

基于均匀化理论的土石混合体应力应变关系

周 博¹, 卢自立², 汪华斌¹, 李纪伟¹

ZHOU Bo¹, LU Zi-li², WANG Hua-bin¹, LI Ji-wei¹

1. 华中科技大学土木工程与力学学院 湖北 武汉 430074;

2. 广东省长大公路工程有限公司 广东 广州 511431

1. School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, Hubei, China;

2. Guangdong Provincial Changda Highway Engineering Co., Ltd., Guangzhou 510620, Guangdong, China

摘要:将土石混合体等效为理想的二元介质混合材料,假定块石元为理想的脆弹性材料,土体元为典型的弹塑性材料。选取邓肯-张模型定义土体的本构关系,引入块石元局部应变系数建立土石混合体代表单元体积平均应变与其中块石元、土体元微应变的桥联关系。通过均匀化理论对土石混合体代表单元的一般应力应变关系进行了详细探讨。选取广东省云罗高速高填路基土石混填料中的残积粉质粘土,通过室内常规三轴压缩实验对土体邓肯-张模型的参数进行标定,描绘出不同围压及不同含石率条件下土石混合料一般应力应变关系曲线图。结果表明,均匀化理论得到的函数关系式能够较好地反映土石混合体在不同条件下的一般应力应变关系。随着土石混合体含石率的提高其抗剪能力显著增加,但当含石率小于 0.3 时,块石元的增强效应并不明显。

关键词:土石混合体;均匀化理论;二元介质模型;局部应变系数;三轴压缩实验

中图分类号:P694 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-2552(2013)12-2001-07

Zhou B, Lu Z L, Wang H B, Li J W. Stress-strain relationship of soil-rock mixture based on homogenization theory. *Geological Bulletin of China*, 2013, 32(12): 2001-2007

Abstract: Soil-Rock Mixture (SRM) is a kind of discontinuous and heterogeneous geotechnical material, and its mechanical property has become a subject of debate in geotechnical engineering. In the present study, SRM was assumed to be an ideal binary medium material, in which the rock and soil were assumed to be brittle-elastic and elastic-plastic media respectively. Duncan-Chang model was employed to define the constitutive relationship of soils. A new parameter named local strain coefficient of rock was adopted to relate the microscopic strain of the media and the volume average strain of SRM. The stress-strain relationship of SRM was then obtained by the simple homogenization theory. A series of tri-axial tests were conducted for the residual soil from Guangdong Province to obtain the coefficients in stress-strain function. The final relation curve could reflect the stress-strain relationship of SRM preferably under different conditions. The results show that the shear strength of SRM increases relatively with the increasing of confining pressure and volume rock rate of SRM. However, the strengthening effect by rock is not obvious when the volume rock rate is less than 0.3.

Key words: soil-rock mixture; homogenization theory; binary medium; local strain coefficient; triaxial tests

土石混合体是指第四纪形成的、由具有一定工程尺度、强度较高的块石、细粒土体及孔隙构成的不均匀松散岩土介质系统^[1]。其广泛地存在于西南地区、三峡库区的松散堆积体滑坡及山区土石

混填路基边坡中。在工程研究中,一般将土石混合体材料等效为相对应的均匀介质材料进行分析^[2]。但是,由于土石混合体具有高度非均质和非均匀性,其复杂的物质组成与结构性状及由此而产生

收稿日期:2013-07-01;修订日期:2013-09-16

资助项目:国家“十二五”科技支撑计划项目(编号:2012BAK10B02-2),国家自然科学基金项目(批准号:41372296)和广东省科技厅科技项目(编号:2012-02-019)

作者简介:周博(1987-),男,在读博士生,从事岩土工程数值模拟研究。E-mail:zhoubohust@gmail.com

的力学性质的独特性,使得土石混合体材料介质相对于传统的岩土介质材料更为复杂,其真实力学特性也更难以把握。

考虑到土石混合体中块石的尺寸效应,许多学者^[3-5]开展了大量针对土石混合体力学特性的野外大面积水平推剪实验,其结果表明土石混合体的力学特性较普通均质材料差别较大,其剪切破坏强度与含石率大小密切相关。另外,考虑到土石混合体的非均质性,基于数字图像处理技术的有限元及离散元数值模拟分析也被广泛应用于土石混合体力学特性的研究中^[6-9]。目前,大量实验和数值模拟研究为土石混合体的力学特性把握提供了一定的理论支持。然而,土石混合体作为岩土材料的一种,其强度准则和本构关系的研究却鲜有提及。

蒋洋等^[10]对传统 K-G 模型进行了一定的改进,并通过大量室内土石混合料的直剪试验,对模型参数进行定义,从而得出了适合于渝黔高速公路 2 期工程中粗粒土石混合料的本构关系。然而,其理论基础建立在土石混合体为连续均质材料的假设前提之上,并没有从本质上对土石混合体这一种非均质材料的本构关系进行阐述。沈珠江^[11]在岩土破坏力学理论的基础上提出适用于结构性土的二元介质模型。二元介质模型把结构性岩土材料看成具有胶结特性的胶结块(胶结元)和摩擦特性的软弱带(摩擦元)组成的二元结构体,在受荷过程中胶结块破损并向软弱带逐渐转化,二者共同抵抗外部作用。随后,在二元介质模型的基础上,刘恩龙等^[12-14]提出了几种岩土二元介质材料的一般应力应变关系;范文等^[15]提出了裂隙黄土的单参数二元介质模型。二元介质模型理论的发展为土石混合体的强度准则及本构模型的寻求提供了可以借鉴的依据和方法。然而,沈珠江的二元介质模型^[11]认为,胶结元在受荷过程中逐渐破损并向摩擦元进行过渡,从而导致胶结元的体积比例是一个动态变化参数,这与土石混合体中块石元体积比基本不变的特性存在本质的区别。此外,二元介质模型认为,应力或应变集中系数在受力过程为不变量,也有待商榷。因此,本文借用细观力学中均匀化的思想对土石混合体的一般力应变关系进行了探讨。同时也为工程中土石混合料的配比强度的预测提供一定的参考依据。

1 参数命名

λ_v —土石混合体含石率; σ, ε —单元平均应力和平均应变张量; σ_R, ε_R —块石元的应力张量和应变张量; σ_s, ε_s —土体元的应力张量和应变张量; σ_d, ε_d —单元偏应力和偏应变; σ_1, σ_3 —最大主应力和最小主应力; c, φ —土体的内聚力和内摩擦角; $(\sigma_1 - \varepsilon_3)_f$ —单元极限偏应力; $\varepsilon_s^0, \varepsilon_R^0$ —土体元和块石元的初始微应变; E_R —块石元的弹性模量; E_t —邓肯-张模型的初始切线模量; P_a —1 个标准大气压。

2 代表单元应力应变关系

2.1 土石混合体代表单元均匀化

均匀化理论是在材料细观力学的基础上发展而来的,代表体积单元作为细观力学的主要研究对象,其能够反映材料宏观力学及几何特征的最小体积单元^[16-17]。土石混合体由松散的土体和块石混合而成,选取典型的代表性体积单元如图 1 所示。

假定土石混合体代表单元中块石元和土体元的应力、应变分布服从均匀化假设,块石元的体积占有率(含石率)为恒定值,块石元为理想脆弹性模型,土体元为典型的弹塑性模型,而本文中块石元的体积占有率 λ_v 为恒定值,根据均匀化理论有以下 2 个公式

$$\{\sigma\} = \lambda_v \{\sigma_R\} + (1 - \lambda_v) \{\sigma_s\} \quad (1-a)$$

$$\{\varepsilon\} = \lambda_v \{\varepsilon_R\} + (1 - \lambda_v) \{\varepsilon_s\} \quad (1-b)$$

为了与实验结果进行对比,本文仅考虑了常规三轴压缩实验下的土石混合体一般应力-应变关

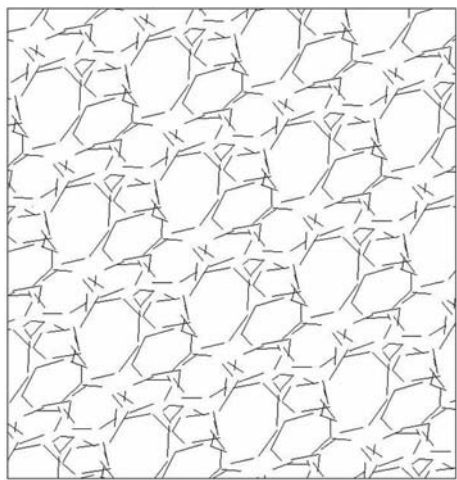


图 1 土石混合体代表体积单元

Fig. 1 Representative volume element of SRM

系。取: $\sigma_d = \sigma_1 - \sigma_3$; $\varepsilon_d = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$ 。根据(1)式有

$$\sigma_d = \lambda_v \sigma_{dR} + (1 - \lambda_v) \sigma_{dS} \quad (2-a)$$

$$\sigma_d = \lambda_v \varepsilon_{dR} + (1 - \lambda_v) \varepsilon_{dS} \quad (2-b)$$

2.2 局部应力应变关系

本文分别采用脆弹性模型及非线性的邓肯-张模型分别对块石元和土体元的局部应力应变关系进行定义。局部化后有

$$\sigma_{dR} = E_R \varepsilon_{dR} \quad (3-a)$$

$$\sigma_{dS} = \frac{E_S \varepsilon_{dS}}{a + b \varepsilon_{dS}} \quad (3-b)$$

式(3-b)中 a 和 b 为土体的邓肯-张系数。

为了建立各介质元的局部应力、应变与代表单元的平均应力、应变的桥联关系,本文引入了块石元的局部应变系数 C ,并建立桥联关系:

$$\varepsilon_{dR} = C \varepsilon_d \quad (4)$$

相对应于沈珠江的二元介质模型,本文认为块石元的局部应变系数为动态内参量,其与土石混合体的细观结构、含石量、初始围压及应力状态相关。而沈珠江的二元介质模型^[10]中一般将 C 假定为单位矩阵 I 。

因此将(4)式代入(2-b)式中有

$$\varepsilon_{dS} = \frac{1 - \lambda_v C}{1 - \lambda_v} \varepsilon_d \quad (5)$$

将(4)和(5)式代入(3)式,再代入(2-a)式整理后为

$$\sigma_d = \lambda_v C E_R \varepsilon_d + \frac{(1 - \lambda_v)(1 - \lambda_v C) \varepsilon_d}{(1 - \lambda_v)a + b(1 - \lambda_v C) \varepsilon_d} \quad (6)$$

根据(6)式可以看出,如果确定了参数块石元局部应变系数 C ,块石元的弹性模量 E_R ,邓肯-张系数 a 和 b 就可以唯一确定代表单元的应力应变关系。

3 参数分析

3.1 邓肯-张系数

块石元为理想的脆弹性模型,因此块石的弹性模量 E_R 为常量,可以通过块石元的力学实验及经验取值来确定。本文采用邓肯-张模型对土体元的应力应变关系进行定义,而邓肯-张模型假设弹塑性介质的应力应变曲线为双曲线,其双曲线函数关系式见(3-b)。

双曲线方程中的参数 a, b 的确定如图 2 所示。 a 是初始切线模量的倒数,如下

$$E_i = \frac{1}{a} = K P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (7)$$

其中, K 为无量纲的系数,可通过土体实验测得。

$$b = \frac{R_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \quad (8)$$

式中, R_f 为一般破坏比,介于 0.75~0.95 之间。

根据莫尔-库仑强度准则,峰值强度可能用土的内摩擦角和内聚力表示如下

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (9)$$

将(9)式代入(8)式有

$$b = \frac{R_f(1 - \sin \phi)}{2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi} \quad (10)$$

3.2 局部应变系数

块石元局部应变系数 C 是本文最重要的一个参数,也是块石元微应变与代表单元平均应变的桥联系数,如公式(4)所示。块石元局部应变系数是代表单元在某一应力状态下,块石元应变与代表单元平均应变的比值。 C 代表单元的动态内参量,与代表单元的细观结构组成,初始状态及应力状态直接相关。因此可以认为块石元局部应变系数 C 是与含石率 λ_v 、初始围压 σ_3 及应力状态 σ_d 相关联的一个函数。即:

$$C = f_c(\lambda_v, \sigma_3, \sigma_d) \quad (11)$$

式中, $\lambda_v = 0 \sim 1.0$; $\sigma_d = 0 \sim (\sigma_1 - \sigma_3)$ 。

考虑到在代表单元加载过程中,土体会先于块石元屈服,并出现塑性应变。因此,块石元的局部

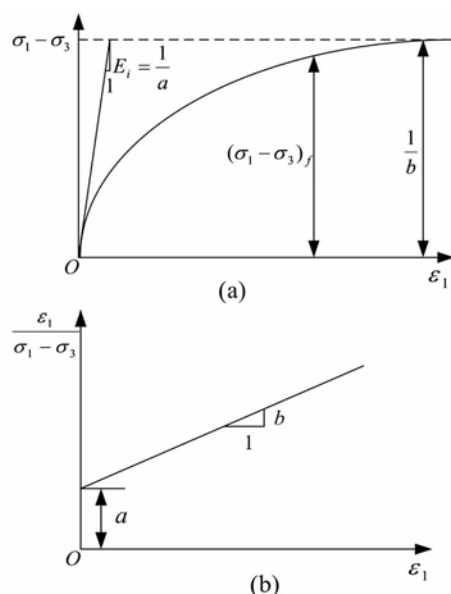


图 2 邓肯-张系数求解示意图

Fig. 2 Schematic diagram for solving Duncan-Chang coefficients

应变系数 C 会随着剪应力 σ_d 的增加而减小;当土体进入塑性屈服阶段时, C 的下降趋势将急剧增大。另外,考虑到块石元的局部应变系数与初始围压、块石含石率及单元体的应力状态有关,同时考虑到关系式中量纲的一致性,采用反比例的指数函数能够较好地描述块石元局部应变系数 C 的动态变化过程,拟定其函数关系式如下

$$f_c(\lambda_v, \sigma_3, \sigma_d) = C^0 \exp\left(-\frac{1}{\lambda_v} \cdot \frac{\sigma_d}{\sigma_3}\right) \quad (12)$$

式中,需要确定初始系数 C^0 。

首先讨论 $\sigma_d=0$ 时的边值问题,此时代表单元受均匀围压,即 $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$ 。代表单元只有体积应变,没有剪应变。同时代表单元中土体元和块石元均处于弹性应变阶段。块石的弹性模量 E_R 和土体的初始模量为常量。因此(12)式有

$$f_c(\lambda_v, \sigma_3, \sigma_d) | (\sigma_d=0) = C^0 \quad (13)$$

均匀化理论认为代表单元中各相介质元的应力、应变均匀分布于介质元中,不同介质元之间的应力、应变存在一定的比例关系。因此,可以认为在细观层面上,2种介质元的微应变存在以下关系。

$$\varepsilon_s^0 = b_s \varepsilon_s^0 \quad (14)$$

式中, b_s 为土体元微应变与块石元微应变在初始状态下的比值。将(4)、(5)式代入(14)式可得

$$C^0 = \frac{1}{\lambda_v + (1-\lambda_v)b_s} \quad (15)$$

介质元的细观应变比例系数 b_s 是由代表单元自身细观结构及其应力初始状态所决定的。当代表单元处于弹性阶段时,对于真实的随机性非均质材料,单元应变可以认为是由一系列串联而成的弹簧协调实现的;而单元应力分布可以认为是由一系列并联而成的弹簧协调实现的。如图3所示。图3-a代表单元内各相应变均匀,同时满足(14)式。从图3-a的串联弹簧模型可得

$$E_R^s = b_s E_s^s \quad (16-a)$$

3-b代表单元中各相应力分布同样均匀。同时引入各元微应力比例系数。则有

$$\sigma_R^d = b_d \sigma_s^d \quad (16-b)$$

同样根据图3-b中的并联弹簧模型得出

$$E_R^d = b_d E_s^d \quad (17)$$

对于一个随机的非均质材料,这两种力学耦合机制将同时存在于同一代表单元中。因此,由式(16)和(17)联合有

$$E_R^s E_R^d = b_s b_d E_s^s E_s^d \quad (18)$$

又根据公式(14),考虑到应变协调,可以得出 $E_R = b_s E_s$ 。因此对(18)式进行对比分析有, $E_R^s E_R^d = E_R, E_s^s E_s^d = E_s$ 。对于土石混合体代表元,如果不考虑块石元的定向分布情况,可以认为 $E_R^s = E_R^d, E_s^s = E_s^d$ 。因此有

$$E_R^s = E_R^d = \sqrt{E_R} \quad (19)$$

$$E_s^s = E_s^d = \sqrt{E_s} \quad (20)$$

故此,可以得出应变比例系数为

$$b_s = b_d = \sqrt{\frac{E_R}{E_s}} = \sqrt{\frac{E_R}{E_i}} \quad (21)$$

根据(7)、(15)、(21)式整理得

$$\begin{cases} f_c(\lambda_v, \sigma_3, \sigma_d) = \frac{1}{\lambda_v + (1-\lambda_v)b_s} \exp\left(-\frac{1}{\lambda} \frac{\sigma_d}{\sigma_3}\right) \\ b_s = \sqrt{\frac{E_R}{K P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^n}} \end{cases} \quad (22)$$

4 土石混合料应力应变关系实例分析

广东省云罗高速公路路基土石混填料主要由残积粉质粘土与风化花岗岩碎石混合而成。地质资料显示,花岗岩的弹性模量为11.1~12.7GPa。因此,近似取风化花岗岩弹性模量为 $E_R=10\text{GPa}$ 。根据路基压实度要求对残积粉质粘土试样进行室内重塑,试样干密度为 1.9g/cm^3 ,含水量为0.17。利用TSZ系列应变控制式三轴仪对残积粉质粘土重塑样进行了常规的三轴压缩实验(围压100kPa、200kPa、300kPa),其加载速率为0.8mm/min。三轴实验的应力应变关系图如图4所示,同时为了验证本文所得一般应力应变关系的准确性,选取了路基填筑所采用的土石混合料进行了100kPa和200kPa围压下的强度试验,经测定其块石含量(P_s

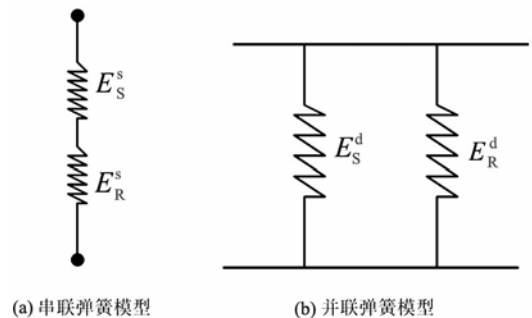


图3 应力、应变协调弹簧模型

Fig. 3 Spring model of stress-strain coordination

含量)约为 60%, 其所得的结果如图 5 中的虚线所示。

根据土体元的应力应变曲线, 并依据摩尔-库仑强度准则, 可求出土体元的内摩擦角 $\varphi=20.40^\circ$, 内聚力约为 $C=6.4\text{kPa}$ 。采用图 2 方法对数据点进行线性拟合可以绘制土体元邓肯-张系数图, 如图 6 所示, 并由此确定土体元邓肯-张 a, b 系数在不同围压的数值, 如表 1 所示。

根据公式(7), 采用线性拟合的方法可以求出 $K=2.69, n=0.9366$ 。采用公式(22)可以描绘出块石元局部系数 C 随代表单元围压及含石率变化的曲线图(图 7、图 8)。

从图 7 中可以看出, 当含石率一定时, 随着围压

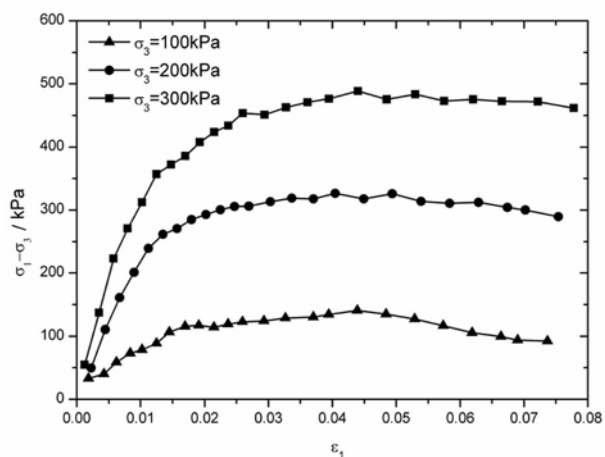


图 4 土体元应力应变曲线

Fig. 4 Stress-strain curve of soil

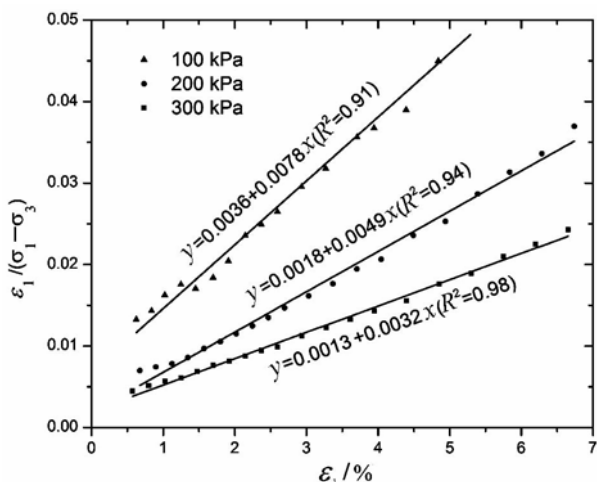


图 6 不同围压下邓肯-张系数拟合线

Fig. 6 Fitting line of Duncan-Chang coefficients under different confining pressures

表 1 土体元邓肯-张系数

Table 1 Duncan-Chang coefficients of soil

围压/kPa	100	200	300
a	0.0036	0.0018	0.0013
b	0.0078	0.0049	0.0032

的增大, 块石元局部应变系数的初始值也随之增大。在高围压下, 土体元的初始模量较大, 相对应变则较小, 因此块石元的相对应变则较大。从图 8 可以看出, 当围压一定时, 随着含石率的增大, 块石元的局

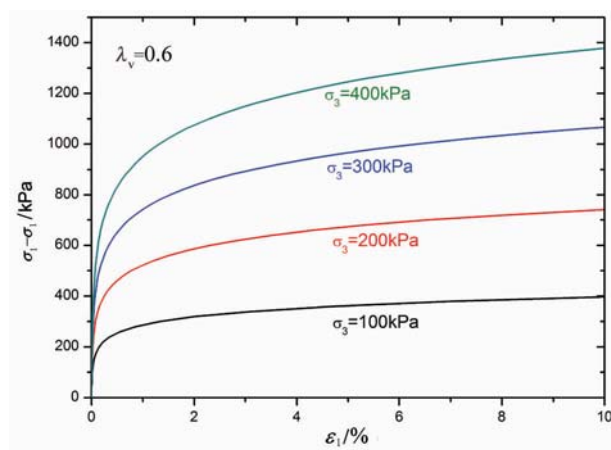


图 5 土石混合料在不同围压下的应力应变关系预测

Fig. 5 The stress-strain relationship prediction of SRM under different confining pressures

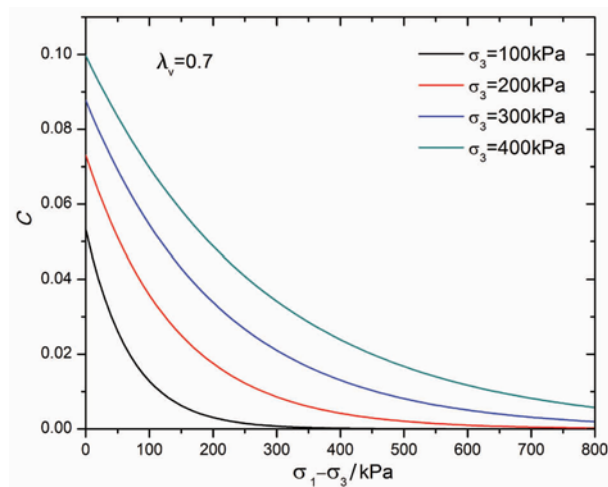


图 7 不同围压下块石元局部应变系数与偏应力的关系

Fig. 7 The relationship between local strain coefficient and deviatoric stress under different confining pressures

部应变系数初值随之减小。同时含石率越高,其局部应变系数随着剪应力的增加下降的速率也随之增大,并最终趋于零。

根据公式(6),代入表 1 中的邓肯-张系数以及 K, n 系数,借用 Matlab 中隐式函数求解方法。可以绘出不同围压和不同含石率条件下土石混合体的应力应变关系曲线图,如图 5、图 9 所示。

图 5 为当含石率为 0.6 时,不同围压下的土石混合料的应力应变曲线。由此可以看出,土石混合料的应力应变曲线基本符合岩土介质的一般应力应变关系,随着围压的增大,土石混合体的抗剪能力也随之增强,同时其屈服点对应的轴向应变也随之增大。其应力应变关系基本符合岩土材料的本构关系。图 9 为当围压为 200kPa 时,不同含石率下的土石混合体应力应变曲线,随着含石率的提高,土石混合体的抗剪强度大大提高;同时,含石率越高,块石元的结构支撑作用越明显,剪切强度越大,其硬化效果也越明显。另外对比图 6 中纯土体元的应力应变曲线可以发现,当土石混合料含石率从 0.1 增加到 0.3 时,块石元对土石混合料的抗剪强度的提高作用不明显,这是由于块石含量较小时,块石之间在土体中呈游离状态,块石之间并没有直接的接触,因此也不能形成较强的结构支撑作用,土石混合料的屈服破坏主要表现于土体的屈服破坏。这与 Xu 等^[6]通过实验得出的当土石混合体中含石率小于 30% 时,可以不考虑块石增强效果的结论基本相符合。

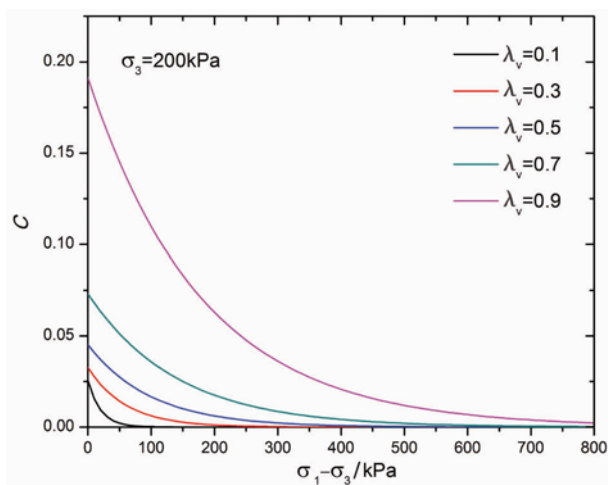


图 8 不同含石率下块石元局部应变系数与偏应力的关系

Fig. 8 The relationship between local strain coefficient and deviatoric stress under different volume rock rates

5 结 论

本文以二元介质模型的一般应力应变关系为理论背景,结合细观力学均匀化理论,探讨了土石混合体介质材料的一般应力应变关系。依据广东省云罗高速公路残积粉质粘土的常规三轴实验数据,推演出土石混填料的一般应力应变曲线,并与原位填方土石料的试验实测值进行对比,得出如下结论。

(1)在假设前提下,结合非均质材料均匀化理论得出的应力应变函数能够较好地反映出土石混合体在不同条件下的一般应力应变关系。

(2)块石元局部应变系数为土石混合体代表单元中各介质元细观微应变与体积平均应变的桥联系数。其为内参量,与土石混合体的细观结构、初始围压直接相关。随着代表单元剪应力的增大,块石元局部应变系数也随之减小,最终趋于零。

(3)随着围压的提高,土石混合体的抗剪强度显著提高。当土石混合体的含石率小于 0.3 时,块石元对土石混合体的增强效果不明显。随着含石率的增大,土石混合体的抗剪强度也随之增大,块石元的结构支撑效应越明显,其硬化效果也越明显。

(4)本文初步讨论了土石混合体材料介质的一般应力应变关系,但存在一定的局限性。如在弹性压缩阶段,切线模量的理论计算值大于实测值。因此有必要对块石元局部应变系数做更为细致的探讨,区别对待在弹性加载阶段及屈服阶段块石元应变桥联

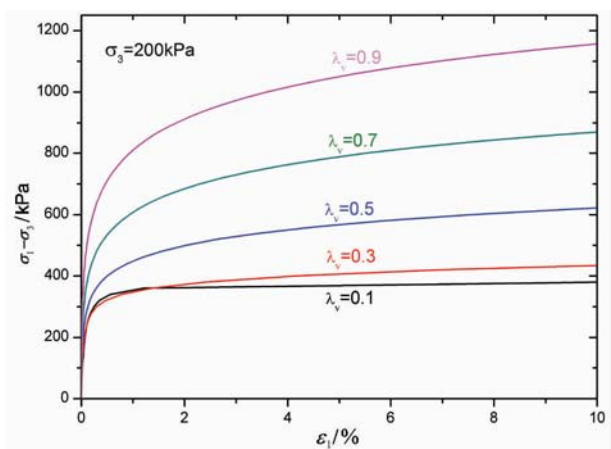


图 9 土石混合料在不同含石率下的应力应变关系预测

Fig. 9 The stress-strain relationship prediction of SRM under different volume rock rates

关系,从而得到符合于土石混合体材料介质的更为准确的本构关系。

参考文献

- [1]徐文杰,胡瑞林.土石混合体概念、分类及意义[J].水文地质工程地质,2009,(4):50-57.
- [2]徐文杰.大型土石混合体滑坡空间效应与稳定性研究[J].岩土力学,2009,30(增刊2):328-334.
- [3]油新华,汤劲松.土石混合体野外水平推剪试验研究[J].岩石力学与工程学报,2002,(10):1537-1540.
- [4]吴旻硕,李晓,赫健明.土石混合体原位水平推剪试验[J].岩土工程技术,2007,(4):184-190.
- [5]徐文杰,胡瑞林,岳中琦,等.基于数字图像分析及大型直剪试验的土石混合体块石含量与抗剪强度关系研究[J].岩石力学与工程,2008,27(5):996-1007.
- [6]Xu Wen jie, Yue Zhong qi, Hu Rui lin. Study on the mesostructure and mesomechanical characteristics of the soil-rock mixture using digital image processing based finite element method[J]. International Journal of rock mechanics and mining science, 2008, 45: 749-762.
- [7]贾学明,柴贺军,郑颖人.土石混合料大型直剪试验的颗粒离散元细观力学模拟研究[J].岩土力学,2010,(9):2695-2704.
- [8]廖秋林,李晓,朱万成,等.基于数码图像土石混合体结构建模及其力学结构效应的数值分析[J].岩石力学与工程学报,2010,(1):155-163.
- [9]丁秀丽,李耀旭,王新.基于数字图像的土石混合体力学性质的颗粒流模拟[J].岩石力学与工程学报,2010,(3):477-485.
- [10]蒋洋,王操,柴贺军.土石混合料 K-G 模型参数试验研究[J].公路交通科技,2008,(3):44-49.
- [11]沈珠江.岩土破损力学:理想脆弹塑性模型[J].岩土工程学报,2003,(3):253-258.
- [12]刘恩龙,沈珠江.岩土材料的脆性研究[J].岩石力学与工程学报,2005,24(19):3449-3454.
- [13]沈珠江,刘恩龙,陈铁林.岩土二元介质模型的一般应力应变关系[J].岩土工程学报,2005,27(5):489-495.
- [14]刘恩龙.岩土破损力学:结构块破损机制与二元介质模型[J].岩土力学,2010,31(增刊):13-24.
- [15]范文,闫芙蓉,龙胜,等.裂隙黄土的单参数二元介质模型[J].岩土工程学报,2009,31(11):1752-1757.
- [16]Wang J G, Leung C F, Ichicawa Y. A simplified homogenization method for composite soils[J]. Computers and Geotechnics, 2002, 29: 477-500.
- [17]张研,张子明.材料细观力学[M].北京:科学出版社,2008.