

文章编号: 1001-4810(2002)03-0182-06

上海市浦西地区地下水三维数值模拟^{*}

卞锦宇¹, 薛禹群¹, 程 诚¹, 朱桂娥², 何 芳¹

(1. 南京大学地球科学系, 江苏 南京 210093; 2. 江苏省太湖水利规划处, 江苏 苏州 215128)

摘 要 以上海市浦西地区第二承压含水层和第三承压含水层为例, 利用实际资料以及部分插值的方法, 建立了该区地下水系统完整三维数学模型, 较好地解决了相对隔水层缺失区越流系数无法调试的问题, 为上海市整个地下水含水系统建立完整三维水流模型以及沉降模型奠定了基础。

关键词 准三维模型; 完整三维模型; 隔水层缺失区; 三维数值模拟; 等参有限元
中图分类号 P641.2 **文献标识码** A

1 研究目的

上海是我国最大的经济中心和航运中心, 并初步确立起了集经济、金融、贸易、航运为一体的国际经济中心城市的地位。但由于上海的迅速发展, 人类不断地向自然索取各种资源, 包括地下水的开采, 导致了一系列环境地质问题^[1], 如地面沉降、地下水位下降与资源枯竭、地下水污染等, 对当地的经济建设产生了不可忽视的影响, 所以有必要对上海的地下水资源进行进一步的评价。

在以往的地下水资源评价中, 主要根据地下水动力学原理及太沙基理论, 对地下水流场及各土层的变形建立了准三维流数学模型, 计算了上海市各含水层地下水可开采量, 给合理开采地下水提供了较为准确的依据, 但计算中同时也存在一些问题, 如模型忽略了水流的垂向上联系, 尤其是在隔水层缺失区的三维流特征。相对隔水层缺失的一些地区, 上、下两个含水层直接沟通, 这样的地区在准三维模型中不易刻画; 将隔水层缺失区假设为虚设弱透水层, 只考虑该层的垂向一维水流, 忽视了虚设弱透水层实际上是一强含水层, 两含水层之间存在水位差异, 从而在模拟时导致越流系统无法调试。因此, 为了克服准三维模型的这些缺陷, 以求更加准确地反映实际情况, 本文考虑

采用相对准三维模型有一定改进的三维模型对地下水系统进行模拟, 即对各含水层包括隔水层都采用三维计算方法, 试图解决准三维模型所存在的越流区无法调试越流参数等问题, 以充分反映出越流区上、下含水层之间的水力联系, 对含水层的水位、水量进行合理的模拟。

2 研究区概况

上海市位于长江三角洲前缘, 以长江泥沙堆积为主, 全区地势平坦, 略成东高西低的倾斜状平原。本区气候属北亚热带季风气候区, 全年气候温和湿润, 多年降水量为 1242.7mm, 多年平均气温为 17.4℃。因受资料和篇幅限制, 本文主要以上海市西部第Ⅱ、Ⅲ承压含水层及两含水层中间的相对隔水层为研究区域, 研究区边界大致分布范围为东到真如、南到北新泾、西至黄渡, 北到桃浦、封浜一带。该区第Ⅱ承压含水层岩性为灰色细中砂, 富水性良好, 以矿化度 1~3g/l 及大于 3g/l 的微咸水和咸水为主, 顶板埋深为 60~70m, 厚度约 20~30m。第Ⅲ承压含水层以灰色细砂为主, 矿化度小于 1g/l, 顶板埋深为 110~120m, 厚度约 20~30m。相对隔水层主要为粘性土夹细粉砂。图 1 为该区水文地质剖面概化图。

^{*} 作者简介: 卞锦宇(1977-), 女, 硕士研究生。研究方向: 地下水资源评价与数值计算模拟。
收稿日期: 2002-08-21

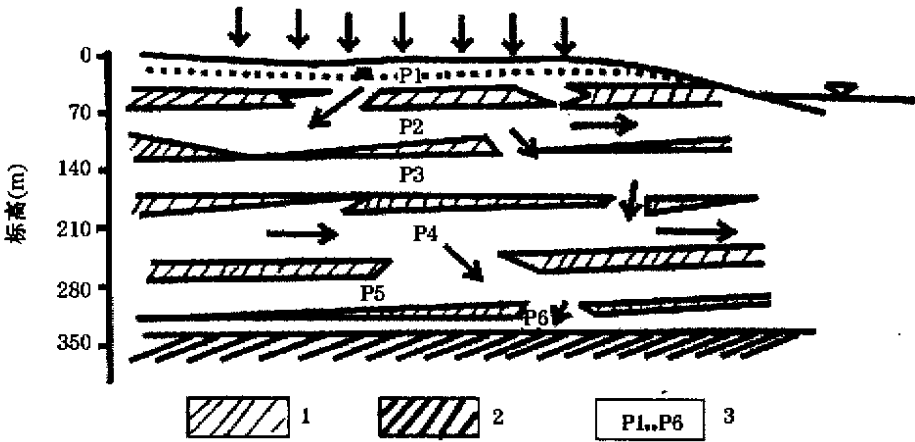


图 1 上海地区水文地质剖面概化图^[5]

Fig.1 The schematic profile of hydrogeology in Shanghai region
1. 隔水层 2 基岩 3. 含水层及代号

3 数学模型

建立模型时,选取诸翟第三含水层最深埋深点(约 150m 深度)为坐标原点, X 、 Y 轴正方向分别表示正东、正北方向, Z 轴正方向表示垂直向上。根据研究区地下水的赋存条件、运动特征和地下水动态变化规律,将每个含水层及相对隔水层均作非均质、各向异性介质处理,岩性差别引起的透水性变化通过参数分区来解决。将上述边界附近的观测孔作为一类边界处理。研究区内所有的河床的切割深度均比较小,一般都在 20m 左右,因而对第二、三含水层的影响可以忽略,同时因埋藏较深,降水入渗和蒸发对地下水的影响也很小,含水层的水位变化主要受控于开采回灌量的变化。为此,根据这些开采井和回灌井在单元中的位置把它们的开采量(回灌量)分配到对应含水层的有关结点上,将各个有关结点作为一个集中抽水井,并作为源汇项处理。采用笛卡儿坐标系使三个轴分别和渗透系数张量的主方向平行,数学模型概化为^[3]：

$$\frac{\partial}{\partial x}(K_{xx}\frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(K_{yy}\frac{\partial H}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(K_{zz}\frac{\partial H}{\partial z}) + q = S_s\frac{\partial H}{\partial t}$$

(1)

$H(x,y,z,t)|_{t=0} = H_0(x,y,z,0)$ 初始条件
 $H(x,y,z,t)|_{\Gamma_1} = H_1(x,y,z,t)$ 一类边界条件

式中： $H = H(x,y,z,t)$ 为水头；
 K_{xx}, K_{yy}, K_{zz} 分别为水平方向的渗透系数与垂直方向的渗透系数；
 $H_0(x,y,z,0)$ 为初始水头；

$H_1(x,y,z,t)$ 为一类边界上的已知水头；
 Γ_1 为一类边界。

4 数值方法及模型离散

4.1 数值方法

采用三维等参有限元解法进行数学模型的计算,将空间区域 Ω 剖分为有限个六面体单元,取单元的 8 个角点为结点,应用 Garlerkin 有限元技术^[4] 于(1)式,同时由定解条件可得：

$$\sum_{e=1}^M \left\{ \iiint_e \left(K_{xx}^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} \frac{\partial H_i}{\partial x} + K_{yy}^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial y} \frac{\partial H_i}{\partial y} + K_{zz}^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial z} \frac{\partial H_i}{\partial z} \right) dxdydz + \iint_e N_i S_s^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial t} dxdydz \right\} - \sum_{e=1}^M \iiint_e N_i q dxdydz = 0$$

$(i = 1, 2, \cdots, 8)$

(2)

式中： M 为单元数； i 为单元 e 上结点号； N_i 为结点基函数； $\hat{H}$ 为单元 e 上的水头试函数,可表达为：

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^8 H_j N_j$$

(3)

将式(3)代入式(2),则可求得用矩阵表示的下列方程组：

$$[d] \{ \hat{H} \} + [np] \left\{ \frac{d \hat{H}}{dt} \right\} = \{ E \}$$

(4)

式中：

$$d_{ij} = \iiint_e \left[K_{xx}^e \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + K_{yy}^e \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + K_{zz}^e \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right] dxdydz$$

$$np_{ij} = \int_e \int_e \int_e S_s^e N_i N_j dx dy dz$$
$$E_i = \int_e \int_e \int_e q^e N_i dx dy dz$$

因为单元为任意形状的六面体,在总体坐标下对它求三重积分比较困难,所以我们通过坐标变换,把它变换为局部坐标 (ξ, η, ζ) 下的正方形,用等参有限元方法^[4] (Isoparametric Finite Element Method) 求解,最后可以得到如下微分方程组:

$$\begin{Bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & \cdots & d_{2n} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & \cdots & d_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ d_{n1} & d_{n2} & d_{n3} & \cdots & d_{nn} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} H_1^e \\ H_2^e \\ H_3^e \\ \cdots \\ H_n^e \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} E_1^e \\ E_2^e \\ E_3^e \\ \cdots \\ E_n^e \end{Bmatrix} +$$
$$\begin{Bmatrix} np_{11} & np_{12} & np_{13} & \cdots & np_{1n} \\ np_{21} & np_{22} & np_{23} & \cdots & np_{2n} \\ np_{31} & np_{32} & np_{33} & \cdots & np_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ np_{n1} & np_{n2} & np_{n3} & \cdots & np_{nn} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{dH_1^e}{dt} \\ \frac{dH_2^e}{dt} \\ \frac{dH_3^e}{dt} \\ \cdots \\ \frac{dH_n^e}{dt} \end{Bmatrix} = 0$$

式中:

$$np_{ij} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 S_s^e N_i N_j |J| d\xi d\eta d\zeta$$
$$d_{ij} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 K^e \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right\} |J| d\xi d\eta d\zeta$$
$$E_j = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 q^e N_j |J| d\xi d\eta d\zeta$$

N_i, N_j 为基函数,满足:

$$N_i(P_j) = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \cdots, 8$$

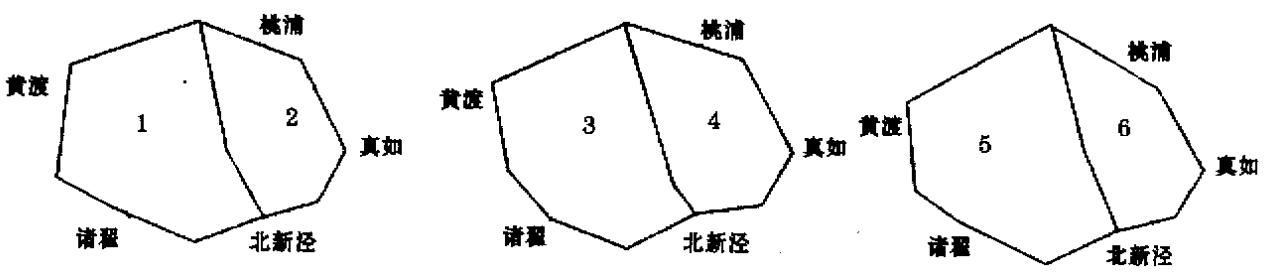


图2 各层参数分区图(1:100000)

Fig.2 Sub-division figures of parameters in different aquifers

理论上已经得出,基函数:

$$N_i(\xi, \eta, \zeta) = \alpha_i \beta_i$$

其中: $\alpha_i = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)$

$$\beta_i = \beta_\xi + \beta_\eta + \beta_\zeta$$

$\beta_\xi, \beta_\eta, \beta_\zeta$ 的值分别由单元边的幂次决定,因为本文采用的是线性单元,所以它们各为 1/3,其总和为 1。则角结点的基函数根据 Pinder 和 Frind 等人提出的形式^[4] 为:

$$N_i(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)$$

该方程中的 ξ, η, ζ 值作为高斯点处理。将已知条件代入,同时应用全隐式格式于式(4),有:

$$([d] + \frac{1}{\Delta t} [np]) \{ \hat{H}^{k+1} \} = \frac{1}{\Delta t} [np] \{ \hat{H}^k \} + \{ E \} \quad (5)$$

式中符号同前。解代数方程式(5)即可由 K 时刻的水头分布求得 $K+1$ 时刻的水头分布。

4.2 模型离散

4.2.1 计算区离散及参数分区

采用等参有限元法对三维渗流模型进行离散,将本文所要研究的两个含水层及一个相对隔水层进行剖分。因为含水层和相对隔水层及其缺失区的边界并不统一,所以采用混合编号,先对公共部分结点、单元进行编号,然后依次为第二、三含水层的非公共部分,使编号连续,共计结点 612 个,单元剖分为 303 个,其中第二含水层为 98 个单元,第三含水层为 115 个单元,相对隔水层为 90 个单元。根据各含水层的岩性、导水性和埋藏条件、厚度、开采量和回灌量以及水位动态对研究区进行分区,共分 6 个区,每层各分 2 个。垂向上分为 4 个平面层,3 个单元层。各层参数分区见图 2。

4.2.2 时间离散

根据上海地区开采、回灌资料以及观测资料来确定计算步长,二者均以月为统计单位,且冬灌夏采,水

位动态变化大部分具有明显的周期性,拟合期为 1985-1988,每月为一个时段,共 48 个时段,基本上能够控制水位动态变化。模型检验期为 1989 年,以

每月为一个时段,共计 12 个时段。

4.2.3 边界条件

拟合期(1985 – 1988 年)及检验期(1989 年)边界全部取为第一类边界,在研究区,由于第二、三含水层以及相对隔水层的区域不尽相同,利用在计算区边界附近的水位观测孔确定整个拟合期的边界水位值,对于同一含水层平面上即观测孔所在的第一结点层和第三结点层的无观测孔边界结点采用 Surfer 软件的自动插值功能进行插值。

在完整三维模拟中,缺少的数据主要是垂直方向上的边界水位。本研究区内,由于缺少同一含水层中同一垂向上不同深度的边界观测孔,故第二结点层和第三结点层的边界结点是对同一含水层相邻近的不同深度的观测点采用水位和深度的相对比例进行加权得到的。这个权数的求算是选同一含水层两相邻近不同深度的观测孔,按照其每一时段水位的差值的总和再加以平均而求得。

4.2.4 初始水位

第二含水层上共有观测孔 13 个,第三含水层上共有观测孔 21 个,所有观测孔均分布在结点上,在建立拟合期初始流场时采用 1985 年 1 月 30 日各观测孔水位按照线性插值的方式求出同一层面上各结点的初始水位值,对于下一层的层面上各结点水位则以深度和水位的线性比例按照某一权数进行插值。这个权数的求算同样是选同一含水层两相邻近不同深度的观测孔,按照其每一时段水位的差值的总和再加以平均而求得。

4.2.5 源汇项处理

本文所讨论的源汇项为开采井和回灌井。抽水量、回灌量根据各开采井、回灌井的位置应用基函数把各井的开采量或回灌量分配到所在单元的各个结点上,开采量为负,回灌量为正。

4.2.6 对相对隔水层缺失区的处理

在研究区,相对隔水层缺失主要是第二和第三含水层之间的相对隔水层的缺失。由于在缺失区,上下含水层连通,这部分并入含水层计算 在相对隔水区,作为一个单独的单元层进行参数模拟和水流模拟,其地质条件满足三维模型。

5 数值模拟及模拟结果

通过模型识别需要调试确定的参数有 渗透系数 (K_{xx}, K_{yy}, K_{zz})和贮水率 (S_s)。采用观测值与计算值误差的平方和作为目标函数,并给出参数的上、下限(约束条件),应用黄金分割点法求得满足约束条件使目标函数为极小。在上述粗调的基础上,再对参数进行一定修正并反馈到模型的计算中,对参数进行微调,使计算结果与实测结果尽量符合。所求得的参数见表 1。

从表中可以看出,相对隔水层缺失区第 4 区垂直方向上的渗透系数较第二、三含水层大,这些基本符合本区的水文地质条件。表明我们的模型具有一定的合理性。部分观测孔水位的计算值见图 3,从计算值和实测值的比较中可以看出,在模拟初期,模型相对较不稳定,误差较大,模拟中后期误差逐渐减小,表明模型逐渐趋于稳定。

6 模型检验与模拟结果分析

为了检验模型,把前面解逆问题所求出的参数和相应的数学模型用于模拟 1989 年 1 月 30 日至同年 12 月 30 日,共计 12 个时段的水位。表 2 列出了第二含水层和第三含水层部分观测孔水位的实测值和计算值及相应的误差。图 4 为第二含水层检验期末时刻(1989 年 12 月 30 日)水位分布图。图中纵横坐标表示研究区内各点相对于坐标原点(诸暨)在平面上的坐标。

表 1 上海市浦西地区地下水流数值模拟拟合参数值

Tab.1 Fitting parameters of groundwater numerical simulation in Puxi, Shanghai

区 号	参 数	主轴方向渗透系数 (m/d)			贮水率 (m^{-1})
		K_{xx}	K_{yy}	K_{zz}	
第二含水层	1	35.43	27.10	7.59	0.00001133
	2	54.21	52.12	10.75	0.00000751
相对隔水层	3	1.34	1.02	0.16	0.000006542
	4	27.43	25.41	12.35	0.000006214
第三含水层	5	18.54	19.27	2.81	0.00010972
	6	28.89	31.59	3.61	0.00010983

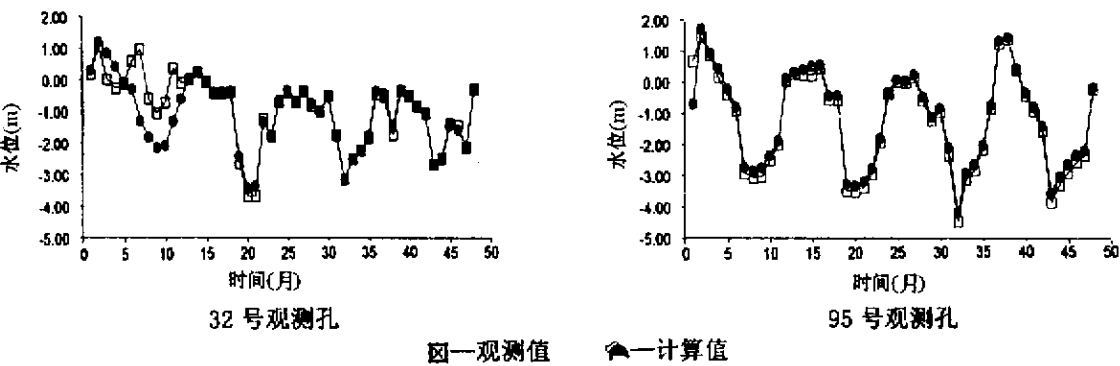


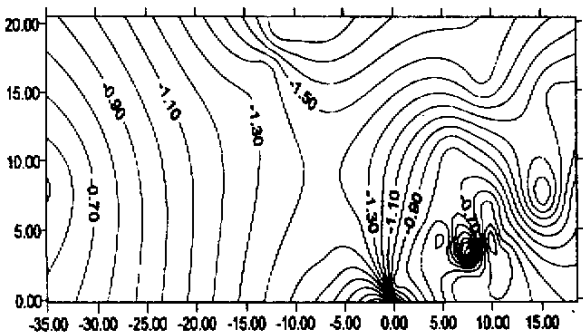
图 3 第二、三含水层部分观测孔实测水位和计算水位曲线图

Fig.3 The curve figures of measured and calculated water head of some observed bores in aquifer II and III

表 2 第二、三含水层检验期水位观测值和计算值及误差值(m)

Tab.2 The measured, calculated water head and errors during the detecting period in aquifer II and III

时间	结 点 号											
	78			162			183			274		
	误差	实测值	计算值	误差	实测值	计算值	误差	实测值	计算值	误差	实测值	计算值
1	-0.05	-0.21	0.16	-0.89	-0.42	-0.47	0.13	-0.04	0.17	-0.15	-0.13	-0.02
2	0.02	0.12	-0.1	-0.65	-0.8	0.15	0.55	0.78	-0.23	-0.27	-0.04	-0.23
3	-0.58	-0.79	0.21	-0.92	-0.69	-0.23	-0.22	-0.5	0.28	-0.81	-0.34	-0.47
4	-0.96	-0.78	-0.18	-1.09	-0.47	-0.62	-0.64	-0.7	0.06	-0.93	-1.08	0.15
5	-1.49	-2.11	0.62	-1.46	-1.73	0.27	-0.89	-0.45	-0.44	-1.44	-1.67	0.23
6	-1.91	-1.54	-0.37	-1.91	-2.02	0.11	-1.88	-1.52	-0.36	-1.79	-1.16	-0.63
7	-3.36	-3.31	-0.05	-2.19	-2.38	0.19	-3.87	-3.3	-0.57	-3.04	-3.18	0.14
8	-4.54	-4.34	-0.2	-2.97	-3.07	0.1	-2.96	-2.72	-0.24	-4.42	-5.06	0.64
9	-3.77	-3.99	0.22	-3.02	-2.71	-0.31	-3.07	-2.77	-0.3	-3.84	-3.71	-0.13
10	-2.96	-3.38	0.42	-2.44	-3.04	0.6	-3.12	-3.38	0.26	-3.19	-3.48	0.29
11	-2.11	-2.55	0.44	-2.01	-1.66	-0.35	-3.09	-2.93	-0.16	-2.44	-2.52	0.08
12	-1.11	-1.77	0.66	-1.59	-1.36	-0.23	-1.56	-1.34	-0.22	-0.99	-1.19	0.2



7 结 论

本文所建立的三维模型是合理可行的,它反映了研究区地下水动态的主要影响因素,比较准确的模拟了地下水水流变化状况。它在解决相对隔水层缺失区参数无法调试方面有着重要的作用,再现了缺失区的水位动态。证明了在建立普遍的完整三维模型以求更准确反映水位、水量、地面沉降方面具有一定的可行性。它考虑了研究区的实际情况,是完整地按照区域的水文地质条件建立的,能为地下水水位预测、

水资源管理评价、地面沉降的计算与预防提供科学的依据。

参考文献

[1] 上海市地质调查研究院.上海市区域水文地质调查报告[R], 1999. 12.
[2] 李国敏,石钦周,马英杰.郑州北郊水源地下水三维有限元模拟[J].水文工程地质工程,1996,(5).
[3] 薛禹群主编.地下水动力学原理[M].地质出版社,北京:1986.
[4] 薛禹群,谢春红.水文地质学数值法[M],煤炭工业出版社,1980.
[5] 朱桂娥,薛禹群,李勤奋.上海市多层结构地下水系统三维模型的改进[J].中国岩溶,2000,19(4).

THREE-DIMENSIONAL NUMERICAL SIMULATION
OF GROUNDWATER IN PUXI DISTRICT, SHANGHAI

BIAN Jin-yu¹, XUE Yu-qun¹, CHENG Cheng¹, ZHU Gui-e², HE Fang¹
(1. The Department of Earth-sciences of Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210093, China ;
2. Taihu Water Conservancy Planning Department, Suzhou, Jiangsu 215128, China)

Abstract : In this paper, a three-dimensional numerical model of groundwater in complex multi-aquifer system in Puxi, Shanghai is presented. In the model, some difficult problems, such as being not able to adjust the coefficient with the absence of aquitard in the area, are considered. It is significant in controlling groundwater resource and subsidence for the study area, and also settles a basis for the fully three-dimensional model and subsidence model in future Shanghai.

Key words : Quasi-three dimensional model ; Fully three-dimensional model ; Lacuna of aquitard ; Three-dimensional numerical simulation ; Isoparametric finite element

(上接第 177 页)

CHARACTER OF KARST DYNAMIC SYSTEM IN
WANHUAYAN EPI-KARST ZONE

JIANG Guang-hui¹, GUO Fang¹, ZHANG Mei-liang¹, HE Shi-yi¹, LI En-xiang², DENG yan²
(1. Institute of Karst Geology, CAGS, Karst Dynamics Laboratory, MLR, Guilin, Guangxi 541004, China ;
2. Guangxi Normal University, Guilin, Guangxi 541004, China)

Abstract : Clastic rock is commonly intercalated in the carbonate rock group in Wanghuayan area. The epi-karst zone with soil layers and fissures is of obvious impaction to karst dynamic system and water cycle. Because the total dissolved solids in groundwater are low, and CO₂ content is high in clastic rock, the water is of stronger erosive and corrosive abilities. So, in the area of clastic rock, transmission of matter and energy is very active. The yearly corrosive amount of one karst spring can get to 2795.4 kg. Because of the existence of clastic rock, not only is the groundwater being impeded to circulate toward deep part of the earth, but also are the soil and vegetation comparatively developed. Furthermore, the existence of soil and vegetation as well as the karst fissures is of good adjusting affects on the transmission and cycle of the groundwater in epi-karst zone so as to be advantageous to the outflow of numerous small springs.

Key words : Karst dynamic system ; Epi-karst zone ; Carbonate rock inter-bed ; Carbon-water cycle