

地下水位多年变化的趋势分析和周期分析

北京水文地质工程地质队 黄明敏

随着城市对地下水的大量开发利用,人们对地下水位的变化规律,特别是它在将来时刻的变化趋势,常需及时或提前知道,以利于防止地下水资源枯竭,水质恶化,地面沉降等不利的水文地质工程问题,为合理开发利用和调节控制地下水,为最大限度的兴利除害提供主要科学依据。本文即利用北京城西郊所积累的二十余年地下潜水位历史资料,应用趋势分析和周期分析方法,对水位的多年变化规律及其演变趋势,作一定量描述,也为累积多年的地下水位历史资料提供一种有效的分析整理方法。

我们在相等时间间隔所观测到的一系列地下水位观测值为: $\{H_t, t=1, 2, \dots, n\}$, 这一列按照时间顺序排列的地下水位观测值,可把它看作时间序列 $\{H_t = H_{t_1}, \dots, H_{t_m}(t_1 < t_2 < \dots < t_m)\}$, 由于这些水位的变化受到各种随机因素的影响,所以每次测到的水位是随机性的,但是这种水位的变化仍是有规律可循的,问题在于如何借助于一种方法帮助我们透过偶然性发现内部的规律,并帮助我们去伪存真,由表及里地对事物作出正确判断。

一般来讲每个时间序列都可以分解或提取三种成分,即趋势性成分、周期性成分和随机性成分。只要通过一定的数学方法,将上述各种成分分别确定,找出变化规律,便存在进行外推和预测的可能。

(一)地下水位多年变化趋势成分的确定*

目前常用的确定趋势成分的办法是:

1. 计算滑动平均,然后再用适当的函数关系去拟合滑动平均值。

2. 用多项式拟合趋势项。如果用电子计算机作为工具,拟合趋势项可事先不假设趋势项的函数形式,而是给出一般的函数形式,如

$$H(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + b_4 t^4 + b_5 t^{-1} + b_6 t^{-2} + b_7 t^{1/2} + b_8 t^{-1/2} + b_9 e^{-t} + b_{10} \ln t$$

然后用逐步回归法在电子计算机上筛选,选出主要项,舍去影响小的项,而后确定趋势项的表达式。

但是我们本着对于具体事例,还需具体分析,具体对待,灵活掌握的精神,采用一种简单易行的图解

方法,确定了北京城西郊地下潜水位多年变化的趋势成分。以下就结合某观测孔实例,作一粗浅介绍,其步骤:

①由于我们讨论的是多年地下水位变化趋势,所以可采用观测孔年平均水位 H_{op} , 作为讨论的时间序列对象,以消除或平滑水位每年的正弦波动。

②把各年平均水位按观测年份的先后编成年序号或时刻号 t , 如 55 年为时刻 1, 56 年为时刻 2 等。

③绘制 $\lg \frac{H_{op}}{t} \sim \lg t$ 关系曲线 (图 1), 以突出其趋势成分,平滑其多年的波动。由图 1 可明显看出曲线的变化以 1970 年为界截然分成两段。1970 年前曲线不仅呈线性关系,且具有相同截距,即曲线纵横坐标量自乘,即 $\frac{H_{op}}{t} \cdot t = H_{eo} = \text{常数}$, 说明 1970 年前由于地下水多年累积平均排泄量 (包括开采量) 还未超过该区地下水多年累积平均补给量,所以年平均水位是沿着一个相对平稳的趋势随机的上下波动。其趋势值等于多年平均水位,如图示实例 $H_{eo} = 55.03$ 米。1970 年后由于过量开采,地下水多年平衡破坏,造成水位进入降速逐年减小的连续下降阶段,趋势关系的普遍式为

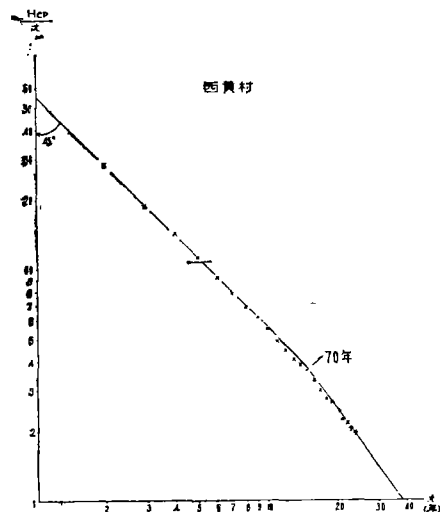


图 1

* 1978 年北京市中心区地下水动态报告,北京市地质局水文地质工程地质大队

1. $H_{e0} = a - b \lg t$, 根据多年水位动态资料用最小二乘法确定常数 a 、 b , 即能外推或图解预测期的水位变化趋势, 如(图1)实例 $H_{e0} = 10^{2.19-0.39 \lg t}$

(二) 地下水位多年变化周期成分的确定*

为了对将来时刻水位的外推更加逼近实际, 我们还需要从多年地下水位的变化中提取周期成分, 为了说明周期分析方法, 我们仍以上述(图1)实例为研究对象。1970年后地下水位的变化已进入连续下降阶段, 按理是不存在周期变化规律的, 如果我们把年平均水位沿着趋势成分的波动平移到1970年前的平稳趋势水准 ($H_{e0} = 55.03$ 米), 那么, 平移后的水位波动曲线, 可基本看作不包含过量开采的影响。然后就可从统计意义上研究它沿趋势线波动的周期规律, 并确定曲线有那些主要周期成分组成, 又如何用一个周期函数去拟合这样的周期变化, 这样就能对将来时刻的水位外推更逼近实际。

平移后的水位波动曲线 $H(t)$, 可看成是由许多不同波长(或频率)的变化曲线迭加后所组成, 即

$$H(t) = a_0 + A_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \theta_2) + \dots$$

其中 a_0 为 $H(t)$ 的总平均值, 即 $a_0 = \bar{H}(t)$;

A_1 为第一个波的正弦波振幅;

ω_1 为第一个波的频率;

θ_1 为初位相, 表示第一个波开始时的角度。

第二, 第三个波也如此表示。

如果对正弦波进行展开, 如对第一波按三角函数展开:

$$A_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1) = A_1 \sin \omega_1 t \cos \theta_1 + A_1 \cos \omega_1 t \sin \theta_1$$

$$\text{令 } a_1 = A_1 \sin \theta_1, \quad b_1 = A_1 \cos \theta_1$$

$$\text{则 } A_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1) = a_1 \cos \omega_1 t + b_1 \sin \omega_1 t$$

分波可以是无穷的, 各波均可按上述方法展开,

$$\text{即 } H(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos \omega_i t + b_i \sin \omega_i t)$$

对一组实测的 $H(t)$, 实际上是不能也没有必要无穷的进分波, 而只能用 k 个波进行估计逼近 $H(t)$, 周期与波数的关系如下:

$$\text{波数 } i: 1, 2, \dots, k$$

$$\text{周期 } L: \frac{N}{1}, \frac{N}{2}, \frac{N}{3}, \dots, \frac{N}{k}$$

又依据 $\omega_i = \frac{2\pi}{L_i}$, 故 $H(t)$ 的估计值可写成

$$\hat{H}(t) = a_0 + \sum_{i=1}^k \left(a_i \cos \frac{2\pi}{L_i} t + b_i \sin \frac{2\pi}{L_i} t \right)$$

其中系数 a_i 与 b_i 是采用最小二乘法求得的。求系数 a_i 和

b_i 的公式为:

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N H(t) \\ a_i = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N H(t) \cos \left[\frac{2\pi i}{N} (t-1) \right] \\ b_i = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N H(t) \sin \left[\frac{2\pi i}{N} (t-1) \right] \end{cases}$$

利用上式对上例进行十个分波计算, 其用电子计算机计算的结果如表1。

表 1

a_i	b_i	$A_i^2 = a_i^2 + b_i^2$	$S_i^2 = \frac{1}{2} A_i^2$
1.05	0.43	1.29	0.64
-0.22	-0.08	0.05	0.025
-0.04	0.16	0.03	0.01
-0.15	-0.53	0.30	0.15
-0.06	-0.28	0.08	0.04
-0.46	0.11	0.22	0.11
0.00	0.31	0.10	0.05
-0.08	0.22	0.05	0.025
-0.01	-0.04	0.00	0.00
-0.14	0.00	0.02	0.01

然后我们可利用振幅 A_i 的大小, 对上述十个分波进行主要周期的判断。在统计上有个标准, 即在信度为 5% 的水平下, 理论推导出一个判别式, 即当 $A_i^2 > \frac{4\sigma^2 \ln(20k)}{N}$ 时, 该分波即为主要周期, 其中 σ^2 为 $H(t)$ 的方差, 可用样本方差 S^2 估计, 即

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [H(t) - \bar{H}(t)]^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[a_i^2 \cdot \frac{N}{2} + b_i^2 \cdot \frac{N}{2} \right] \\ &= \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} (a_i^2 + b_i^2) \\ &= \sum_{t=1}^N S_i^2 \quad \left(\text{其中令 } S_i^2 = \frac{1}{2} (a_i^2 + b_i^2) \right) \end{aligned}$$

对上例而言, $S^2 = 1.06$

* 地质工作中的多元统计分析, 云南省地质局物探大队和云南大学数学系数学地质组, 1977年。

$$\therefore \frac{4 \times S^2 \ln(20 \times k)}{N} = \frac{4 \times 1.06 \times \ln 200}{20} = 1.12$$

因除第一分波 $A_1^2 = 1.29 > 1.12$ 外, 其它各波的 A_k^2 均小于 1.12, 所以 $\frac{20}{1} = 20$ 时刻 (年) 为主要周期 (图 2)。我们又采用了统计上灵敏度更高的一种判断方法, 即 Fisher 判据判断法, 它是将各分波 S_k^2 计算出来, 选取其中最大的一个, 例如:

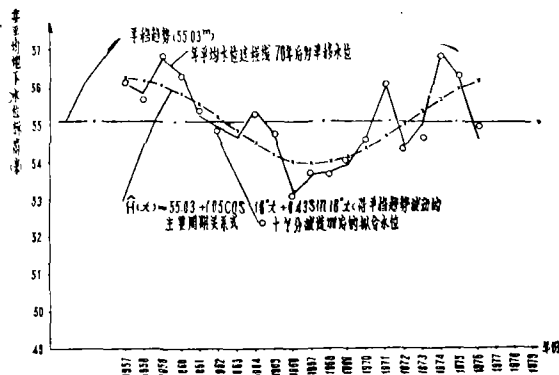


图 2

$S_k^2 = \max(S_1^2, S_2^2, \dots, S_k^2)$, 而且假定抽样的误差是一个随机变量, 并且它们彼此独立, 且服从标准正态分布, 则在这样的条件下, 统计量 $Y_k = S_k^2 / S^2$ 服从 Fisher 分布。于是就可以按一般的检验理论来进行。要计算这一统计量的否定域, 可通过下列步骤进行:

第一步, 在各分波中选出最大的 Y_k 。

第二步, 按照 Fisher 分布的概率公式计算出

$$P\{y > Y_k\} = \sum_{j=1}^r (-1)^{j+1} C_k^{j+1} [1 - (j-1)Y_k]^{j-1}$$

其中 r 为小于 $\frac{1-Y_k}{Y_k}$ 的正整数。

第三步, 对于给定的信度 $\alpha = 0.05$, 若 $P\{y > Y_k\} < \alpha$, 则可认为 $L_k = \frac{N}{k}$ 为主要周期。若 $P\{y > Y_k\} > \alpha$, 则认为不存在周期。同样, 对于剩下的方差 S_k^2 中又找出第二个最大的进行计算, 决定第二个主要周期 (这时 k 就为 $k-1$)。按以上三个步骤, 我们可以同样发现上例除第一分波外, 其它各波都不是主要周期。最后我们得到平均水位沿平稳趋势波动的主要周期外推关系式, 或 1970 年前地下水年平均水位的变化规律, 可用式 $\hat{H}(t) = 55.03 + 1.05 \cos 18^\circ t + 0.43 \sin 18^\circ t$ 进行描述。1970 年后的地下水年平均水位的连续下降规律可用公式 $\hat{H}(t) = 10^{2 \times 10^{-0.39} t} + 1.05 \cos 18^\circ t + 0.43 \sin 18^\circ t$ 表示。

综上所述:

1. 以上所介绍的地下水位多年变化的统计规律, 在北京城西郊永定河冲积扇顶部潜水区, 具有普遍性, 因篇幅所限, 没有将各观测孔的长系列水位资料一一列举。

2. 本文为水文地质站所积累的长系列地下水位资料的分析整理, 提供了一种统计分析方法。

3. 通过地下水位多年变化规律的统计分析实践, 我们认为要得到一个可靠的统计规律, 必须具备资料的连续性和长系列性。

(1980年4月收到)

人民黄河

《人民黄河》是治黄水利水电综合性技术刊物, 主要任务是宣传党的治黄方针政策, 总结交流治黄科技成果和经验, 开展学术讨论, 介绍国内外新技术。内容包括: 水文、泥沙、水土保持、防洪、勘测、规划、设计施工、工程运行管理、水源保护等方面论著、技术总结、新技术应用以及治黄史实等。

本刊为双月刊, 16开本, 每期64—80页, 定价0.30元, 征订一九八二年订户, 也可补订本刊复刊以来的一九七九、一九八〇、一九八一年各期, 需要订阅的单位和个人, 请与《人民黄河》编辑部联系, 索取订单, 办理订阅手续, 收款后按期寄刊, 望切勿信中附寄现钞和邮票, 以免延误。地址: 郑州金水路12号; 开户银行和帐号: “郑州市人民银行花办0693003号”。

《人民黄河》编辑部

《人民长江》

《人民长江》是长江流域规划办公室编辑出版的水利水电综合性技术刊物, 主要任务是宣传党的治理长江的方针、政策, 报道长江建设情况, 总结交流水利水电技术, 开展学术讨论和介绍国内外新技术。其内容包括水文、勘测、科研、规划、设计、施工、机电以及水源保护等方面的技术经验。

本刊由邮局发行, 刊号38—22, 逢双月20日出版。每期收费0.30元, 全年六期1.80元。各地邮局办理1982年征订手续, 请读者及时到当地邮局办理订阅手续。可破月破季订阅。

《人民长江》杂志编辑部
(地址: 汉口解放大道797号)