

基于可靠度的黄土斜坡稳定性分析

唐亚明

TANG Ya-ming

中国地质调查局西安地质调查中心, 陕西 西安 710054

Xi'an Center of China Geological Survey, Xi'an 710054, Shaanxi, China

摘要:以延安市宝塔区虎头峁黄土斜坡为研究对象,在野外详细调查和勘查的基础上,分析确定斜坡可靠度的随机变量为滑带土土体容重 r 、内聚力 c 和内摩擦角 φ 。分别用统计矩法、一次二阶矩法、几何法和蒙特卡洛模拟法计算斜坡的可靠度和破坏概率,得出安全系数为1.00~1.15,可靠度指标为0.35~0.45,破坏概率为32%~37%,说明斜坡具有较大的失稳可能性。计算过程表明,用几何法计算所得的可靠度指标精度最高,一次二阶矩法次之,统计矩法计算精度最低,蒙特卡洛模拟法可作为一种校验方法,对其他方法进行校验和对比。在不需要获取传统的定值安全系数的情况下,可用几何法计算斜坡的可靠度指标,方法较为简便。当需要同时获取安全系数时,应使用统计矩法或一次二阶矩法计算。

关键词:可靠度;黄土斜坡;稳定性;随机分析

中图分类号:P694

文献标志码:A

文章编号:1671-2552(2008)08-1217-06

Tang Y M. Loess slope stability analysis based on reliability. *Geological Bulletin of China*, 2008, 27(8):1217-1222

Abstract: This article takes the Hutoumao loess slope in Yan'an City as the research objective. The soil density r , cohesion c and friction angle φ of the soils of the slip zone were analyzed and determined as the random variables of the slope reliability on the basis of detailed field survey and exploration. Using the moment estimation method, first-order second-moment method, geometry method and Monte-Carlo simulation method, the slope reliability index and destruction probability were calculated separately. The safety factor is 1.00-1.15, reliability index is 0.35-0.45 and destruction probability is 32-37%. The results show that the slope is more likely to be unstable. The calculation process indicates that: the geometry method has the best reliability index precision, the first-order second-moment method is less precise, and the moment estimation method is least precise. The Monte-Carlo simulation method can check the results of others methods as a verifying method. The geometry method can be used when the fixed safety factor is not necessary, because it is relatively easy. But when there is a need to know the safety factor, the moment estimation method and the first-order second-moment method are in point.

Key words: reliability index; loess slope; stability; stochastic analysis

传统的斜坡稳定性分析多采用安全系数法,该方法简便直观,广泛应用于斜坡的勘察和设计,但其缺点是无法反映岩土体性质的空间变化、荷载作用、孔隙水压力、测量误差、统计误差、模型误差等的不确定性^[1]。Duncan^[2]指出,“在规范和惯例中,人们用

相同的安全系数来评判各种各样的、具有不同随机因素的斜坡的稳定性,这种做法不符合逻辑规律”。安全系数低的斜坡并不一定具有高破坏概率,反之亦然^[3]。斜坡的安全系数与破坏概率之间的关系取决于下滑力和抗滑力中的随机因素。

收稿日期:2008-06-02;修订日期:2008-07-04

地调项目:“十一五”国家科技支撑计划重点项目《重大地质灾害监测预警及应急救援关键技术研究》(编号:2006BAC04B00)和中国地质调查局《延安宝塔区地质灾害监测预警示范》(编号:1212010740907)、《陕西省延安市宝塔区地质灾害详细调查与风险管理示范》(编号:1212010640326)资助。

作者简介:唐亚明(1973-),女,硕士,工程师,从事地质灾害调查和研究工作。E-mail:xatyangming@cgs.gov.cn

可靠性分析是研究在诸多确定和不确定因素作用下系统的安全问题。近20年来,学者们将该方法应用于斜坡系统的稳定性分析,取得了显著成果。可靠性指标的计算方法主要有统计矩方法、一次二阶矩法、一阶可靠性方法、二阶可靠性方法、几何方法、基于试验模拟的Monte Carlo方法等^[1]。以上各类方法在斜坡稳定性分析中的应用一直是国内外研究的热点,但其离规范性的应用尚有较大距离。主要问题一方面是影响斜坡稳定性的随机变量及其分布律难以确定,另一方面是可靠度计算方法本身的多样性和每种方法的局限性。前者来源于地质模型自然属性的复杂性和不确定性,后者则来源于各种计算方法假设条件和适用条件的限制。

本文以延安市宝塔区虎头崙黄土斜坡为研究对象,一方面拟通过详细的野外调查和勘查,分析研究斜坡稳定性的控制因素有哪些,如何确定随机变量的个数和分布律。另一方面拟分别用统计矩法、一次二阶矩法、几何法和蒙特卡洛模拟法计算该斜坡的可靠度和破坏概率,通过计算过程的实践,探讨每种方法的假设条件是什么,计算精度高低和适用性如何。

1 可靠度分析基本原理

设定状态函数 $Z=G(X)$,若 $Z\geq 0$ 则斜坡处于可靠状态,若 $Z<0$ 则斜坡处于破坏状态。 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 为基本随机变量,是斜坡稳定状态的控制因素,如土体

容重 r ,强度 c 和 f ,地下水压力 u ,外部荷载 q 等。设 Z 的概率密度函数为 $g(x)$,则破坏概率 P_f 可表述为:

$$P_f=P(Z<0)=\int_{-\infty}^0 g(x)dx=\Phi(-\beta) \tag{1}$$

其中 $\beta=\frac{\mu_z}{\sigma_z}$ 定义为可靠度指标, μ_z 和 σ_z 分别是状态函数的均值和方差。

可以看出:可靠度指标与破坏概率有一一对应的关系,通过求解状态函数的均值 μ_c 和方差 σ_c 可确定斜坡的破坏概率。

2 虎头崙斜坡概况

虎头崙斜坡位于延安市宝塔区柳林镇,处于黄土梁与河流阶地之间,系在一老滑坡上复活的新滑坡体,滑体平均坡度20°,纵向长约280 m,横向宽约260 m,体积约 $105\times 10^4\text{m}^3$ 。坡体上部为中—上更新统黄土,下伏侏罗纪泥质页岩及砂岩。该区区域地质构造简单,地层缓倾斜,地壳运动以平稳抬升为主,地震活动性弱。地下水赋存状态主要有黄土孔隙—裂隙水、基岩裂隙水2种,前者对斜坡的稳定性影响很大,后者的水位在滑带以下,对坡体的稳定性没有大的影响。目前斜坡中后缘部位发育大量张裂缝和沉陷坑,坡体土体疏松,各类变形迹象明显,斜坡处于临界稳定状态。它的正前方是规划建设中的延安市宝塔区王家沟经济适用房小区,若坡体失稳将对规划中的小区造成很大的危害(图1)^[10]。

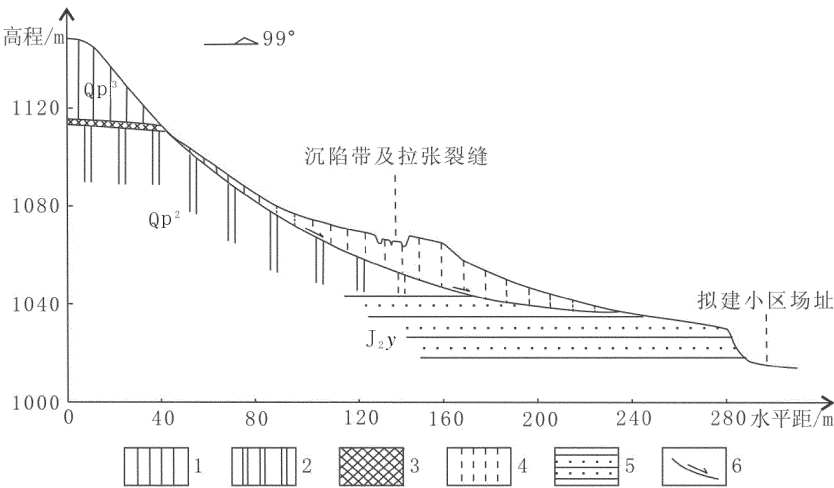


图1 延安市柳林镇虎头崙滑坡地质剖面

Fig. 1 Geological profile of the Hutoumao landslide at Liulin Township, Yan'an City
1—晚更新世黄土(Qp³);2—中更新世黄土(Qp²);3—古土壤;4—粉质粘土(滑坡堆积);
5—侏罗系中统延安组砂岩(J_{2y});6—滑面及滑向

3 斜坡稳定性随机因素确定

滑坡的形成受多个因素影响：在地形上受区域地壳上升、河流下切及侧蚀影响,坡体前部形成较大的临空面;坡体的岩性上部为中—上更新统黄土,下伏侏罗纪泥质页岩及砂岩，在土岩接触面易形成滑动带;该区降水集中在7~8月份,常出现暴雨天气,汇集的雨水无法排泄；在坡体的中后缘黄土垂直节理裂隙发育,为雨水入渗提供了良好通道;雨水入渗后在下伏基岩的接触面处汇聚,使之形成软弱带;坡体沿其向下滑动变形,当软弱带全面贯通时,斜坡整体失稳形成滑坡。

根据斜坡的几何参数、地层参数建立二维地质剖面(图1),滑坡的形成机理表明,该斜坡的稳定性主要受内部软弱滑动带的强度控制，滑带在后半部分切穿黄土,前部沿土岩接触面剪出,当下滑力大于抗滑力时产生滑坡。一般来说,影响下滑力和抗滑力的控制因素有土体容重 r 、滑带土内聚力 c 、内摩擦角 φ 、地下水压力 u 、外部荷载 q 等。对于虎头崙斜坡来说，由于该区域地震活动性弱，且场地无其他动荷载,故外部荷载 q 不作为控制因素;斜坡地下水位在滑面以下,对滑坡稳定性没有直接影响,因此地下水压力 u 也不作为控制因素;降雨沿地表裂缝入渗形成软弱带,其最终作用效果是降低滑带土的强度,可用滑带土的 c 、 φ 值表达其影响。根据以上分析,最后确定控制斜坡稳定性的随机变量为：滑带土土体容重 r 、内聚力 c 、内摩擦角 φ 和摩擦系数 f (为后面计算需要,把 φ 和 f 都作为统计对象)。假设以上随机变量服从正态分布或对数正态分布,由斜坡的样本数据^①统计出各随机变量的均值 μ 、标准差 σ 、变异系数 δ (表1),以及相关系数(表2),作为可靠度分析的计算数据。

4 可靠度计算

4.1 统计矩法

统计矩法又称Rosenblueth法,是一种矩估计的近似方法。其基本思想是:当各种随机变量的概率分布为未知时,只要利用其均值和方差,根据点估计,就可以求得状态函数的1阶矩(均值),2阶中心矩(方差)及3、4阶中心矩,进而可求得可靠指标、破坏概率^[4]。

首先,按条分法建立计算剖面受力模型(图2),不考虑动荷载和地下水压力,由传递系数法有：

$$P_i=W_i\sin\alpha_i+P_{i-1}\psi_i-\frac{1}{F}(W_i\cos\alpha_i\tan\varphi_i+c_i l_i) \quad (2)$$

式中： P_i 、 P_{i-1} 为第 i 、 $i-1$ 条块的剩余推力(kN)； W_i 为第 i 条块的重量(kN/m)； α_i 为第 i 条块的滑面倾角

表1 滑带土物理力学性质指标
Table 1 Physical and mechanical parameters of the slip surface

	平均值 μ	标准差 σ	变异系数 δ
容重 $r/\text{N} \cdot \text{cm}^{-3}$	20.03	0.79	0.04
内聚力 c/kPa	12.06	3.06	0.25
内摩擦角 $\varphi/^\circ$	15.50	4.96	0.32
摩擦系数 f	0.28	0.09	0.33

表2 随机变量相关系数
Table 2 Correlation coefficient of random variables

相关系数 ρ	容重 r	内聚力 c	摩擦角 φ
容重 r	1.00	0.27	0.51
内聚力 c	0.27	1.00	0.28
摩擦角 φ	0.51	0.28	1.00

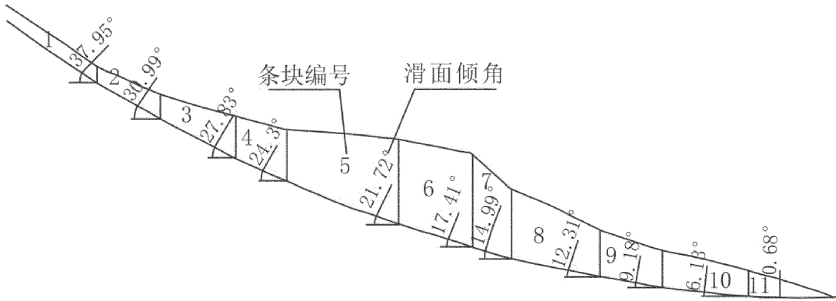


图2 条分模型计算剖面
Fig. 2 Calculation section of the strip model

角; φ_i 为第*i*条块的内摩擦角($^{\circ}$); c_i 为第*i*条块的内聚力(kPa); l_i 为第*i*条块滑面长度(m); F 为安全系数; $\Psi_i=\cos(\alpha_{i-1}-\alpha_i)+\sin(\alpha_{i-1}-\alpha_i)\tan \varphi_i$,为传递系数。

设状态函数为 $Z=F(X)-1$, F 为安全系数,是 r 、 c 、 Φ 等随机变量的函数,因土体容重的变异系数较小,为简化计算仅考虑 c 、 Φ 两个随机变量,可得到 Z 的4个函数值为:

$$Z_1=F(u_c+\sigma_c,u_\varphi+\sigma_\varphi)-1=F(15.13,20.46)-1=0.503$$
$$Z_2=F(u_c+\sigma_c,u_\varphi+\sigma_\varphi)-1=F(15.13,10.54)-1=-0.097$$
$$Z_3=F(u_c+\sigma_c,u_\varphi+\sigma_\varphi)-1=F(9.00,20.46)-1=0.373$$
$$Z_4=F(u_c+\sigma_c,u_\varphi+\sigma_\varphi)-1=F(9.00,10.54)-1=-0.227$$

设随机变量 c 、 Φ 相对独立,则状态函数的1阶矩和2阶中心矩分别为:

$$M_1=u_Z=\sum_{j=1}^{2^n}P_jZ_j=\frac{1}{4}(Z_1+Z_2+Z_3+Z_4)=0.138$$
$$M_2=\sigma_Z^2=\sum_{j=1}^{2^n}P_jZ_j^2-u_Z^2=\frac{1}{4}(Z_1^2+Z_2^2+Z_3^2+Z_4^2)$$
$$=0.138^2=0.307^2$$

设 Z 服从正态分布,则可靠度指标 $\beta=\frac{u_Z}{\sigma_Z}=\frac{0.138}{0.307}$
=0.450,破坏概率为 $P_f=\Phi(-\beta)=1-\Phi(\beta)=1-\Phi(0.45)=$
32.64%。另外,以 c 、 φ 的均值用传递系数法迭代计算的定值安全系数 $F_{定}=1.128$,而以 c 、 φ 对称取值计算的4个安全系数的均值 $F_{均}=1.138$ 。

4.2 一次二阶矩法

一次二阶矩法的基本思想是:假定状态函数是线性的,随机变量均服从正态分布或对数正态分布,利用泰勒级数将状态函数 Z 在平均值(中心点)处展开,取展开式的常数项和一次项,得 Z 的一阶矩(均值)和二阶矩(方差)。级数展开需对 Z 进行求导,可直接根据 Z 的表达式进行微分运算,得出各偏导数所满足的数学方程。

设状态函数 $Z=R-S$, R 为抗滑力, S 为下滑力,若不考虑动荷载和地下水压力,由瑞典圆弧法有:

$$Z=G(X)=\sum(W_i\cos\alpha f_i+c_i l_i)-\sum W_i\sin\alpha_i \quad (3)$$

式中 f_i 为第*i*条块的摩擦系数,其余变量的含义同上,仅考虑 c 、 f 两个随机变量,将状态函数在 $X(c,f)$ 均值处按泰勒级数展开,取其线性项为 $Z=G(u_x)+G(u_x)'(X-u_x)$,则状态函数的均值为:

$$u_Z=G(u_c,u_f)=\sum(W_i\cos\alpha u_f+u_c l_i)-\sum W_i\sin\alpha_i \quad (4)^{[5]}$$

把 c 、 f 的均值 u_c 、 u_f 及各分条(图2)的参数代入上式,可算得 $u_Z=1195.7$ kN。状态函数的方差为:

$$\sigma_Z^2=(\frac{\partial G}{\partial c})^2\sigma_c^2+(\frac{\partial G}{\partial f})^2\sigma_f^2+p(c,f)\cdot\sigma_c\cdot\sigma_f$$
$$\cdot(\frac{\partial G}{\partial c})\cdot(\frac{\partial G}{\partial f}) \quad (5)^{[5]}$$

其中 $(\frac{\partial G}{\partial c})=\sum l_i$, $(\frac{\partial G}{\partial f})=\sum W_i\cos\alpha_i$,将 c 、 f 的标准差和相关系数 σ_c 、 σ_f 、 $p(c,f)$ 及各分条的参数代入上式,可计算得 $\sigma_Z=3256.7$ kN。

设 Z 服从正态分布,则可靠度指标 $\beta=\frac{u_Z}{\sigma_Z}$

$\frac{1195.7}{3256.7}=0.367$,破坏概率为 $P_f=\Phi(-\beta)=1-\Phi(\beta)=1-\Phi(0.37)=35.57\%$ 。另,由瑞典圆弧法计算的定值安全系数 $F_{定}=1.111$ 。

4.3 几何法

在原始 m 维几何空间中,可靠度指标可解释为随机变量均值点至破坏区域的最小距离(图3),为此,引入马氏(Mahalanobis)距离的概念,则可靠度指标 β 可表达为:

$$\beta=\min_{x \in R}\sqrt{(X-M_x)^T \cdot S^{-1} \cdot (X-M_x)} \quad (6)^{[6]}$$

式中 X 为基本变量矩阵, M_x 为基本变量均值矩阵, $(X-M_x)^T$ 为转置矩阵, S^{-1} 是协方差矩阵的逆矩阵, $X \in R$ 表示基本变量点 X 处于破坏区域。假设 $X \sim N(u_x, \sigma_x)$,对(6)式作标准化变换,有:

$$\beta=\min_{x \in R}\sqrt{(\frac{X-u_x}{\sigma_x})^T \cdot R^{-1} \cdot (\frac{X-u_x}{\sigma_x})} \quad (7)^{[6]}$$

上式中 R^{-1} 为基本变量相关系数阵的逆矩阵。

确定 r 、 c 、 φ 3个因素为基本随机变量,共有样本数14组。在EXCEL表中首先进行变量相关系数矩阵 R 的计算和逆矩阵 R^{-1} (3×3矩阵)的运算,再进行基本变量标准化 $(X-\mu_x)/\sigma_x$ (3×1矩阵)和转置阵 $[(X-\mu_x)/\sigma_x]^T$ (1×3矩阵)的运算,最后完成3个矩阵相乘运算,得到14个 β 值,取最小值 $\min \beta_i(i=1,2,\cdots,14)$,得可靠度指标 $\beta=0.362$,破坏概率 $P_f=\Phi(-\beta)=1-\Phi(\beta)=1-\Phi(0.36)=36.9\%$ (图4)。

4.4 蒙特卡洛模拟

蒙特卡洛(Monte Carlo)模拟法又称随机模拟法或统计试验法。设状态函数为安全系数 $Z=G(X)=F$,按一定的分布规律随机地从各个随机变量 $X=(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 的母体中抽取一个变量 $x_1', \cdots, x_m'$,由状态函数求得一个安全系数的随机样本 F' ,如此重复,直至达到预期精度的充分次数 N ,就可得到 N 个相对独立的安全系数样本值 $F_1, F_2, \cdots, F_N$ 。安全系数所表征的极

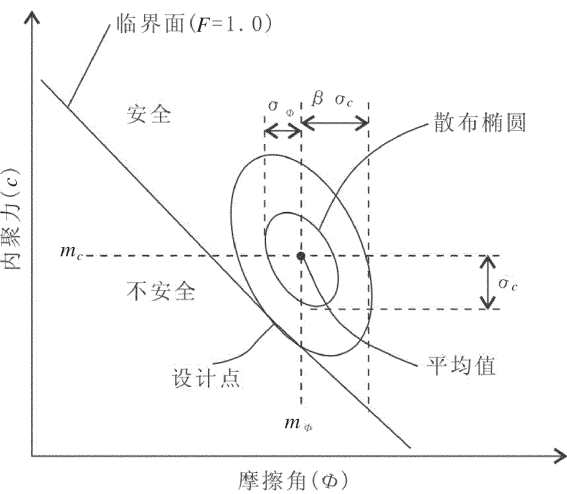


图3 初始变量面中β的含义
Fig. 3 Connotation of β in the initial variable plane

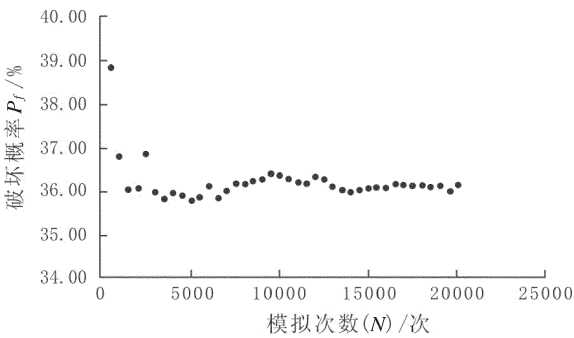


图5 蒙特卡洛模拟次数与破坏概率的关系
Fig. 5 Relation between simulation times and probability of destruction simulated using the Monte Carlo method

1.097,而以3000次至20000次模拟计算的安全系数的均值 $F_{均}=1.114$ 。

5 计算方法讨论

上述4种方法计算的斜坡稳定性结果列于表3中,各种计算方法都有其假设条件,有其优缺点,且计算结果的精度也不同,对此可做以下分析。

(1)统计矩法的计算结果与其他几种方法相比差距较大,主要由于它是一种点估计的近似方法,其原理是基于随机变量在有限的对称点(本例中是4个点)取值的点估计,所以计算精度没有其他方法高。它假设随机变量服从正态或对数正态分布,且相互独立,这与实际情况相距较远,因为实际上变量间是相关的(当然在计算时也可假设变量相关,但这会增加计算难度,无法体现其简便的特点)。但由于统计矩法原理简单,应用方便,所以对于一般的斜坡稳定性评价而言是一个非常实用的方法。

(2)一次二阶矩法是一种数学解析的方法,需对状态函数进行求导。这种方法只适用于 $Z=G(X)$ 为显

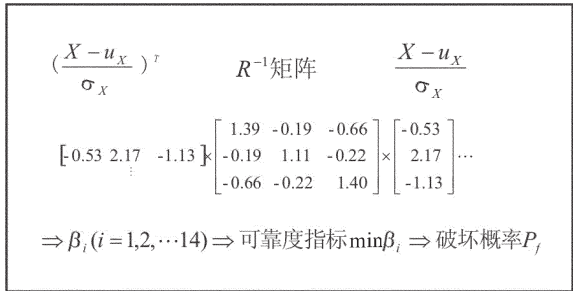


图4 用几何法计算可靠度指标的过程图示
Fig. 4 Calculation process of the reliability index β using the geometry method

限状态为 $F=1$,设在 N 次试验中出现 $F\leq 1$ 的次数为 M ,则斜坡的破坏概率为^[7]:

$$P_f=\frac{M}{N} \tag{8}$$

当 N 足够大时,由安全系数的统计样本值 $F_1,F_2,\cdots,F_N$ 可以较精确地拟合安全系数的概率分布,并估计其分布参数^[8]。

该方法应用较为成熟,在一些商业软件中有该项功能。在Geo-Slope软件中进行该斜坡的模拟运算,假设 r,c,φ 服从正态分布,用Morgenstern-Price法计算,当模拟次数达到3000次以后得到的破坏概率趋于稳定(图5)。以3000次至20000次的平均值作为模拟的 P_f 结果,则 $P_f=36.13\%,\Phi(\beta)=1-P_f=1-36.13\%=63.87\%$,查正态分布表得 $\beta=0.355$ 。另,以 c,φ 的均值用Morgenstern-Price法计算的定值安全系数 $F_{定}=$

表3 各计算方法的计算结果				
Table 3 Calculation results using different methods				
计算方法	可靠 度β	破坏概 率P _f	定值安全 系数F _定	安全系数 均值F _均
统计矩法	0.450	32.64%	1.128 ^注	1.138
一次二阶矩法	0.367	35.57%	1.111	-
几何法	0.362	36.94%	-	-
蒙特卡洛模拟	0.355	36.13%	1.097 ^注	1.114

注:统计矩采用传递系数法,蒙特卡洛模拟采用Morgenstern-Price法

式时的情况(如瑞典条分法),若 $G(X)$ 为隐函数(如传递系数法, Bishop法、Sarma法、Morgenstern-Price法等),直接求导法是无法适用的,必须采取函数连分式或差分法求导^[9]。该方法假设随机变量服从正态或对数正态分布,本例中只取了 c, φ 两个变量,若增加变量数目,则计算会变得较为复杂,为了求导方便,采用瑞典条分法计算安全系数,对精度亦有一定影响。但该方法直观、易于理解,具有数学逻辑清晰严密的优点。

(3)几何法可反映所有影响斜坡稳定性因素的相关性,也可反映变量的随机性,加之计算较为简便,因此有较广阔的应用前景^[9]。几何法亦假定变量服从正态或对数正态分布,在EXCEL表中即可完成所有的计算,本例中计算所得 $\beta=0.362$,与Monte Carlo模拟法校验值0.355最为接近,说明其计算精度是较高的。但它只能计算出可靠度指标,而不能象其他方法那样,利用某种条分法算出斜坡的定值安全系数或安全系数均值。

(4)蒙特卡洛模拟法常作为一种校验的办法,对用其他方法计算的破坏概率进行校验和对比。目前一些商业性的斜坡分析软件,如Geo-Slope,可进行模拟计算,也可选定某种安全系数计算方法,如传递系数法,利用EXCEL程序中的随机数发生器和宏的功能实现计算。值得注意的是,蒙特卡洛模拟不要求随机变量一定服从正态或对数正态分布,其随机变量的抽取可按其他的分布律,如均匀分布等进行。该方法原理简单,程序容易实现,精度高,误差与样本容量有关,对于给定的误差限,可求出所需模拟的次数。

6 结 论

(1)本例中各种方法计算所得安全系数在1.00~1.15之间,可靠度指标在0.35~0.45之间,破坏概率在32%~37%之间,表明斜坡具有较大的失稳可能性,这与野外勘查后的定性分析结果是吻合的。

(2)本例中在没有动荷载和孔隙水压力的作用下,可简化确定斜坡可靠度分析的随机变量为滑带土土体容重 r ,内聚力 c 和内摩擦角 φ 。

(3)用几何法计算所得的可靠度指标精度最高,一次二阶矩法次之,统计矩法计算精度最低,蒙特卡洛模拟可作为一种校验方法,对其他方法进行校验和对比。

(4)在不需要获取传统的定值安全系数的情况下,可用几何法计算斜坡可靠度指标,其方法较为简便。当需要同时了解定值安全系数时,应使用统计矩法或一次二阶矩法计算可靠度指标。

参考文献:

- [1]Nadim F, Einstein H, Roberds W. Probabilistic stability analysis for individual slopes in soil and rock[C]//Proceedings of the International Conference on Landslide Risk Management. Vancouver, Canada, 2005:66-67.
- [2]Duncan J M. Factors of Safety and Reliability in Geotechnical Engineering[J]. J. of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, 126(4):307-316.
- [3]Nadim F, Lacasse S. Probabilistic Slope Stability Evaluation[C]//Proc. 18th Annual Seminar on Geotechnical Risk management. Hong Kong, 1999:177-186.
- [4]罗文强,龚珏. Rosenblueth方法在斜坡稳定性概率评价中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2):232-235.
- [5]罗文强. 一次二阶矩方法在斜坡稳定性概率评价中的应用[J]. 地球科学, 1998, 23(6):639-641.
- [6]林立相,徐汉斌. 边坡稳定性分析的可靠度方法[J]. 山地学报, 1999, 17(3):235-239.
- [7]罗文强,黄润秋,张倬元. 几种边坡可靠性数学模型的对比[J]. 山地学报, 2000, 18(1):42-46.
- [8]秦权,林道. 基于FORM的Monte Carlo精度修正可靠度算法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2004, 44(9):1249-1251, 1255.
- [9]谭晓慧,刘新荣. 可靠度分析中梯度求解方法的研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(6):929-932.
- [10]张茂省,等. 延安宝塔区滑坡崩塌地质灾害[M]. 北京:地质出版社, 2008:105-108.
- ① 长安大学工程设计研究院. 延安市卧虎山滑坡工程地质勘察报告. 2006.