



〈Max—·〉模糊综合评判方法 在地下水水质污染综合评价中的应用

朱玉仙 (长春地质学院)

王文*用〈Max—min〉综合评判方法对某地的四个钻孔的水质进行了综合评价,收到了较常规方法(综合指数法)令人满意的结果。本文对〔1〕中的评判方法进行改进,给出了〈Max—·〉综合评判方法,并用此法对〔1〕中的数据进行综合评价,评价的效果较〔1〕更为理想。

(一)〈Max—·〉模糊综合评判方法的数学模型。

记 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 为因素集, $W = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ 为评语集,从 U 到 W 的模糊变换记为 $R = (r_{ij})_{n \times m}$ 称 R 为评判矩阵,再令 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 为因素集中各因素的权重,将 A 对 R 进行〈Max—·〉合成,得到一个评语集 W 上的模糊子集 $\tilde{B} = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ 记为

$$\tilde{B} = A \circ R \quad (1)$$

其中 $b_j = \bigvee_{i=1}^n (a_i \cdot r_{ij})$,符号“ \bigvee ”表取大,

“ \cdot ”表普通的乘法,称 \tilde{B} 为评判向量,依据评判向量 \tilde{B} 的各分量的大小,以最大隶属原则得出评价结果。

(二)〈Max—·〉模糊评判方法与〔1〕中的评判方法的简单比较

〈Max—·〉综合评判方法与〔1〕中的模糊综合评判方法的差别在于:〔1〕中的评判向量 \tilde{B} 是由 A 对 R 进行〈Man—min〉合成而得到的。即 $\tilde{B} = A \circ R$

其中 $b_j = \bigwedge_{i=1}^n (a_i \wedge r_{ij})$,符号“ \wedge ”表取小,而

〈Max—·〉评判方法中的评判向量 \tilde{B} 由(1)试算得,本文称文〔1〕中的模糊综合评判方法为〈Max—min〉综合评判方法。

文〔1〕用〈Max—min〉综合评判方法对某地的四个钻孔的水质进行了综合评价,评价效果较综合指数法好。但〈Max—min〉合成运算对 A 和 R 所提供的信息损失较大,而〈Max—·〉合成能较充分地利用 A 和 R 所提供的信息,所以将〈Max—min〉评判方法中的合成运算改为〈Max—·〉合成,由此而得到的〈Max—·〉评判方法的评判效果将比〈Max—min〉评判方法更符合实际,下面我们用两种评判方法来评价一个数字例子,比较一下效果。

设某钻孔水质监测数据如表1

按〔1〕中的计算公式算得各因素的权重为

表 1

酚	氰	汞	铬 ⁶⁺	砷
0.0013	0.027	0.0004	0.0084	0.0095

$$A = (0.3, 0.3, 0.19, 0.1, 0.11)$$

评判矩阵

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.77 & 0.23 & 0 \\ 0.8 & 0.2 & 0 \\ 0.87 & 0.13 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

取评语集 $W = \{I \text{ 级水}, II \text{ 级水}, III \text{ 级水}\}$,水质污染分级标准如表2。

表 2 水质污染分级标准(毫克/升)

	I 级水	II 级水	III 级水
酚	0.001	0.002	0.01
氰	0.02	0.05	0.2
汞	0.00025	0.001	0.005
铬 ⁶⁺	0.002	0.05	0.2
砷	0.02	0.04	0.2

按〈Max—min〉评判方法求得评判向量 $\tilde{B} = (0.3, 0.3, 0)$,这表明此钻孔水质对I级水和II级水的隶属程度相当,即此法不能分辨该钻孔水质为I级还是II级,然而若用〈Max—·〉评判方法可求得评判向量 $\tilde{B} = (0.23, 0.09, 0)$,以最大隶属原则判定此水为I级水。那么哪种方法的结果更符合实际呢?让我们把该钻孔的监测数据与表2中各级水的标准含量比较一下:该钻孔水中酚,氰,汞,铬⁶⁺的含量都略高于I级水而远低于II级水,砷的含量低于I级水,从监测数据上看该井水接近I级水的程度比接近II级水的程度大得多,判定该井水属于I级水是比较恰当的。

* 王克三、1984,模糊数学方法在地下水水质污染综合评价中的尝试,《水文地质工程地质》,第1期

可见〈Max—〉评判方法的结果与实际较符合, 〈Max—〉评判方法的准确性较〈Ma₂—min〉评判方法高。

(三)用〈Max—〉模糊综合评价方法对文〔1〕中的4个钻井的水质进行综合评价

4个钻井的水质监测资料见表3。

表3 监测数据表

元素名称 监测井编号	酚	氰	汞	铬 ⁶⁺	砷
1	0.004	0.016	0.017	0.005	0.041
2	0.008	0.185	0.004	0.164	0.140
3	0.001	0.018	0.000	0.019	0.015
4	0.002	0.000	0.000	0.026	0.000

为了便于两种模糊综合评价方法的比较,本文中因素集、水质污染分级标准以及酚、氰、汞、铬⁶⁺、砷各对水质级别的隶属函数都取与文〔1〕相同。

取因素集U为污染元素的集合,即U={酚, 氰, 汞, 铬⁶⁺, 砷},取评价集W为水质等级的集合,即W={I级水, II级水, III级水}(见表2)。酚、氰、汞、铬⁶⁺, 砷对三个水质级别的隶属函数均取为线性函数:

酚I级水:

$$Y_I = \begin{cases} 0 & x \geq 0.002 \\ -1000(x-0.002) & 0.001 < x < 0.002 \\ 1 & x \leq 0.001 \end{cases}$$

酚II级水:

$$Y_{II} = \begin{cases} 0 & x \leq 0.001, x \geq 0.01 \\ 1000(x-0.001) & 0.001 < x < 0.002 \\ -125(x-0.01) & 0.002 \leq x < 0.01 \end{cases}$$

酚III级水:

$$Y_{III} = \begin{cases} 0 & x \leq 0.002 \\ 125(x-0.002) & 0.00 < x < 0.001 \\ 1 & x \geq 0.01 \end{cases}$$

氰I级水:

$$Y_I = \begin{cases} 0 & x \geq 0.05 \\ -33^{1/3}(x-0.05) & 0.02 < x < 0.05 \\ 1 & x \leq 0.02 \end{cases}$$

氰II级水:

$$Y_{II} = \begin{cases} 0 & x \leq 0.02, x \geq 0.2 \\ 33^{1/3}(x-0.02) & 0.02 < x < 0.05 \\ -6^{2/3}(x-0.2) & 0.05 \leq x < 0.2 \end{cases}$$

氰III级水:

$$Y_{III} = \begin{cases} 0 & x \leq 0.05 \\ 6^{2/3}(x-0.05) & 0.05 < x < 0.2 \\ 1 & x \geq 0.2 \end{cases}$$

汞I级水:

$$Y_I = \begin{cases} 0 & x \geq 0.001 \\ -1333^{1/3}(x-0.001) & 0.00025 < x < 0.001 \\ 1 & x \leq 0.00025 \end{cases}$$

汞II级水:

$$Y_{II} = \begin{cases} 0 & x \leq 0.00025, x \geq 0.005 \\ 1333^{1/3}(x-0.00025) & 0.00025 < x < 0.001 \\ -250(x-0.005) & 0.001 \leq x < 0.005 \end{cases}$$

汞III级水:

$$Y_{III} = \begin{cases} 0 & x \leq 0.001 \\ 250(x-0.001) & 0.001 < x < 0.005 \\ 1 & x \geq 0.005 \end{cases}$$

铬⁶⁺I级水:

$$Y_I = \begin{cases} 0 & x \geq 0.05 \\ -20^{5/6}(x-0.05) & 0.002 < x < 0.05 \\ 1 & x \leq 0.002 \end{cases}$$

铬⁶⁺II级水:

$$Y_{II} = \begin{cases} 0 & x \leq 0.002, x \geq 0.2 \\ 20^{5/6}(x-0.002) & 0.002 < x < 0.05 \\ -6^{2/3}(x-0.2) & 0.05 < x < 0.2 \end{cases}$$

铬⁶⁺III级水:

$$Y_{III} = \begin{cases} 0 & x \leq 0.05 \\ 6^{2/3}(x-0.05) & 0.05 < x < 0.2 \\ 1 & x \geq 0.2 \end{cases}$$

砷I级水:

$$Y_I = \begin{cases} 0 & x \geq 0.04 \\ -50(x-0.04) & 0.02 < x < 0.04 \\ 1 & x \leq 0.02 \end{cases}$$

砷II级水:

$$Y_{II} = \begin{cases} 0 & x \leq 0.02, x \geq 0.2 \\ 50(x-0.02) & 0.02 < x < 0.04 \\ -6^{1/4}(x-0.2) & 0.04 \leq x < 0.2 \end{cases}$$

砷III级水:

$$Y_{III} = \begin{cases} 0 & x \leq 0.04 \\ 6^{1/4}(x-0.04) & 0.04 < x < 0.2 \\ 1 & x \geq 0.2 \end{cases}$$

1、评判矩阵R

将表2中1号井的酚、氰、汞、铬⁶⁺、砷的实测值分别代入相应的隶属函数,求出它们对各级水的隶属度得表4。

表4 1号井各元素的隶属度

元素名称	级别	Y _I	Y _{II}	Y _{III}
酚: x=0.004		0	0.75	0.25
氰: x=0.016		1	0	0
汞: x=0.017		0	0	1
铬 ⁶⁺ : x=0.005		0.94	0.06	0
砷: x=0.041		0	0.99	0.01

取

$$\tilde{R}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0.75 & 0.25 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.94 & 0.06 & 0 \\ 0 & 0.99 & 0.01 \end{pmatrix}$$

为1号井的评判矩阵。

同样方法，可以求出2号、3号、4号井的评判矩阵分别为

$$\tilde{R}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0.25 & 0.75 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \\ 0 & 0.25 & 0.75 \\ 0 & 0.24 & 0.76 \\ 0 & 0.375 & 0.625 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{R}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0.645 & 0.354 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{R}_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. 权重计算

考虑到因素集中酚、氰等5个污染元素，在水质污染程度当中的作用，不仅与它们的实测数据的大小有关，而且与某种用途水中逐元素的允许浓度标准有关，实测数据相同的元素，其允许浓度标准大的，对污染程度的影响应小、因此，计算权重的公式取为：

$$W_i = (C_i / S_i) / (\sum C_i / S_i)$$

其中： C_i ： i 种元素在水中的实际浓度； S_i ： i 种元素某种用途水的浓度标准，这里取 S_i 为 i 种元素三个级别标准浓度的平均值，即

$$S_i = 1/3(I_i + II_i + III_i)$$

由(1)式算出各钻孔的因素权重集分别为

$$\tilde{A}_1 = (0.09, 0.02, 0.83, 0.01, 0.05)$$

$$\tilde{A}_2 = (0.20, 0.22, 0.2, 0.21, 0.17)$$

$$\tilde{A}_3 = (0.28, 0.24, 0, 0.27, 0.21)$$

$$\tilde{A}_4 = (0.6, 0, 0, 0.4, 0)$$

3. 评判向量 \tilde{B} 及评价结果

将 \tilde{A}_i 对 \tilde{R}_i 进行〈Max—〉合成即得评判向量 \tilde{B}_i 。

$$\tilde{B}_1 = (0.02, 0.0675, 0.83)$$

$$\tilde{B}_2 = (0, 0.06, 0.198)$$

$$\tilde{B}_3 = (0.28, 0.09, 0)$$

$$\tilde{B}_4 = (0.02, 0.6, 0)$$

以最大隶属原则评价的结果是：1号井，2号井为Ⅲ级水，3号井为Ⅰ级水，4号井为Ⅱ级水。

4. 讨论

1) 元素的较大值对水质污染程度的影响是大的，模糊综合评判方法充分利用了最大值所提供的信息。例如，从1号井的监测数据看，尽管、氰的含量低于Ⅰ级水的标准，酚、铬⁶⁺、砷的含量都远低于Ⅲ级水，但汞的含量为Ⅲ级的3.4倍，说明此水的污染是极为严重的，〈Max—〉模糊评判方法将其划为Ⅲ级水是完全符合实际情况的，又如4号井，虽然它的氰、汞、砷的含量未查出，但铬⁶⁺的含量接近Ⅱ级水的标准，酚的含量已达到Ⅱ级水的标准，〈Max—〉模糊评判方法评价此井为Ⅱ级分也是恰当的。

2) 将 \tilde{B}_1 和 \tilde{B}_2 进行比较，我们还可以看到1号井，2号井虽然同划为Ⅲ级水，但它们对Ⅲ级水的隶属程度是不一样的，1号井对Ⅲ级水的隶属程度远远大于2号井对Ⅲ级水的隶属程度，这说明1号井的污染程度较2号井大，这与实际情况完全符合。

3) 用〈Max—min〉评判方法(见〔1〕)得到的评判向量分别为：

$$\tilde{B}'_1 = (0.02, 0.09, 0.83)$$

$$\tilde{B}'_2 = (0, 0.2, 0.22)$$

$$\tilde{B}'_3 = (0.28, 0.27, 0)$$

$$\tilde{B}'_4 = (0.4, 0.6, 0)$$

评判结果为：1号井，2号井为Ⅲ级水，3号井为Ⅰ级水，4号井为Ⅱ级水。从最终评判结果来看，与〈Max—〉评判方法完全一致，但若将 \tilde{B}_i 、 \tilde{B}'_i 各自的分量间的数值关系进行比较我们就会看到两种模糊评判方法在准确度上的差异，这一点在前面(二)中已举例说明了，下面再以 \tilde{B}_3 和 \tilde{B}'_3 为例做进一步说明。

$$\tilde{B}_3 = (0.28, 0.09, 0)$$

$$0.28 + 0.09 + 0 = 0.37$$

$$\tilde{B}_3 = \left(\frac{0.28}{0.37}, \frac{0.09}{0.37}, 0 \right) = (0.757, 0.243, 0)$$

\tilde{B}_3 的各分量表明，〈Max—〉评判方法的结论是：3号井75.7%属于Ⅰ级水，24.3%属于Ⅱ级水。因此划3号井为Ⅰ级水显然是合理的。

$$\tilde{B}'_3 = (0.28, 0.27, 0)$$

$$0.28 + 0.27 + 0 = 0.55$$

$$\tilde{B}'_3 = \left(\frac{0.28}{0.55}, \frac{0.27}{0.55}, 0 \right) = (0.509, 0.491, 0)$$

\tilde{B}'_3 的各分量表明：〈Max—min〉评判方法的结论是：3号井50.9%属于Ⅰ级水，49.1%属于Ⅱ级水，

(下转第43页)

杭加湖平原水网区地下水补给与排泄
平衡计算表 单位: 亿米³

地类	项目 数量与 百分比	补给量			排泄量		
		降水入 渗补给 量	灌溉入 渗补给 量	合计	潜 水 蒸 发 量	侧 向 渗 流 量	合计
旱地	数量 %	5.58		5.58	3.54 63.4%	2.04 36.6%	5.58
水稻田	数量 %	3.06 63.2%	1.78 36.8%	1.84	1.84 38.0%	3.00% 62.0%	4.84
总计	数量 %	8.64 82.9%	1.78 17.1%	10.42	5.38 51.6%	5.04 48.4%	10.42

水稻田生长期灌溉入渗补给量:

$$Q_5 = (1 - \eta) Q_3 = 0.57 \times 3.13 = 1.78 \text{ (亿米}^3\text{)}$$

因此水稻田年降水入渗补给量:

$$Q_6 = Q_2 + Q_5 = 1.71 + 1.35 = 3.06 \text{ (亿米}^3\text{)}$$

本区各项补给量计算成果如表 1 所示, 旱地和水稻田的降水入渗补给量共 8.64 亿米³, 占总补给量的 82.9%, 而灌溉入渗补给量为 1.78 亿米³, 仅占总补给量的 17.1%, 这说明本区地下水补给量中, 大多数是降水入渗补给量, 其次是灌溉入渗补给量。

2. 本区地下水排泄量中, 潜水蒸发与侧向渗流接近相等。

(1) 潜水蒸发量采用潜水蒸发系数法求得:

$$e = e_0 \cdot C \cdot F$$

e : 潜水蒸发量 (亿米³);

e_0 : 水面蒸发量 (毫米);

C : 潜水蒸发系数;

F : 旱地或水稻田面积 (平方公里)

计算结果 $e = 5.38$ 亿米³。

(2) 侧向渗流量计算:

由于平原水网区河渠密布, 侧向渗流量不易计算正确, 所以我们采用下列方法求得。

$$\therefore \text{总补给量} = \text{总排泄量} = \text{潜水蒸发量} + \text{侧向渗流量}$$

$$\therefore \text{侧向渗流量} = \text{总补给量} - \text{潜水蒸发量}$$

侧向渗流量即按上式求得, 其值为 5.04 亿米³。由表 1 可见, 在旱地的地下水总排泄量中, 潜水蒸发量为主, 占 63.4%, 侧向渗流量为次, 占 36.6%。在水稻田的地下水总排泄量中, 潜水蒸发量为次占 38.0%, 侧向渗流为主, 占 62.0%, 就整个杭加湖平原水网区 (包括旱地和水田) 统计, 潜水蒸发量占总排泄量的 51.6%, 侧向渗流量占 48.4%, 略小一点。

上述统计表明, 平原水网区的地下水排泄方式与

土地类型和农田灌溉制度有很大关系, 在水稻种植区, 地下水以水平排泄为主, 而在旱地区, 地下水又以垂直排泄为主。在水稻田和旱地混杂地区, 视比例大小而定。例如在杭加湖平原, 水稻田计算面积*占总面积的一半左右, 水平排泄量与垂直排泄量接近相等。

对于我国南方平原水网区地下水的排泄形式, 以往多认为以垂直排泄为主, 水平排泄为次, 近年来这种传统的观点已引起一些争论, 一部份人认为平原水网区地下水应以水平排泄为主。其实平原水网区地下水排泄形式不能一概而论, 应视具体情况而定, 当水稻田面积占优势时, 以水平排泄为主, 理由是水稻田的降水灌溉入渗补给量多以侧向渗流的形式排泄, 只有少部份为潜水蒸发所消耗。当旱地面积占优势时, 显然以垂直排泄为主。当水稻田面积与旱地面积相差不多时, 两种排泄量接近相等, 至少不会相差很大。

参 考 文 献

1. 中国科学院自然地理编写组, 中国自然地理地下水 科学出版社 1979年。
2. 史占春, 水文地质勘察手册 (上册)。
3. 浙江省水文地质工程地质大队, 浙江省水文地质图说明书 (1:50万), 1978年9月。
4. 王敏夫、潘莹贵, 珠江三角洲水量平衡和转化关系的初步分析, 《人民珠江》, 1983年第6期。

* 水稻田计算面积系指双季稻面积与单季稻面积被折算成双季稻的面积之和。

(上接第41页)

<Max—min> 评判方法划 3 号井为 I 级水显然有些勉强。然而从 3 号井的实测数据来看, 酚的含量等于 I 级水标准, 氟、汞、砷的含量都低于 I 级水铬⁶⁺的含量虽然高于 I 级水, 但仍未接近 II 级水, 此并对 I 级水的隶属程度显然大于对 II 级水的隶属程度。这一事实又一次说明 <Max—min> 评判方法的结果较 <Max—min> 评判方法的结果更符合实际, 更准确, 同时, 此评判方法简便, 易于掌握, 可以说是评价水质污染程度的一种较为理想的方法。

本文在杨天行副教授和谷文祥讲师的指导下完成, 在此表示衷心感谢!

更正: 今年第一期“细粒土结构专门术语、概念和分类命名的初步方案”文中, 图15与图19的图应对换; 图20和图21的图应对换。第9页右列第9行“色膜”应为“包膜”; 第11页右列第11行“碱度”应为“酸碱度”; 第12页右列倒数第3行“小红土”应为“红土”; 第14页右列标题“3, ……和一般粘性”应为“……和一般粘性土”。