

基于坐标转换数据的面积计算分析

尹辉增

(石家庄铁路职业技术学院,石家庄 050041)

摘要:在地籍管理中,宗地面积是宗地多边形的重要属性。在测量数据处理过程中,经常利用坐标转换得到实际应用数据。本文推导了坐标转换前后宗地多边形面积的关系式,提供坐标转换后面积的简便快捷计算方法,通过示例分析,得到影响转换后面积变化的因素,检验坐标转换方案和转换参数的正确性。

关键词:地籍管理;坐标转换;面积计算;转换参数

中图分类号:P 282.2 文献标识码:A 文章编号:1001-070X(2005)03-0027-03

0 引言

在测量数据处理过程中,为了满足不同部门、不同业务的需求,经常会遇到测量数据在不同坐标基准间的转换问题,如在规划国土部门,获取矢量 GIS 坐标数据的重要来源是地图数字化,可通过坐标转换来削弱数字化仪(或扫描仪)与地面坐标系不一致及图纸的变形等系统误差的影响^[1]。另外,为了实现城市基础数据共享,经常需要进行国家坐标系与地方坐标系间的数据转换和来源于不同部门间的数据转换等。规划国土职能部门对土地资源实施管理,地块面积是宗地的重要属性,是地籍管理的重要内容,因而,不同基准测量数据的坐标转换对地块面积的影响非常重要。本文基于坐标转换数据推导区域面积在转换前后的关系式,合理选择坐标转换方案,减小系统误差的影响,并根据面积的变化判别转换参数的正确性。

1 平面坐标转换的一般方法

坐标变换一般是采用相似变换模型,即选择常用的 4 个参数,通过旋转、平移和统一尺度来实现。

假设 P_i 点转换前的坐标为 $P_i(X_i^t, Y_i^t)$, 转换后的坐标为 $P_i(X_i^s, Y_i^s)$, i 为点编号, t, s 分别表示转换前后的标志。转换关系为

[X_i^s; Y_i^s] = [a; b] + [c d; -d c][X_i^t; Y_i^t] (1)

式中 a, b 是尺度平移参数; c, d 是尺度旋转参数^[2]。根据参数 a, b, c, d 可以确定坐标转换的一般转换参数,即

{(1+m)Δx = a; (1+m)Δy = b; (1+m)cos α = c; (1+m)sin α = d} (2)

式中 $(Δx, Δy)$ 为平移参数; $α$ 为旋转参数; m 为尺度参数。

根据两个以上(含两个)转换前后的公共点坐标,利用经典最小二乘法求出参数 a, b, c, d , 从而利用参数 a, b, c, d 即可进行坐标相互转换。文献[1]对坐标转换的不同平差模型和平差方法进行了详细介绍。

2 坐标转换后的面积计算公式推导

2.1 利用点坐标计算多边形面积公式

假设有 n 边形, 顶点坐标转换前记为 $P_i(X_i^t, Y_i^t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$), 该多边形的面积为

S = 1/2 * sum_{i=1}^n X_i^t (Y_{i+1}^t - Y_{i-1}^t) (3)

或 S = 1/2 * sum_{i=1}^n Y_i^t (X_{i+1}^t - X_{i-1}^t) (4)

式中, 当 $i = 1$ 时, $X_0^t = X_n^t, Y_0^t = Y_n^t$; $i = n$ 时, $X_{n+1}^t = X_0^t, Y_{n+1}^t = Y_0^t$ 。当 S 计算值为负值时, 需取绝对值。

2.2 坐标转换后面积公式推导

如果将 2.1 节中多边形的顶点坐标转换后记为 $P_i(X_i^s, Y_i^s)$, 则转换后坐标为

$$\begin{cases} X_i^s = a + cX_i^t + dY_i^t \\ Y_i^s = b - dX_i^t + cY_i^t \end{cases} \tag{5}$$

将式(5)代入式(3)或(4)得

$$S^s = \sum_{i=1}^n X_i^s(Y_{i+1}^s - Y_{i-1}^s)/2 = \sum_{i=1}^n (a + cX_i^t + dY_i^t)[(b - dX_{i+1}^t + cY_{i+1}^t) - (b - dX_{i-1}^t + cY_{i-1}^t)]/2 \tag{6}$$

根据式(6)推导坐标转换后的面积计算通用公式非常烦琐, 为了简化推导过程, 本文采用多边形分割的方法进行推导计算。如图 1 所示, 任何一个多

边形都可以被分解为若干个三边形之和。
由图 1 可知

$$S = \sum_{j=1}^{n-2} S_j, n \geqslant 3 \tag{7}$$

式中 n 是多边形的边数; S_j 为由多边形分解的三边形的面积。

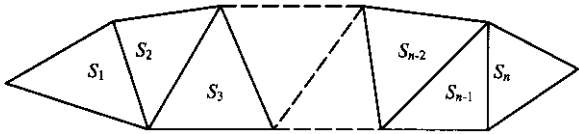


图 1 多边形分解为若干个三角形

$$S_j = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 X_i^s(Y_{i+1}^s - Y_{i-1}^s) = \frac{1}{2} \{ (a + cX_1^t + dY_1^t)[(b - dX_2^t + cY_2^t) - (b - dX_3^t + cY_3^t)] + (a + cX_2^t + dY_2^t)[(b - dX_3^t + cY_3^t) - (b - dX_1^t + cY_1^t)] + (a + cX_3^t + dY_3^t)[(b - dX_1^t + cY_1^t) - (b - dX_2^t + cY_2^t)] \} \tag{8}$$

将式(8)展开合并后得

$$S_j^s = \frac{1}{2}(c^2 + d^2)[X_1^t(Y_2^t - Y_3^t) + X_2^t(Y_3^t - Y_1^t) + X_3^t(Y_1^t - Y_2^t)] = (c^2 + d^2)S_j^t \tag{9}$$

由式(9)、(7)、(6)可得

$$S^s = (c^2 + d^2)S^t \tag{10}$$

将式(2)代入式(10)得

$$S^s = (1 + m)^2 S^t \tag{11}$$

经推导可得以下结论:

- (1) 在相似变换模型中, 转换后的多边形面积 S^s 等于转换前面积 S^t 的 $(c^2 + d^2)$ 倍;
- (2) 在一般变换模型中, 转换后的多边形面积 S^s 等于转换前面积 S^t 的 $(1 + m)^2$ 倍;
- (3) 区域多边形顶点坐标进行转换时, 如果公共点个数大于 2, 应该根据公共点的分布和精度选取参与平差的点, 从而确定适合的坐标转换参数;
- (4) 如果坐标转换后面积变化较大, 应及时检查转换前数据的准确性和转换方案是否合适。

3 示例验证

为了简化计算, 本文取某宗地部分界址点的数字化坐标进行检算, 已知数据如表 1 所示, 几种不同坐标转换方案的结果比较见表 2。

表 1 宗地的已知坐标数据

界址点	数字化坐标		实际坐标		备 注
	X_i^t/m	Y_i^t/m	X_i^s/m	Y_i^s/m	
P_1	4 031. 721	257. 794	4 031. 694	257. 773	公共点
P_2	4 069. 340	235. 548	4 069. 329	235. 520	公共点
P_3	4 072. 550	205. 050			非公共点
P_4	4 046. 566	178. 083			非公共点
P_5	4 003. 698	209. 364	4 003. 681	209. 426	公共点
P_6	4 007. 784	243. 370			非公共点

表 2 几种坐标转换方案结果比较^①

坐标转换方案	转换参数	转换后坐标			面积/m ²	转换前后 面积差/m ²
		P_i	X_i^s/m	Y_i^s/m		
方案 1 : 以 $P_1 \dots P_5$ 公共点 求解转换参数	$a = -0.001\ 5$ $b = 0.000\ 2$ $c = 0.999\ 995\ 706$ $d = 0.000\ 001\ 203$	P_1	4 031. 702	257. 788	3 627. 559	-0. 031
		P_2	4 069. 321	235. 542		
		P_3	4 072. 531	205. 044		
		P_4	4 046. 547	178. 078		
		P_5	4 003. 680	209. 358		
		P_6	4 007. 766	243. 364		
方案 2 : 以 $P_1、P_2$ 公共点 求解转换参数(公共点坐 标不变)	$a = -1. 614$ $b = -0. 3\ 187$ $c = 1. 000\ 396\ 65$ $d = -0. 000\ 048\ 5$	P_3	4 072. 541	205. 010	3 630. 468	2. 878
		P_4	4 046. 548	178. 031		
		P_5	4 003. 662	209. 322		
		P_6	4 007. 748	243. 342		
		下方数据				

万方数据

续表						
坐标转换方案	转换参数	转换后坐标			面积/m ²	转换前后 面积差/m ²
		P_i	X_i^*/m	Y_i^*/m		
方案 3：以 P_1 、 P_5 公共点 求解转换参数(公共点坐 标不变)	$a=5.358\ 8$ $b=2.7\ 037$ $c=0.998\ 626\ 554$ $d=0.000\ 588$	P_2	4 069.284	235.535	3 617.634	-9.956
		P_3	4 072.436	205.077		
		P_4	4 046.472	178.163		
		P_6	4 007.781	243.383		
方案 4：以 P_2 、 P_5 公共点 求解转换参数(公共点坐 标不变)	$a=1.302\ 1$ $b=5.006\ 0$ $c=0.999\ 607\ 024$ $d=0.001\ 214\ 319$	P_1	4 031.752	257.803	3 624.745	-2.845
		P_3	4 072.501	205.030		
		P_4	4 046.494	178.105		
		P_6	4 007.807	243.414		

① 转换前面积 = 3 627.590

示例验证表明：

(1) 根据不同方案的坐标转换结果,利用式(6)和式(10)分别计算宗地面积,结果完全一致,证明式(10)关系成立。

(2) 坐标转换引起宗地面积的变化主要有两个影响因素：转换前测量数据的精度,即转换方案中公共点的点位精度直接影响转换后面积的变化；转换方案中公共点选取的合理性,选取公共点不同的转换方案,转换后面积的变化也不同。

(3) 通过求定的转换参数,利用式(10)可以快速简捷地计算转换后面积,从而根据转换前后的面积差判断转换选取方案是否合适。示例中除方案 1 面积变化较小外,其它方案面积变化均较大,因此方案 1 为合理方案。

4 结语

宗地面积是国土资源规划的重要指标之一,无

论按照何种方式获取数据,在坐标转换为应用平台的实际数据过程中,转换前后面积变化的大小,可以作为检验坐标转换模型合适与否的依据。本文经过推导论证,得出坐标转换前后的面积变化关系,适合于不同的转换模型,可以方便快捷地计算转换前后面积差和面积精度,同时,为 GIS 数据中界址点坐标更新提供了重要的检验依据。

参考文献

[1] 黄加纳,等. 地图数字化的坐标转换及数据的精度与相关性[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2001,26(3):213-216.

[2] 姚宜斌. 平面坐标系统相互转换的一种简便算法[J]. 测绘信息与工程,2001(1):1-3.

[3] 武汉大学测绘学院测量平差学科组编著. 误差理论与测量平差基础[M]. 武汉:武汉测绘科技大学出版社,2001.

CADASTRAL PARCEL AREA CALCULATION BASED ON COORDINATE COVERSION DATA AND ITS APPLICATION TO THE CADASTRAL MANAGEMENT SYSTEM

YIN Hui - zeng
(Shijiazhuang Institute of Railway Technology , Shijiazhuang 050041 , China)

Abstract :In data processing ,data are usually obtained through coordinate conversion. The cadastral parcel is one of the most important objects ,and the area of a parcel is the key attribute with legal authorization. However ,the parcel area based on the conversion data is different from the original area. In this paper ,the authors have developed a relational equation of area computation with coordinate conversion parameters ,which is a simple and convenient method for area computation. Theoretical analysis and case studies show the correctness of the equation of area calculation with coordinate conversion parameters. It is concluded that the area conversion parameters in area adjustment are easier to be detected and hence the scheme of the coordinate conversion can be selected correctly.

Key words :Cadastral management ;Coordinate conversion ;Parcel area calculating ;Conversion parameters

作者简介:尹辉增(1970 -) ,男 ,河北唐山市人 ,讲师 ,硕士 ,现主要从事专题地理信息系统研究。

(责任编辑：刁淑娟)