

地下水动力场的数模混合仿真

黄善衡 吴人伟
(上海交通大学)

周景鑫
(上海环境地质站)

提 要

以深层地下含水层作为巨大的天然储能库,实行“冬灌夏用”和“夏灌冬用”具有重大的节能效果。为此必须研究和求解地下水动力场和温度场。本文以非均质岩溶承压含水层二维不稳定渗流为例利用数模混合仿真来求解地下水动力场。

本文给出了水文地质模型及其求解的模拟结构图、地质和边界条件的模拟方法、数模混合求解中初值的迭代求解及信号的采样、存储和恢复。文中还给出了某一方案的仿真结果。

可以看出利用数模混合仿真研究和求解水文地质问题是可行的,它可以成为水文地质计算和研究的有效工具。

一、水文地质模型及模拟结构图的建立

假设所研究区域的水文地质模型为非均质岩溶承压含水层二维不稳定渗流,则其数学模型为:

$$T \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) + \epsilon_1 - \epsilon_2 = S \frac{\partial H}{\partial t} (x, y) \in L \quad (1)$$

$$H(x, y, 0) = H_0(x, y) \quad \text{初始流场}$$

$$H(x, y, t) \big|_{x, y, L_1} = H_1 \quad \text{定水头边界}$$

$$H(x, y, t) \big|_{x, y, L_2} = H_2 \quad \text{排水边界}$$

$$\frac{\partial H}{\partial n} \bigg|_{x, y, L_3} = 0 \quad \text{隔水边界}$$

式中 T —— 含水层导水系数;

H —— 含水层水头;

ϵ_1 —— 含水层补给水量;

ϵ_2 —— 含水层消耗水量;

S —— 含水层储水系数;

L —— $L_1 + L_2 + L_3$ 区域边界

方程(1)是一个 x, y, t 的三维偏微分方程。通常模拟机上能对一个变量连续积分求解,而其余的变量必须离散,写成差分格式。按照被离散的变量是空间变量还是时间变量,在仿真系统上求解偏微分方程的方法又可分为离散空间连续时间法(即DSCT法)和连续空间离散时间法(即CSDT法)。因为我们所使用的Dc 960仿真系统(DORNIER960SIMULATIONSYSTEM)具有存储和高速迭代的功能,因此采用CSDT法是合适的,这样可用较少的运算器获

得较高的精度。同时,在我们的情况下除了时间 t 离散外,另一空间变量 y 也需进行离散,只对 x 连续积分求解。

将 y 和 t 离散后方程(1)成为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_{n,i+1}}{\partial x^2} = & \left(\frac{S}{T \cdot \Delta t} + \frac{2}{\Delta y^2} \right) H_{n,i+1} \\ & - \frac{1}{\Delta y^2} \cdot H_{n+1,i+1} - \frac{1}{\Delta y^2} H_{n-1,i+1} \\ & - \frac{S}{T \cdot \Delta t} H_{n,i} - \frac{1}{T} (\epsilon_1 - \epsilon_2) \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)是一个二阶的常微分方程,可以看出只要将 $H_{n,0}$ 作为输入就可求出 $H_{n,1}$, 再将 $H_{n,1}$ 作为输入就可求出 $H_{n,2}$ 。这样一次次继续下去就可求得整个方程的解,而 $H_{n,0}$ 即是方程(1)的初始条件。

由方程(2)可作出模拟结构图如图1所示。

应该指出,式(2)的积分器的初始条件 $H_{n,i+1}(0)$ 正是原方程(1)的边界条件,而式(2)的初始条件 $H_{n,0}(x)$ 正是原方程(1)的初始动力场,它必须事先存储在数字机的存储器(memory)中,开始解题时由数字机读出,经数模转换器DAC转换成模拟量,送到模拟机部分进行运算。

二、区域的水文地质条件及其模拟

1. 地质区域的划分

假设所研究区域为一个 x 方向长 2400m, y 方向宽 1200m 的矩形,如图2所示。整个区域根据地质参数的差异沿 y 方向均匀分成 I, II, III, IV, 四个区, $\Delta y = 300$ m。这四个区的地质参数 S, T 可各不相同,但在同一区内则认为是相同的(也可以是不同的)。

各区的地质参数 S 和 T 的值如表1所示。

2. 边界条件

所取定的区域边界条件如图3所示:左边界及下边界为隔水边界右边界和上边界为定水头边界。

对左边的隔水边界则有:

$$\frac{\partial H}{\partial x} \bigg|_{x=0} = 0$$

故只需将模拟结构图上的四个积分器 $V_{030}, V_{040},$

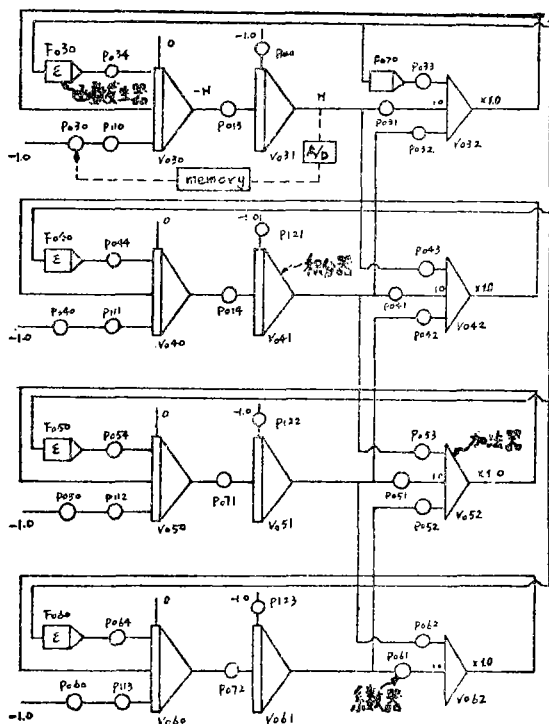


图 1 模拟结构图

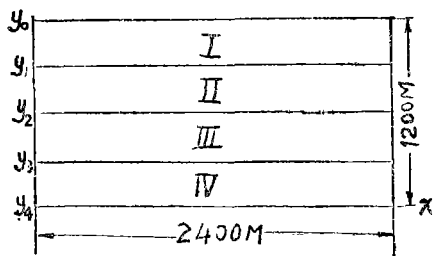


图 2 地质区的划分

表 1 各区的地质参数S和T

区号	S	T
I	6×10^{-3}	00
II	1×10^{-2}	450
III	4.5×10^{-3}	300
IV	1×10^{-2}	350

V_{050}, V_{060} 的初值设置为零即实现了此隔水边界条件。

下边界亦为隔水边界 ($y = y_4$ 处) 则

$$\left. \frac{\partial H}{\partial y} \right|_{y=y_4} = 0$$

$$\text{亦即 } \frac{H_5 - H_4}{\Delta y} = 0 \quad \text{则有 } H_5 = H_4$$

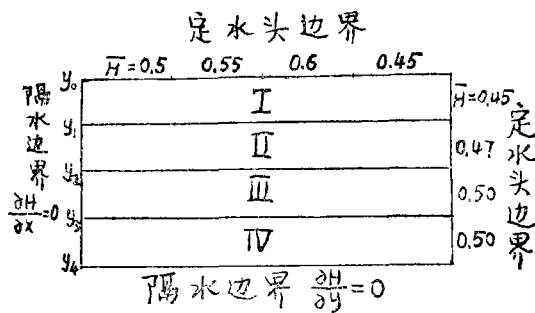


图 3 区域的边界条件

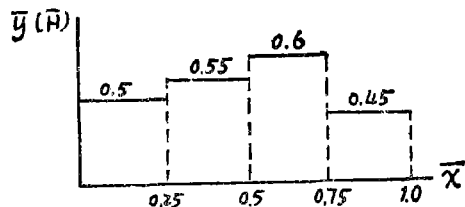


图 4 模拟定水头边界条件的函数发生器输出故只需将系数器 P_{061} 的系数值加上原 H_5 所对应的 P_{062} 的系数值, 即可模拟此隔水边界条件。

右边界为定水头边界, 无量纲水头 $\bar{H} = \frac{H}{H_{101x}} =$

Const, 但不同的区 $\bar{H}$ 可为不同数值, 具体的 $\bar{H}$ 的数值如图 3 所示, 此 $\bar{H}$ 的数值通过迭代选取合适的积分器 $V_{031}, V_{041}, V_{051}$ 和 V_{061} 的初值 $\bar{H}_0$ 来达到。

上边界亦为定水头边界, 假定沿 x 方向相对水头 $\bar{H}$ 分别为 0.5, 0.55, 0.6 和 0.45。这一边界条件用函数发生器 F_{070} 来实现。将 $\bar{H}$ 的数值设置为函数发生器的输出 y , 如图 4 所示, 将此阶跃输出作为 $\bar{H}$ 。经过系数器 P_{033} 加到加法器 V_{032} 的输入端。

3. 井点分布及井流量的模拟

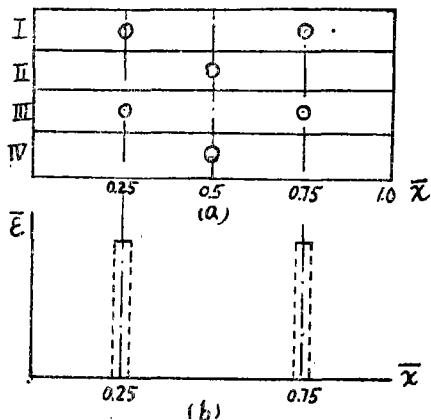


图 5 井点分布及井流量的模拟

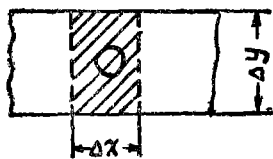


图 6 井流量的模拟

假设区域内共有六口井，井点分布如图 5 (a) 所示。

如井的抽(注)水量为 Q [米³/日]则 ε 即为单位时间内单位面积上所抽(注)的水量，其量纲为米³/日·米²井点位置及井的流量是用函数发生器来模拟的。例如以 I 区为例，该区有二口井，位置分别在 $\bar{x} = 0.25$ 和 $\bar{x} = 0.75$ 处，井的注水量都为 Q [米³/日]，则函数发生器分别在 $\bar{x}$ 为 0.25 和 0.75 处产生两个正的阶跃脉冲输出，如图 5 (b) 所示(如为抽水则脉冲为负)脉冲的强度是这样取的使

$$\varepsilon = \frac{Q}{\Delta y \cdot \Delta x} \text{ 或 } \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\max}} = \frac{Q}{Q_{\max}}, \text{ 脉冲持续的宽度}$$

为 $\Delta \bar{x} = \frac{\Delta x}{x_{\max}}$ 。这意味着流量 Q 是通过 $\Delta y \cdot \Delta x$ 这样一块面积上均匀注入或抽出的，如图 6 所示。这样在 $\Delta y \cdot \Delta x$ 这一区域内模拟的水头 H 的分布与真实的 H 的分布是有较大差别的。

当然我们可以改进这一情况，只要在有井点的地方将 Δy 的距离取得足够小就可使这一差别尽量小(Δx 的减小可通过函数发生器输出脉冲宽度的减小来达到)。当然这需要增加运算器的数量。

三、用 CSDT 求解的两个关键问题

1. 初值的迭代求解

从模拟结构图上可见，代表每一区的回路上都有两个积分器它们都需要设置积分初值。我们以第一区的回路为例(见图 7)因为左边界是隔水边界故 $\frac{\partial H_1}{\partial x} = 0$ 即 V030 的初值为零，而 V031 的初值 $-H_0$ 则需迭代求解使 $H_{1,i+1}$ 的终值等于已知的右边界条件 H_R (如果左边界为定水头边界，则 $H(0)$ 为已知， $\frac{\partial H_1}{\partial x}$ 的初值需迭代求解)，因为四个回路互相联系影响，因此问题变为有四个系统参数的寻优问题

2. 采样存储和信号恢复

对每一回路的 H 都需要采样，随后存入数字机的内存，在下一时刻的运算中作为输入。每一回路的 H 采样 100 点，四个回路共 400 点(共 800 bytes)在地址为 60000Q—61440Q 的内存中专门存放此值。开始运

行时需将方程 (1) 的初始条件 $H(x, y, 0)$ 预先存放在此内存中。

采样存储和信号恢复操作中最重要的 是定时问题。我们用逻辑模块产生的频率为 100Hz 脉冲宽度为 5MS 的矩形脉冲作为定时信号。逻辑模块接线及脉冲图形如图 8 所示。

定时器(timer)产生频率为 100Hz 的脉冲，但脉冲宽度仅为 1 μs，随后单稳触发器(monoflop)将脉冲宽度展阔至 5MS。

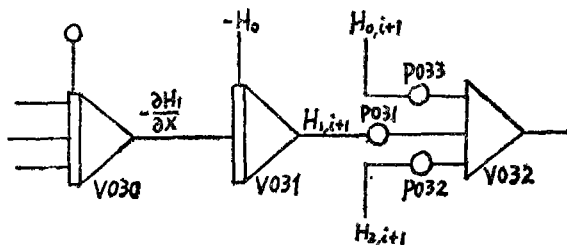


图 7 积分器的初值

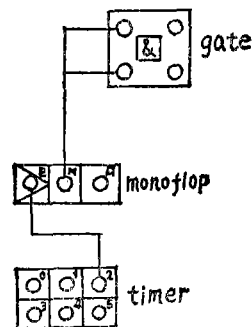
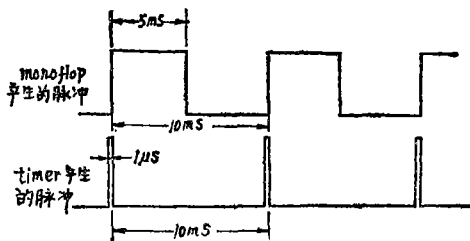


图 8 定时信号与逻辑模块接线

按照上述定时在 5MS 的高电平时间内进行如下操作：

(1) 从存储器(memoty)的起始地址为 60000Q 的内存中取出上一时刻的一个 $H_{1,i}$ 的值(α bytes)，将其设置到系数器 P030，作为本次的输入。

(2) 将多路转换开关指到积分器 V031 的输出，经过模数转换器 ADC 取入本次的 $H_{1,i+1}$ ，并存入刚被取出的那个内存位置(这样内存就被刷新了)。

这样完成了第一回路的采样、存储和信号恢复，

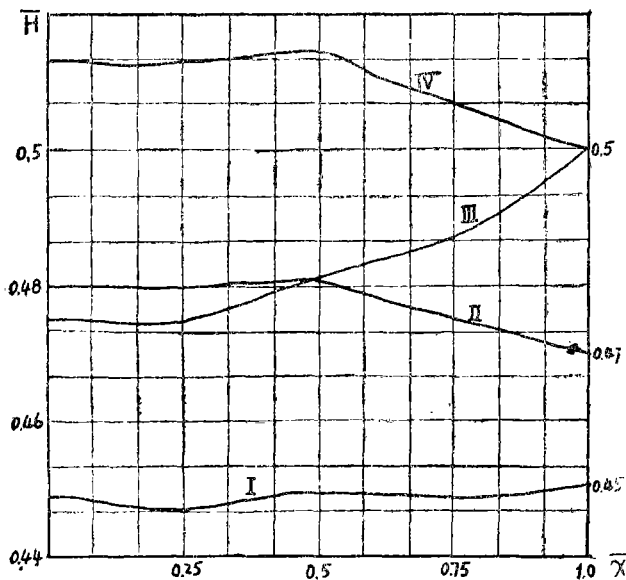


图 9 各区地下水动力场随时间的变化

表 2 计算的原始数据

区号	I	II	III	IV
S	6×10^{-2}	1×10^{-2}	4.5×10^{-1}	1×10^{-2}
T [米 ² /日]	400	450	300	350
$\varepsilon = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\max}}$	二井, -0.7	一井, +1.0	二井, -0.7	一井, +1.0
$\varepsilon_{\max}$ [米 ³ /日·米 ²]	0.9684	0.9684	0.9684	0.9684
H , (初始流场)	0.5	0.5	0.5	0.5
$H_{\max}$ [米]	45	45	15	45
Δt [日]	0.5	0.5	0.5	0.5
Δy [米]	300	300	300	300

随后再继续完成其它三个回路的操作。

等第二个脉冲出现时再重复上述操作。这样100个脉冲共完成400点的采样、存储和信号恢复。

在迭代求取初值时内存不需刷新,因此只需进行上述(1)的取出的操作,而不执行(2)中的操作。

实现采样、存储和信号恢复的子程序是用汇编语言写成的。

四、计算结果

我们对几种不同的条件和参数进行了仿真求解:三种抽注方式(六口井全部抽水;六口井全部注水;

四井抽水,二井注水)二种 ε 的强度,二组 S 和 T 的值,二种时间离散步长 Δt ,共计24个方案。计算结果在X-Y绘图仪和打印机上输出。

现将其中一个方案的计算结果整理成曲线如图9所示。计算的原始参数如表2所示,区域的边界条件及井点布置与图3和图5同。

利用数模混合仿真来求解水文地质问题及地下水节能问题我们这次仅是初步的尝试,由于时间和水平所限,肯定有不少缺点和不完善之处,有待进一步改进。但是通过这次初步研究我们感到下列几点是可以指出的:

1. 利用数模混合仿真求解和研究水文地质问题是可行的,它具有设置方便,求解迅速,能自动控制,快速调参,计算精度高等优点,可以成为水文地质计算和研究工作的有力工具。
2. 作为地下水流场和其它水文地质问题的仿真方法其直观性强,能方便地将渗流场中的各种物理量通过多种显示和记录仪器(如示波器, X-Y绘图仪,打印机等)实时或超实时的显示和记录下来,使地下水运动的全部过程得以真实地再现,极易为水文地质工作者理解和掌握。
3. 它不仅可仿真求解地下水的位、水量等(动力场)而且可仿真求解地下水的温度分布和变化(温度场)以及地下水的水质、污染物的运移、扩散规律等。
4. 它不仅可以正演,由已知渗流参数和边界条件求水头函数(降深),而且可反演由已知的水头函数分布求得渗流参数。

主要参考文献

1. 模拟与混合计算技术 周炎勋等编著
2. R-C网络电模拟技术在水文地质工作中的应用 江苏地质1984, No2 王则旺
3. 供水水文地质手册 第三册 地质出版社
4. 地下水动力学 南京大学地质系 薛禹群编著
5. Do960 Simulation System Operator's Manual.

更正

本刊1986年第五期转载饮料矿泉水水质标准的表2中:碳酸盐、碳化氢应为硫酸盐、硫化氢;总 β 放射性的世界卫生组织建议值和中国标准均应 <1 贝克勒尔/升;氰化物世界卫生组织建议值应为 <0.1 毫克/升,中国标准应为0.05毫克/升