

单轴压缩下结构性 Q_2 黄土的损伤本构模型研究

谢 星^{1,2}, 王东红³, 赵法锁²

(1. 长安大学地球科学与国土资源学院, 西安 710054;

2. 长安大学地质工程研究所, 西安 710054; 3. 机械工业勘察设计研究院, 西安 710043)

摘要: 通过西安地区不同含水量的 Q_2 黄土的单轴无侧限压缩试验研究表明, Q_2 原状黄土的单轴应力应变关系呈强软化型, 单轴压缩曲线的转折点随着含水量的增加而不断降低, 结构强度在低含水量下的降低幅度远大于高含水量下的降低幅度。在此基础上, 根据 Weibull 统计分布理论和等效应变假定原理, 同时考虑黄土的损伤门槛值, 推导了单轴压缩条件下的黄土损伤本构方程。

关键词: 结构性黄土; 损伤门槛值; 本构模型

中图分类号: P642.11⁺6; TU411.3

文献标识码: A

文章编号: 1000-3665(2008)03-0047-04

1 引言

西北黄土地区成为我国能源开发、工程建设重点区域, 因而对黄土变形与强度关系、黄土结构性及其力学特性的研究引起了工程界高度重视^[1~4]。黄土的结构性不仅反映了土颗粒的几何特征, 而且也揭示了土颗粒间联结的力学特征。黄土的结构特性影响因素主要为浸水和应力状态, 随着含水量增大, 水膜增厚, 胶结物溶解, 结构性逐渐减弱, 因而黄土的结构强度将会随着含水量的增加而减少。黄土受荷变形的过程是黄土中原始结构强度丧失及新结构强度的产生过程, 荷载增大超过某一限度后其结构性将被破坏。因此黄土在外荷载及水的作用下, 由于微观缺陷的发展而导致黄土材料发生损伤。

目前, 采用损伤力学研究天然黄土和软土已经起步。沈珠江^[5]从损伤力学观点出发, 以损伤比的基本假定建立了考虑粘土结构破损过程的损伤力学模型。施建勇、赵维柄等^[6]认为土体损伤有初始损伤、剪切损伤、受压损伤和受拉损伤, 并通过试验给出了剪切损伤、受压损伤的损伤演化方程。孙红等^[7]在上海软粘土三轴压缩试验的基础上, 认为损伤变量 D 与附加应力成线性关系, 且与围压有关, 由此提出了考虑初始损伤门槛值的损伤演化方程。

统计损伤模型从岩土材料内部所含缺陷分布的随机性出发, 将连续损伤理论和统计强度有机结合起来而建立的模型。统计损伤理论用于土体本构方程的研究尚处于起步阶段^[8]。如果将黄土结构性所反映的具较弱结合力的颗粒或团粒间的接触面视为黄土中的缺陷, 黄土强度的非均匀性可视为这种缺陷的直观表示, 因此可借用统计岩体力学对缺陷分布的研究及其岩石统计损伤本构模型的思想^[9~10], 建立基于强度随机分布特性的黄土单向受压条件下的损伤本构模型。本文通过西安地区 Q_2 黄土单轴压缩试验, 采用统计损伤理论, 建立了 Q_2 黄土的单轴统计损伤本构模型。

2 黄土的单轴压缩试验

选取西安灞桥区蒋家村白鹿塬体的原状 Q_2 黄土, 利用风干法和水膜迁移法配置了 10 种含水量试样, 试样规格为 $\phi 39.1 \times 80\text{mm}$, 利用长安大学 TSZ30-2.0 型应变控制式三轴仪, 进行了黄土单轴压缩试验。试验土样的基本物理指标如表 1 所示, 部分试验曲线见图 1。

表 1 天然状态下 Q_2 黄土的主要物理力学指标

Table 1 Main physical and mechanical indexes of Q_2 loess in natural state

天然含水量 (%)	天然密度 (g/cm^3)	孔隙比	液限含水量 (%)
11.13~17.48	1.57~1.96	0.79~0.90	26.24~28.31
塑限含水量 (%)	平均内聚力 (kPa)	平均内摩擦角 (°)	
16.29~17.95	61	27	

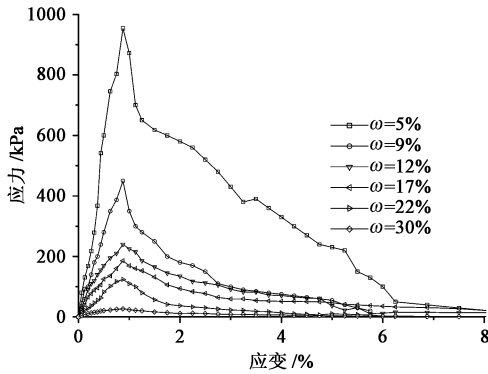
收稿日期: 2007-05-08; 修订日期: 2007-07-22

基金项目: 科技部项目 (2002CCC00200)

作者简介: 谢星 (1972-), 女, 博士, 副教授, 从事地质及地质工程教学与研究工作。

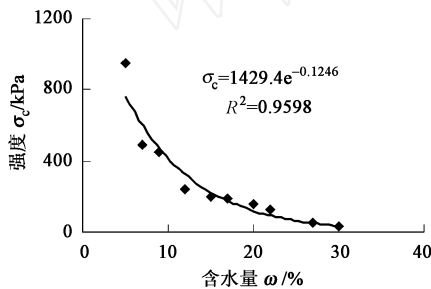
E-mail: xiexing@chd.edu.cn

由图 1 可知, Q_2 黄土在单轴压缩条件下, 应力应变曲线为强软化型, 在达到峰值前, 可近似认为线弹性

图1 Q₂黄土单轴压缩应力应变曲线Fig. 1 Stress-strain curves of Q₂ loess by uniaxial compression test

阶段,峰值后变形过程具有明显的强度劣化现象,表现为峰值强度之后,黄土强度随变形的发展而显著下降,这种变形特性体现了黄土的结构性。

非饱和黄土单轴压缩曲线的转折点随着含水量的增加而不断降低,说明黄土的结构强度与含水量密切相关。进一步的分析结果显示,黄土的结构强度 σ_c 随着含水量 ω 的增加而指数函数减少(图2)。

图2 Q₂黄土结构强度与含水量关系Fig. 2 Relationship between structural strength of Q₂ loess and water content

$$\sigma_c = 1429.4 \exp(-0.1246\omega) \quad (1)$$

由图2可见,结构强度在低含水量时的降低幅度远大于高含水量下的降低幅度。这与黄土的强度在低含水量时受水分影响强烈而高含水量时受水分影响小的规律相一致。黄土的结构强度随含水量增大而降低的原因可归属为水对胶结物的影响,黄土具有以粗粉粒为主体骨架的架空结构,粗粉粒间接点处的可溶盐在黄土结构中起着半骨架半胶结的作用,加强了接点处的联结强度。但粗粉粒间接点处的可溶盐处于特殊的微晶体状态,且具有吸附作用,因此,黄土的结构对水很敏感,当含水量增大时,可溶盐逐渐溶解,使胶结物质产生松弛作用,削弱了胶结物的联结能力,引起结

构强度的降低^[12]。

(3)黄土的结构强度完全发挥出来的轴向应变值 ε_a 很小,约为 $\varepsilon_a = 0.875\%$ 左右。

3 损伤本构模型的建立

在受损材料中,测定有效面积比较困难,为了能间接测定损伤,Lemaitre提出了应变等价原理。这一假设认为,应力 σ 作用在受损材料上引起的应变与有效应力作用在无损材料上引起的应变等价。根据这一原理,受损材料的本构关系可通过无损材料的名义应力得到,即:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\tilde{E}} = \frac{\tilde{\sigma}}{E} = \frac{\sigma}{E(1-D)} \quad (2)$$

式(2)表示一维问题中受损材料的本构关系。

3.1 黄土的单轴统计损伤演化分析

根据Q₂黄土应力应变曲线的特征,可以选择Weibull分布的密度函数模拟其应力应变曲线。Weibull分布统计规律下微元强度的概率密度为:

$$\begin{cases} P(F) = \frac{m}{F_0} \left(\frac{F}{F_0} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{F}{F_0} \right)^m \right], & F \geq 0 \\ 0, & F < 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: m, F_0 ——Weibull分布参数。

损伤变量 D 可以表述为:

$$D = \frac{N_f}{N} = \int_0^F P(x) dx = 1 - \exp \left[- \left(\frac{F}{F_0} \right)^m \right] \quad (4)$$

因为Q₂黄土的强度服从Weibull统计分布,可以认为该黄土的损伤变量 D 也服从该统计分布,由二参数的Weibull分布得^[10]:

$$D = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon}{a} \right)^m \right] \quad (5)$$

式中: ε ——应变;

m, a ——形状参数和尺度参数,且均为非负数。

代入式(3)可得:

$$\sigma = E_0 \varepsilon \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon}{a} \right)^m \right] \quad (6)$$

根据Q₂黄土应力应变曲线的特点,可得到几何边界条件:① $\varepsilon = 0, \sigma = 0$;② $\varepsilon = 0, d\sigma/d\varepsilon = E_0$;③ $\sigma = \sigma_{pk}, \varepsilon = \varepsilon_{pk}$;④ $\sigma = \sigma_{pk}, d\sigma/d\varepsilon = 0$ 。其中, ε_{pk} 为峰值荷载下的应变值; σ_{pk} 为峰值应力; E_0 为初始弹性模量。

对式(6)中的应变求导,则有:

$$d\sigma/d\varepsilon = E_0 \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon}{a} \right)^m \right] \left[1 - m \left(\frac{\varepsilon}{a} \right)^{m-1} \right] \quad (7)$$

将边界条件③和④代入式(7),可得:

$$0 = E_0 \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon_{pk}}{a} \right)^m \right] \left[1 - m \left(\frac{\varepsilon_{pk}}{a} \right)^m \right] \quad (8)$$

由于 $E_0 \neq 0$, $\exp \left[- \left(\frac{\varepsilon_{pk}}{a} \right)^m \right] \neq 0$, 则 $\left[1 - m \left(\frac{\varepsilon_{pk}}{a} \right)^m \right] = 0$, 由此可得:

$$1 = m \left(\frac{\varepsilon_{pk}}{a} \right)^m \quad (9)$$

代入(6), 并由条件③可得:

$$m = \frac{1}{\ln \left(\frac{E \varepsilon_{pk}}{\sigma_{pk}} \right)} \quad (10)$$

代入式(5), 则有:

$$D = 1 - \exp \left[- \frac{1}{m} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{pk}} \right)^m \right] \quad (11)$$

3.2 模型参数的确定

考虑到黄土的损伤门槛值 ε_c , 当黄土的应变 $\varepsilon < \varepsilon_c$ 时, 损伤变量 $D = 0$, 当黄土的应变 $\varepsilon \geq \varepsilon_c$ 时, 损伤变量 $D > 0$, 则上式(13)变为以下形式:

$$D = 1 - \exp \left[- \frac{1}{m} \left(\frac{\langle \varepsilon - \varepsilon_c \rangle}{\varepsilon_{pk}} \right)^m \right] \quad (12)$$

式中: $\langle \varepsilon - \varepsilon_c \rangle$ ——开关函数, 且有:

$$\langle \varepsilon - \varepsilon_c \rangle = \begin{cases} 0, & \varepsilon - \varepsilon_c \leq 0 \\ \varepsilon - \varepsilon_c, & \varepsilon - \varepsilon_c > 0 \end{cases}$$

实际上取损伤应变门槛值 $\varepsilon_c = \varepsilon_{pk}$, 式中峰值荷载所对应的应变 $\varepsilon_{pk} = \varepsilon_c = 0.875$, 通过数据拟合得到参数 m (表2), 分析发现模型参数 m 与含水量呈线性关系:

$$m = -0.008\omega + 0.8689 \quad (13)$$

表2 单轴损伤本构模型参数表

含水量 (%)	参数 m	含水量 (%)	参数 m
5	0.85	17	0.76
7	0.8	20	0.7
9	0.79	22	0.67
12	0.78	27	0.65
15	0.77	30	0.7

代入式(12)可得到单轴条件下, 黄土的考虑损伤门槛的统计损伤演化方程为:

$$D = 1 - \exp \left[- \frac{1}{(-0.008\omega + 0.8689)} \left(\frac{\langle \varepsilon - \varepsilon_c \rangle}{\varepsilon_{pk}} \right)^{(-0.008\omega + 0.8689)} \right] \quad (14)$$

式(14)即为 Q_2 黄土在单轴压缩条件下考虑损伤门槛值的损伤演化方程, 由此方程可知, 损伤变量与黄

土的应变、峰值荷载所对应的应变、黄土的应变损伤门槛值及含水量有关。

将式(14)代入式(2)可得到黄土的统计损伤本构模型:

$$\sigma = E_0 \left\{ \exp \left[- \frac{1}{(-0.008\omega + 0.8689)} \left(\frac{\langle \varepsilon - \varepsilon_c \rangle}{\varepsilon_{pk}} \right)^{(-0.008\omega + 0.8689)} \right] \right\} \quad (15)$$

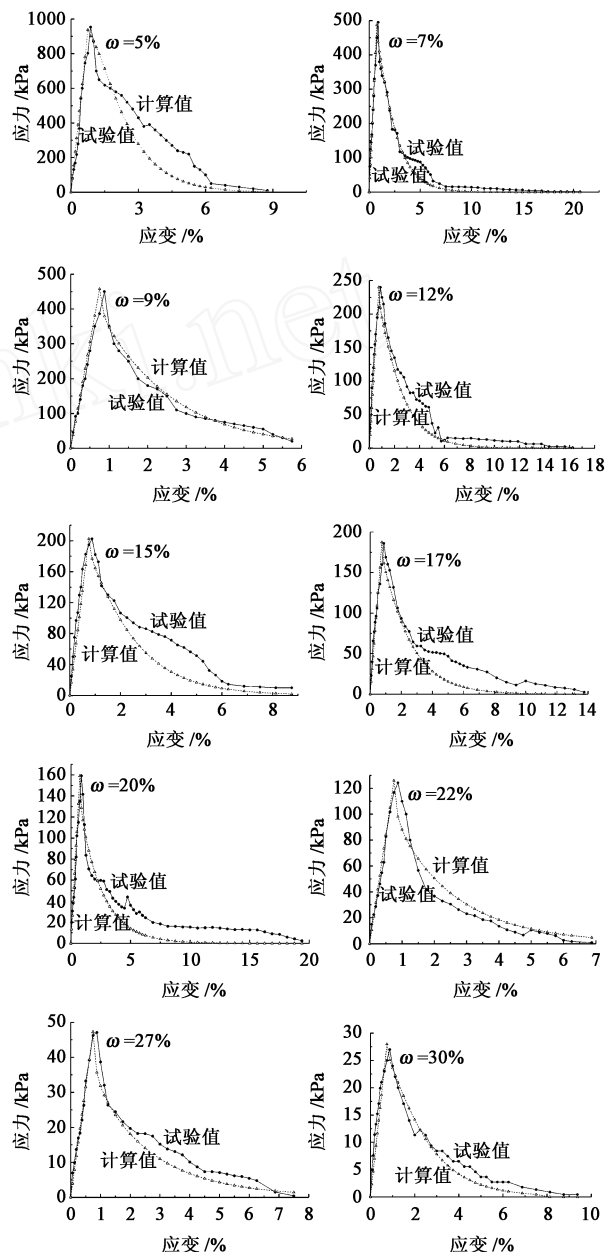


图3 黄土统计损伤本构关系理论计算与试验对比曲线

Fig. 3 Comparative curves of statistical damage theoretical calculation result and experiment

利用式(15)计算出损伤黄土的理论应力应变曲线,并将理论值与试验值进行对比,如图3所示。对比结果表明,本文建立的本构模型及参数可以有效地拟合试验曲线,可以有效地描述黄土损伤过程,有一定的工程应用价值。

4 结语

(1) Q_2 黄土在单轴压缩条件下,应力应变曲线为强软化型,曲线在达到峰值前,可近似认为线弹性阶段,峰值后变形过程具有明显的强度劣化现象。

(2) 非饱和黄土单轴压缩曲线的转折点随着含水量的增加而不断降低,结构强度在低含水量时的降低幅度远大于高含水量时的降低幅度。黄土的结构强度完全发挥出来的轴向应变值很小,约为 0.875 %。

(3) 根据 Weibull 统计分布理论和等效应变假定原理,同时考虑黄土的损伤门槛值,推导了单轴压缩条件下的黄土损伤本构方程,通过试验曲线和理论曲线的对比显示,模型可以有效地描述单轴受压状态下不同含水量黄土的损伤过程。

参考文献:

[1] 刘祖典. 黄土力学与工程[M]. 西安:陕西科学技术出版社,1996.

- [2] 黄文熙. 土的工程性质[M]. 北京:水利电力出版社,1984.
- [3] 张炜,张苏民. 非饱和黄土的结构强度特性[J]. 水文地质工程地质,1992,14(1):22-25.
- [4] 胡再强,沈珠江,谢定义. 结构性黄土的本构模型[J]. 岩石力学与工程学报,2005,24(4):565-569.
- [5] 沈珠江. 结构性粘土的弹塑性损伤模型[J]. 岩土工程学报,1993,15(3):21-28.
- [6] 施建勇,赵维柄,陈文. 土体变形规律研究进展[J]. 水利水电科技进展,1998,18(1):24-26.
- [7] 孙红,赵锡宏. 结构性软土的损伤及其对地基沉降的影响[J]. 岩土力学,1999,20(1):19-21.
- [8] 罗晓辉,白世伟. 结构性土体强度的统计损伤模型分析[J]. 岩土工程学报,2004,26(5):712-714.
- [9] Krajcinovic D, Silva M A G. Statistical aspects of continuous damage theory [J]. Int J Solids Structure, 1982, 18(7): 551-562.
- [10] 曹文贵,方祖烈,唐学军. 岩石损伤软化统计本构模型之研究[J]. 岩石力学与工程学报,1998,17(6):628-633.
- [11] 王春来,徐必根,李庶林,等. 单轴受压状态下钢纤维混凝土损伤本构模型研究[J]. 岩土力学,2006,27(1):151-154.
- [12] 党进谦,郝月清. 含水量对黄土结构的影响[J]. 西北水资源与水工程,1998,9(2):15-19.

Study on damage constitutive model of structural Q_2 loess under uniaxial compression

XIE Xing^{1,2}, WANG Dong-hong³, ZHAO Fa-suo²

(1. School of Earth Sciences and Resources Management, Chang'an University, Xi'an 710054, China;

2. Institute of Geological Engineering, Chang'an University, Xi'an 710054, China;

3. Institute of Geotechnical Investigation and Design, MMI, Xi'an 710043, China)

Abstract: The uniaxial compression test results of Q_2 loess in various water contents in Xi'an show that the strain-stress relationship of Q_2 natural loess is strong strain-soften type, the inflection point of the curve decreases with the increase of water content, and the decreasing degree of structural strength under lower water content is more than that under higher water content. On the basis of these, Weibull statistical distribution method, equivalent strain hypothesis theory and damage threshold value are used to determine the damage constitutive model of loess under uniaxial compression condition.

Key words: structural loess; damage threshold value; constitutive model

责任编辑:张明霞