

对重力势二阶垂直偏导数的一种新的 取样方法^①

AHMED A. KHAMIES

(埃及原子能研究院,埃及开罗 11111)

摘要:从目前的研究来看,二阶垂直导数(X和Y两个方向)的求解方法较简单,它采用的五个因子的数字滤波的最小二乘法来优化数据。但是在较小区域面积时(对工程和环境应用中的重力数据),重力异常很容易放大和被区域重力场掩盖,我们认为产生的缘由是表示重力场的x和y方向上的二次多项式引起的。因此,为了逼近重力水平方向的偏导可以设计一个好的滤波器来拟合在xy平面的重力场值,再得出想要的重力垂直方向偏导,文中最后对提出的方法在前人经典模型上和野外实践进行了验证。

关键词:最小二乘法;重力异常;数字滤波

中图分类号:P631.1

文献标识码:A

1 前言

在重力解释中利用二阶垂直偏导滤波由来已久,重力二阶垂直偏导图中往往浅部的较弱的异常体会明显的反映,另一方面它又增强了小而微弱的近地表异常体。对二阶垂直偏导而言实际是一种曲率度量及非线性重力梯度的曲率变化,因为由浅局部地质体引起的重力较区域性(深部源)有更大的曲率,这就在重力二阶垂直偏导值图上得到了放大。二阶垂直偏导法简称SVD(Second vertical derivative)法,重力二阶垂直偏导法也可以被看作为一种区域场和局部场分离技术,因为它抑制了具有恒定曲率二次区域场。

不管是重力还是地磁数据计算二阶垂直偏导,对系数如何设定,众多的学者都进行了深入的讨论和研究(Evjen, 1936; Peters, 1949; Henderson and Zietz, 1949; Elkins, 1951; Rosen Bach, 1953; Dean, 1958; Darby and Davis, 1967; Fuller, 1967)。

对一般形式的二阶垂直偏导系统是利用规则的网格点的数据来决定从中心点到周边圆不同半径的大小。只有一环的方法可以被几个环来代替,对不同半径的环有不同的比重,一些环数值是负数。对用于二阶垂直偏导计算有三个不同半径的环是S, $S\sqrt{2}$, $S\sqrt{5}$ 它们各

① 收稿日期:2007-08-07

作者简介:AHMED A. KHAMIES(1962~),埃及人,博士,埃及原子能研究院物探中心主任,从事应用地球物理勘查方法的研究。文稿由安徽公路勘测设计院岩土分院许军才译成中文。

自由四点、八点来决定。Netelton. 和 Abdelrahman 等(1988)在他们的著作中对在不同系统中的最优二阶垂直偏导系数设定已经给出了一系列计算公式。本文对二阶垂直偏导计算也给出了新的方程式,通过最小二乘法中的水平面上的多项式来拟合数据。

2 原理

如果我们有五个数据点,要得到与之吻合的观测数据,可以由二次多项式(1)来表示:

$$F = a_0X + a_1X + a_2X^2 \tag{1}$$

a_0, a_1, a_2 都是确定的系数。

基于上述条件,图 1 中所示我们有一排相等的五个数据点。如果我们要通过水平面的二次多项式来拟合这些数据,那么在 x 方向上重力势的一阶和二阶偏导数可以分别由等式(2)和(3)来表示:

$$F'_x = a_1 + 2a_2X \tag{2}$$

$$F''_x = 2a_2 \tag{3}$$

这里 a_2 就是在 x 方向上水平二阶偏导。

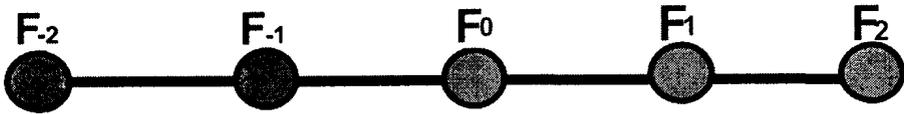


图 1 五点等距离数据点滤波

Fig. 1 Diagram showing a set of five equally spaced data points filter

对与上述程序的计算是很容易的,如果重力势数据方程 $F(x_i)$ 对每个 x 和 x 的值是距离相等的(沿剖面)这些计算点且是对称分布的,例如 $X_i = -2, -1, 0, 1, 2$ 就有 $X_i = 0$ 。对方程(1)中的变数的平面系数 a_0, a_1, a_2 ,为了找到最小值,显然我们求解 a_0, a_1, a_2 时,应将表达式的结果设为 0。具体步骤如下:

$$a_0n + a_1X + a_2X^2 = \sum F \tag{4}$$

$$a_0 \sum X + a_1X^2 + a_2X^2 = \sum F_x \tag{5}$$

$$a_0 \sum X^2 + a_1X^3 + a_2X^2 = \sum F_x^2 \tag{6}$$

当我们将 $n=5$,那么

$$\sum X = \sum X^3 = 0, \sum X^2 = 10, \sum X^4 = 34$$

将上述数值同时代入上面的方程组,我们就有

$$a_0(5) + a_1(0) + a_2(10) = \sum F \tag{7}$$

$$a_0(0) + a_1(10) + a_2(10) = \sum F_x \tag{8}$$

$$a_0(10) + a_1(0) + a_2(34) = \sum F_x^2 \tag{9}$$

因此,我们可以得出 $a_0 = \sum F/5$ 数据滤波可采用以下形式

$$a_1 = [-2E_{-2} - F_{-1} + F_1 + 2F_2]/10 \tag{10}$$

通过乘以式(7)除以 -2 再加上式(9)我们就有

$$a_2 = \{ \sum F_x^2 - 2 \sum F \} / 14$$

$$= \{ [4E_{-2} - F_{-1} + F_1 + 4F_2] - [-2E_{-2} - 2F_{-1} + 2F_1 + 2F_2] \} / 14 \quad (11)$$

$$= \{ -2E_{-2} - F_{-1} + F_1 + 2F_2 \} / 14 \quad (12)$$

再由式(12)代入式(3),这样就可以得到在x方向上二阶水平偏导(F_{xx}'')

$$F_{xx}'' = 2a_2 = \{ -2E_{-2} - 2F_{-1} + 2F_1 + 2F_2 \} / 7 \quad (13)$$

对沿剖面的二阶水平偏导简单形式如 $[2, -1, -2, -1, 2] / 7$ 。

同理在y方向上的二阶水平偏导也可以得出,不过这里利用垂直剖面的数据得出的

$$F_{yy}'' = 2a_2 = \{ -2E_{-2} - 2F_{-1} + 2F_1 + 2F_2 \} / 7 \quad (14)$$

为了计算理论上偏导值,必须有因子 $1/s^2$,这里s是方格子间距,把引入的因子 $1/s^2$ 代入式(13),(14)得出式(15),(16)

$$F_{xx}'' = \{ 2F(i-2, j) - F(i-1, j) - 2F(i, j) - F(i+1, j) + 2F(i+2, j) \} / 7 * S^2 \quad (15)$$

$$F_{yy}'' = \{ 2F(i, j-2) - F(i, j-1) - 2F(i, j) - F(i, j+1) + 2F(i, j+2) \} / 7 * S^2 \quad (16)$$

那么二阶垂直方向上的偏导可以直接从下列式子来定义

$$F_{zz}'' = -(F_{xx}'' + F_{yy}'') = -4a_2 \quad (17)$$

得出的方程可以综合成

$$F_{zz}'' = [F(0) - 4F(S) - 8F(2S)] / 7 * S^2 \quad (18)$$

我们可以用一组 5×5 等距离数据点滤波器(图2)来拟合平面上的观测数据,一般来讲,在拟合每组(重叠) 5×5 数据时相邻点,选取相应的二阶偏导数,我们通常是以数组中心点值。值得注意的是,采用这种方法是不能计算我们给出的开始点和结束点两点的值。

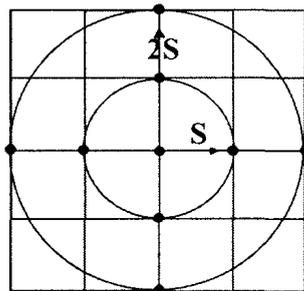


图2 一组 5×5 等距数字滤波器
Fig.2 Diagram showing a set of 5×5 equally spaced data points filter

3 实例讨论

方法由众所周之 Lindrith Cordell (1994) 提出的实例来验证。此检验模型由四个棱柱组成的具体排列位置见图3,图中浅色代表相对具有正异常体,相反深色则相对代表的是有负异常体。密度体相对小的棱柱重力值为 $0.05g/cc$,相对其它两个棱柱重力值为 $0.01g/cc$,相对的负异常值为 $-0.01g/cc$ 。试验模型重力结果见图4,通过假定方法我们还可以得出不同位场等值线图(图5)。

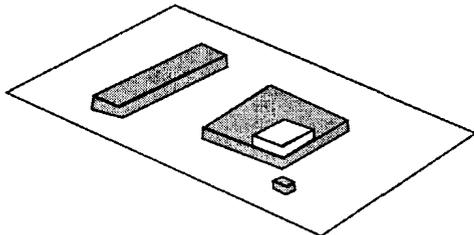


图3 四个棱柱组成的检验模型

Fig.3 Testing model consisting of four right prisms shown in an isometric view

当然也可以用来检验 Agocs, (1951) 提供的经典模型:球形密度体形成的场(图6),形态向南每千米40单元呈阶梯状,密度梯中心在地下1000 m,半径为500 m。图7表示的是球体的二阶垂直偏导,值得肯定的是球体的中心与计算的异常体是一致的,跟 Agocs 提供的值相同,它的等值线图中零值分界线勾画出了球形体边界范围和空间的分布。

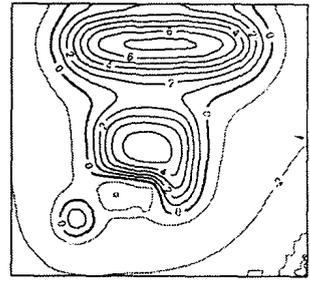


图4 3-D模型重力值
(单位:gu)

Fig.4 Gravity effect of
3-D model(unit:gu)

4 野外应用实例 - 在 Thomas 农场中的垃圾填埋场中的应用

重力测量对垃圾填埋场有应用的潜力的,因为通常垃圾堆积物密度比围岩要低(Roberts, et. al. 1991),图8是 Thomas 农场中的垃圾填埋场对布格重力异常检验实例。通过应用提出的新方法,计算出了重力场二阶垂直偏导值(图9),可以看出它由正负两部分组成的,负值部分勾画出了垃圾填埋区域范围分布,图中蓝虚线代表的是垃圾填埋区域边界。

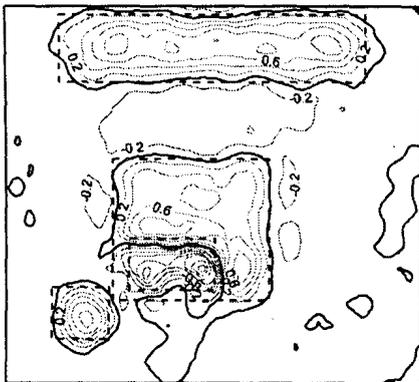


图5 重力二阶偏导(单位:s⁻²)

Fig.5 Computed second vertical derivative of
Fig4(unit:s⁻²)

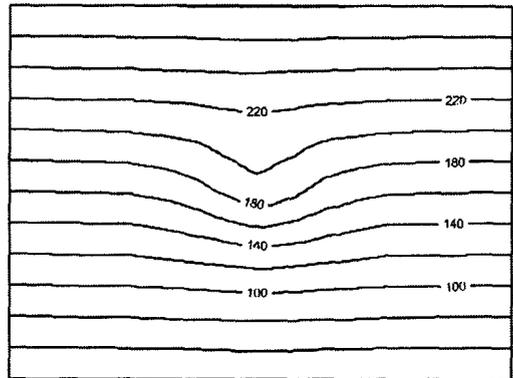


图6 球体的观测的重力场(单位:gu)

Fig.6 Observed gravity field of sphere,
Agocs(1951)(unit:gu)

5 结论

在工程与环境应用中的重力数据一般在测网中采集的,剖面上的测站间距要小于5 m,测站高度变化至少在0.2m以内。一些数据处理方法(偏导)是可以用于增强由目标体引起的重力异常,但在一些相对较小区域面积时,重力异常很容易放大和被区域重力场掩盖。

笔者认为产生的缘由是表示重力场的x和y方向上的二次多项式,提出了一种利用由五点数字滤波方法实现二阶水平偏导计算(在x和y两个方向)的简单方法,转换成符合最小二乘原理来拟合数据,对二阶水平梯度可以通过简单的[2-1-2-1,2]/7数字滤波器技术来实现。在实例中成功勾画出了围岩与密度体接触边缘,这些变化点能反映接触边界,在布格重力异常中通过垂直二阶偏导等值线图上的零值线来准确追踪出接触边界线。

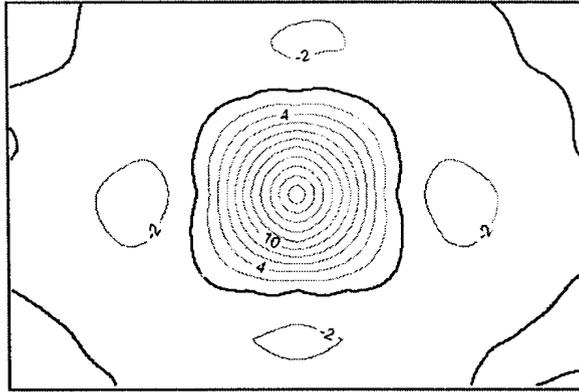


图7 重力场二阶垂直偏导图(单位: s^{-2})

Fig.7 Second vertical derivative map of the observed field in Fig6(unit: s^{-2})

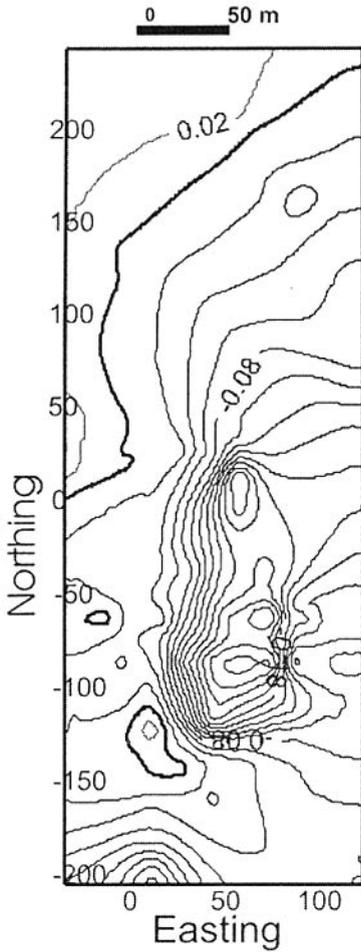


图8 Thomas农场布格重力异常的等值线图(单位:gu)

Fig.8 Bouguer gravity anomaly contour map of Thomas farm (unit:gu)

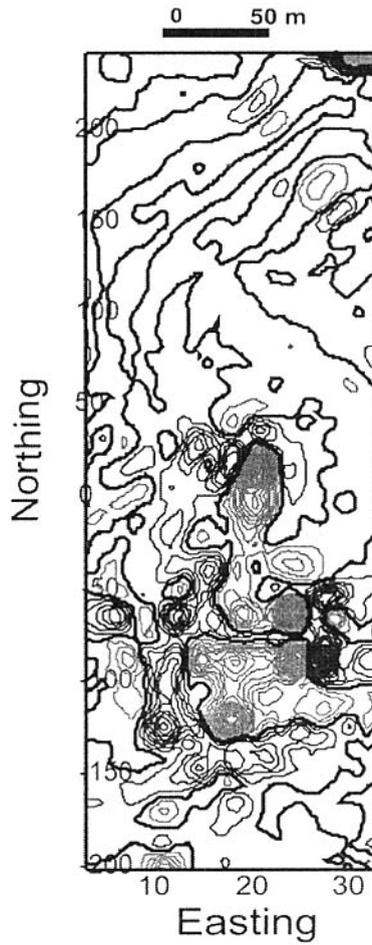


图9 Thomas农场的SVD值图(单位: s^{-2})

Fig.9 The computed SVD map of Thomas farm (unit: s^{-2})

本文所选的实例证实了这一方法技术是有效的,尽管实例只是重力测量数据,但这一方法同样可以扩展到磁法数据的处理上。需要注意的是采用这一方法尽量减小这两种位场在本质上不同带来的效应,然而这些不同,同时也增大了对磁法解释的复杂性。

致谢:稿件由安徽省公路设计院许军才工程师译成中文,并提出了宝贵的修改意见。

参考文献

- [1] ABDELRAHMAN, E. M., EL - ARABY, H. M. Optimum Second Derivative Coefficient Set For Various Grid Systems [J]. E. G. S. 1988, 6: 44-53.
- [2] AGOCS, W. B. Least square residual anomaly determination [J]. Geophysics, 1951, 36: 571-581.
- [3] DARBY, E. K., DAVIES, E. B. The analysis and design of two-dimensional fitters for two-dimensional data [J]. Geophysics. Props. 1967, 15: 383-406.
- [4] DEAN, W. C. Frequency analysis for gravity and magnetic interpretation [J]. Geophysics, 1958, 23: 97-127.
- [5] ELKINS, T. A. The second derivative method of gravity-interpretation [J]. Geophysics, 1951, 16: 29-50.
- [6] EVJEN, H. M. The place of the vertical gradient in gravitational interpretation [J]. Geophysics, 1936, 1: 127-136.
- [7] FULLER, B. I. Two-dimensional frequency analysis and design of grid operators [J]. Mining geophysics, 1967, II: 658-708.
- [8] HENDERSON R. G., AND ZIETZ, I. The computation of second vertical derivative of geomagnetic fields; Geophysics, 1949, 14: 290-319.
- [9] LINDRITH CORDELL. Potential-field sounding using Euler's homogeneity equation and Zidarov bubbling [J]. Geophysics, 1994, 59(6): 902-908.
- [10] NETTLETON, L. L. Gravity and Magnetic in Oil prospecting [M]. Mc-Graw Hill Book, London, 1976.
- [11] Roberts, R. L., Hinze, W. J., Leap, D. I. Application of the gravity method to the investigation of a landfill in glaciated Mid-continent, USA; a case history [J]. Investigations in Geophysics, 1991, 5: 253-259.
- [12] ROSENBAACH, O. A contribution to the computation of the second derivative from gravity data [J]. Geophysics, 1953, 18: 894-912.

A new simple equation to second vertical derivative of gravitational potential field's determination

AHMED A. KHAMIES

(EGYPT Nuclear Materials Authority, Cairo, 11111, Egypt)

Abstract

The present work proposed a simple computation of the second horizontal derivatives of gravitational potential fields (in both X and Y directions) using a digital filter of five operators that is designed to fit the data in the least-square concept. In relatively small areas (gravity data collected in engineering and environmental applications) the anomalies have small amplitudes and are easily ob-

scured by the regional gravity field, we consider that it is caused due to a second order polynomial along X and Y axis which represents the gravity field. Thus, in order to approximate the horizontal derivatives, a digital filter has been well designed to fit the gravity values on the X - Y plane and thus yield the desired vertical variation. The proposed equation has been tested and verified on the predecessors' theoretical models as well as by the field practises.

Key words: least-square concept; gravity anomalies; digital filter