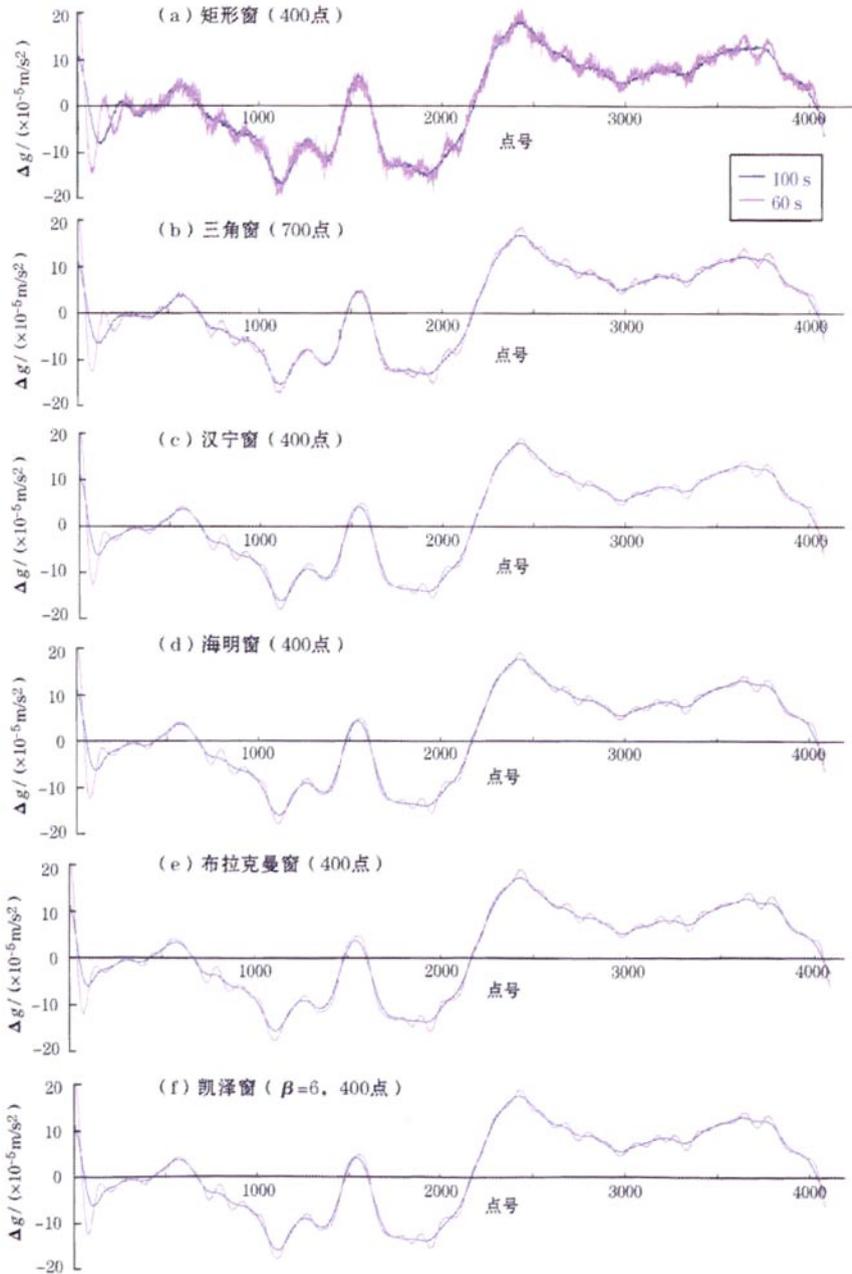


图3 几种窗函数 FIR 低通滤波截止波长100 s、60 s长度航空自由空气重力测线数据

质因素引起的重力异常信号(图 2)则完全淹没在高频干扰中。图 2 中的数据是采用 GT-1A 型航重系统自带软件模块由图 1 的航空原始未滤波自由空气重力测线数据获得的滤波数据,滤波后高频干扰已基本消除,油气和矿产地球物理勘查所需的重力异常则较好的显现出来。

## 2.2 几种窗函数 FIR 滤波试验

根据前面所给公式,研制了窗函数法 FIR 数字滤波计算软件,用各种窗函数 FIR 滤波器对图 1 的 GT-1A 航空原始未滤波自由空气重力测线数据分别进行了截止波长  $\lambda_c$  为 100、60 s(按  $v=60$  m/s 的航速计算,  $\lambda_c$  分别为 6、3.6 km,按  $f_c=v/\lambda_c$  计算<sup>[3]</sup> 的  $\lambda_c$  分别为 0.01、0.0167 Hz)的低通滤波试验计算,试验结果见图 3。为了图形对比方便,各剖面图中仍然保留了测线边部两端的半个滤波窗口数据,这些数据由于存在边部效应,因而不准确的,实际应用时应该去掉。从试验结果图可以看到,矩形窗和三角窗 FIR 滤波后异常整体形状虽然也与图 2 类似,但其上叠加了高频扰动,尤其是矩形窗 FIR 滤波结果,这就是通常所说的“吉布斯”振荡效应<sup>[1-2]</sup>。但如果在图 3a~b 的基础上,采用空间域非线性速率滤波方法<sup>[5]</sup>,用中国国土资源航空物探遥感中心的“空中探针”系统<sup>[6]</sup>中的滤波软件进一步处理,则可获得消除扰动后接近图 2 效果的异常数据。而从汉宁窗、海明窗、布拉克曼窗以及凯泽窗 FIR 滤波试验结果看,通过选择合适的窗口长度、截至波长等滤波参数,基本都获得了令人满意的效果。

表 1 不同滤波结果的差值统计

FIR 低通滤波	窗口宽度 点数	$\lambda_c$ × 60 m	$A_{max}$	$A_{min}$	$\bar{A}$	$S$
矩形窗	900	100s	2.08	-2.00	-0.22	0.67
		60s	5.05	-4.32	-0.02	1.10
三角窗	700	100s	1.35	-1.55	-0.26	0.64
		60s	1.52	1.60	-0.05	0.51
汉宁窗	400	100s	0.40	-0.89	-0.16	0.28
		60s	0.62	-0.69	0.00	0.29
海明窗	400	100s	0.36	-0.73	-0.17	0.26
		350	60s	0.66	0.75	0.01
布拉克曼窗	400	100s	0.75	-1.26	-0.22	0.44
		60s	0.78	-0.88	0.00	0.31
凯泽窗	400	100s	0.36	0.88	-0.18	0.29
		60s	0.71	-0.75	0.00	0.29

注:  $A_{max}$  为最大差值,  $A_{min}$  为最小差值,  $\bar{A}$  为平均差值,  $S$  为均方差值; 差值单位为  $10^{-5} \text{ m/s}^2$ 。

表 1 为图 3 所示的各种窗函数 FIR 低通滤波截止波长 100、60 s 长度航空自由空气重力测线数据与图 2 所示的 GT-1A 型航空重力系统 100、60s 滤波自由空气重力测线数据(作为标准)的比较,即通过两者之差值的统计结果来衡量吻合程度。从统计表中可以看到,除了矩形窗、三角窗外,其他几种窗函数 FIR 低通滤波结果的差异值都在  $\pm 1 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  以内,均方差值则多数为  $0.3 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  左右,可见吻合程度还是比较好的。

## 3 结论

(1) 通过选择合适的窗形、窗口长度、滤波参数,窗函数法 FIR 低通数字滤波器可以在航空重力数据的滤波处理中发挥应有的作用。

(2) 为了获得与 GT-1A 型航空重力系统 100 s、60 s 低通滤波(航速 60 m/s)对应的自由空气重力测线数据,所选择汉宁、海明、布拉克曼、凯泽窗的长度通常为 400 点(2 Hz 采样率),FIR 低通滤波对应的截止频率分别为 0.01 Hz、0.0167 Hz。

(3) 窗函数法不但可以设计 FIR 低通滤波器,还可设计 FIR 高通、带通、带阻滤波器等。通常 1 个高通滤波器相当于 1 个全通滤波器减去 1 个低通滤波器,1 个带通滤波器相当于 2 个低通滤波器相减,而 1 个带阻滤波器相当于 1 个低通滤波器加上 1 个高通滤波器。

(4) 除了窗函数法 FIR 低通滤波器,其他诸如等波纹法 FIR 低通滤波器、无限脉冲响应 IIR 低通滤波、Kalman 滤波等方法均可用于航空重力数据的滤波处理中,这些工作有待以后的进一步试验研究。

## 参考文献:

- [1] 陈玉东. 数字信号处理[M]. 北京:地质出版社,2005.
- [2] 王华奎,张立毅. 数字信号处理及应用[M]. 北京:高等教育出版社,2004.
- [3] 孙中苗,夏哲仁. FIR 低通差分器的设计及其在航空重力测量中的应用[J]. 地球物理学报,2000,43(5):850.
- [4] 邓自立. 卡尔曼滤波与维纳滤波[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2001.
- [5] 郭志宏,刘浩军,熊盛青. 平面网格位场数据的空间域非线性速率滤波方法[J]. 地球物理学进展,2003,18(1):134.
- [6] 刘浩军,薛典平,郭志宏,等. 航空物探软件系统研制[J]. 物探与化探,2003,27(2):146.

## THE DEVELOPMENT OF THE MANUAL COMPUTER INTERACTION AEROMAGNETIC TANGENT METHOD SYSTEM

HUANG Xu-zhao, GUO Zhi-hong, XU Kun

(China Aero Geophysical Survey and Remote Sensing Center for Land and Resources, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The manual computer interaction aeromagnetic tangent method system is designed according to the flowchart of the manual tangent method. It combines manual experience and wisdom with strong computer power in calculating, consulting tables and processing graphs. It has many useful functions. Single profiles or multiple profiles can be displayed, zoomed and moved; characteristic lines and points can be protracted automatically and amended by manual computer interaction; depth, width and magnetization of magnetic body can be calculated automatically; results can be saved and displayed; visualization and work efficiency are improved considerably. Therefore, a great deal of work can be reduced. It also provides different means for effective interpretation of aeromagnetic anomaly. This system is developed with the VC++ development tool and is object-oriented. It can be applied on the win32 system.

**Key words:** manual computer interaction; tangent method; aero-magnetic anomaly; depth calculation; visualization

**作者简介:** 黄旭钊(1962-),女,教授级高级工程师,现从事航空物探解释与方法应用研究工作。主持开发了“建立在GIS平台上的航空物探综合解释系统”和“航磁异常人机交互深度计算软件”。发表论文数篇。

---

上接 571 页

## EXPERIMENTAL RESEARCHES ON FIR LOWPASS DIGITAL FILTERS BASED ON WINDOW FUNCTIONS OF AIRBORNE GRAVITY DATA

GUO Zhi-hong, LUO Feng, An Zhan-feng

(China Aero Geophysical Survey and Remote Sensing Center for Land and Resources, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Using FIR (Finite Impulse Response) lowpass digital filters based on window functions, the authors conducted experimental researches on the filtering of airborne gravity data, and obtained some useful results. By selecting proper window shape, window length and filter parameters, the window functions FIR lowpass digital filters can attain a good filtering effect on airborne gravity data.

**Key words:** airborne gravity; window functions; FIR (Finite Impulse Response); lowpass digital filters

**作者简介:** 郭志宏(1965-),男,1988年研究生毕业于长春地质学院应用地球物理系,博士,中国国土资源航空物探遥感中心教授级高工,主要从事物探重磁方法技术研究。