# 基于统一强度理论的锚杆挡土墙可靠度分析

#### 唐仁华,陈昌富

(湖南大学土木工程学院,长沙 410082)

摘要:将基于统一强度理论的岩土材料参数 c、φ 值引入到锚杆的抗拔力及规范推荐的粘性土广义库伦土压力中,以此 建立锚杆挡土墙的功能函数。考虑岩土参数全部为正态分布与对数正态分布的两种情况,分别采用设计验算点法和 JC 法对一工程实例编制了考虑中主应力影响的可靠度计算程序。计算结果表明:锚杆挡土墙的可靠指标随中主应力影响 系数 b 的增大而增大,且参数变异系数越小,增量越大;参数为对数正态分布的可靠指标比参数为正态分布时大,且两者 的差量随 b 的增大而增大。

关键词: 统一强度理论; 锚杆挡土墙; 验算点法; JC 法; 可靠指标 中图分类号: TU433 文献标识码: A 文章编号: 1000-3665(2011) 04-0069-05

自从俞茂宏<sup>[1]</sup>提出了统一强度理论在岩土工程 材料中的应用以来,统一强度理论在岩土的各个领域 中得到了广泛运用。范文等<sup>[2]</sup>将统一强度理论用于 地基承载力计算,胡小荣<sup>[3]</sup>将之用到巷道围岩中进行 弹塑性分析,陈昌富<sup>[4]</sup>将之用于散体材料桩的计算, 谢群丹等<sup>[5]</sup>将之用于土压力的计算,均得到了不同于 传统摩尔库伦强度下的结果,且与实际工程更相符。 尽管统一强度理论越来越得到了大家的认同和应用, 然而 笔者搜索了国内大量文献 尚未发现有将统一强 度理论引入到可靠度分析计算的研究。统一强度理论 中的参数 b 是反映中间主剪应力以及相应面上的正应 力对材料破坏影响程度的系数,对于确定的材料而言, b 是一个确定的 0~1 之间的数,并不是随机变量,故 本文在首次尝试将统一强度理论引入到锚杆挡墙可靠 度分析时,先假定 b 为一固定的值,然后分析不同 b 值 下的锚杆挡墙的可靠度。

### 1 统一强度理论下岩土参数表达式的介绍

俞茂宏最初提出的岩土类材料的统一强度公式及 其适应条件是基于材料力学中拉应力为正、压应力为 负的符号认定规则下得到的,而岩土力学中规定压应 力为正,拉应力为负。岩土材料的统一强度理论主应

- 收稿日期: 2010-11-18; 修订日期: 2011-01-06
- 基金项目: 国家自然科学基金(50878082);交通部西部科技项 目(200631880237)
- 作者简介: 唐仁华(1984-), 男, 博士研究生,从事边坡与支挡结 构可靠性研究。

E-mail: tangrenhua1984@ sina. com

力表达式为:

$$\begin{cases} \sigma_1 \frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi} - \frac{b\sigma_2 + \sigma_3}{1 + b} = \frac{2c\cos\varphi}{1 + \sin\varphi} \\ \sigma_2 \leqslant \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin\varphi \end{cases}$$
(1)
$$\begin{cases} \frac{(1 - \sin\varphi)(b\sigma_2 + \sigma_1)}{(1 + \sin\varphi)(1 + b)} - \sigma_3 = \frac{2c\cos\varphi}{1 + \sin\varphi} \\ \sigma_2 \geqslant \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin\varphi \end{cases}$$
(2)

对于平面应变问题,可令  $\sigma_2 = m(\sigma_1 + \sigma_3)/2$ ,根据马国伟等<sup>[6]</sup> 对平面应变的各种计算实例的数据分析可知,当单元处于塑性状态时,*m* 值趋近于1。因此在计算应用中的一个简单办法是取 *m* = 1。

显然  $\sigma_2 = m(\sigma_1 + \sigma_3) / 2$  满足式(2) 的应用条件, 将其代入式(2),得:

$$\sigma_{1} = \frac{2(1+b)(1+\sin\varphi) - b(1-\sin\varphi)}{(2+b)(1-\sin\varphi)}\sigma_{3} + \frac{4(1+b)\cos\varphi}{(2+b)(1-\sin\varphi)}$$
(3)

岩土材料的摩尔库伦破坏准则为:

 $\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 (45^\circ + \varphi/2) + 2c \tan(45^\circ + \varphi/2) (4)$ 式中:  $c_{\gamma} \varphi$ ——岩土原始内聚力和内摩擦角。

设 *c*<sub>1</sub>、*φ*<sub>1</sub>为岩土统一强度理论下的内聚力和内摩 擦角,若将它用于摩尔强度理论,则必定满足(4)式的 摩尔库伦准则,(4)式通过三角变换后得:

$$\sigma_1 = \frac{1 + \sin\varphi_1}{1 - \sin\varphi_1} \sigma_3 + \frac{2c_1 \cos\varphi_1}{1 - \sin\varphi_1}$$
(5)

对比式(5)和式(3),利用 matlab 中的符号函数求 解方法,得:

$$\begin{cases} \sin\varphi_{\tau} = \frac{2(1+b)\sin\varphi}{2+b+b\sin\varphi} \varphi_{\tau} = \sin^{-1}\left(\frac{2(1+b)\sin\varphi}{2+b+b\sin\varphi}\right) \\ c_{\tau} = c \frac{2(1+b)\cos\varphi}{\sqrt{(2+b)(1-\sin\varphi)} \left[2+b+(2+3b)\sin\varphi\right]} \\ = c \frac{2(1+b)\sqrt{1+\sin\varphi}}{\sqrt{(2+b)} \left[2+b+(2+3b)\sin\varphi\right]} \end{cases}$$
(6)

式(6)可以用来计算岩土工程中处于平面应变的 极限状态问题,如土压力、锚杆极限抗拔力等问题。

#### 2 锚杆挡墙功能函数的建立

锚杆挡墙属于柔性挡墙,如图1所示,其中锚杆为 主要受力构件,它的作用机理是通过钢筋的抗拉强度 来抵抗边坡的下滑力。严格来说,锚杆挡墙的可靠性 包括墙面板、肋柱、肋柱与锚杆的连接处的可靠性。为 使分析简化,本文仅分析其中锚杆体系的可靠性。即 将锚杆群的失效视为锚杆挡墙的主要失效模式。肋柱 式锚杆挡墙的功能函数可写为:

$$Z = R - S \tag{7}$$

式中: *R*——单根肋柱上的 *n* 根锚杆的抗拔力之和; *S*——两根肋柱间挡墙承受的土压力。



图 1 锚杆挡墙示意图 Fig. 1 Schematic diagram showing anchor retaining wall

实践证明,在土层及软质岩层中锚杆最常见的破 坏模式是锚固体和其周围的岩土体发生滑移破坏,有 时候伴随着周围岩土体的锥形破坏,文献[7]的研究 结果表明,锥形破坏对锚杆抗力的贡献很小,锚索的极 限抗拔力主要取决于锚固体与岩土体的界面强度。

设锚杆自由段长  $L_{f}(m)$ ,顶端上覆土层厚 d(m), 锚固段长  $L_{a}(m)$ ,倾角为  $\theta(^{\circ})$ ,自由段及以前土体重 度为  $\gamma_{1}(kN/m^{3})$ ,锚固段及以内岩土重度为  $\gamma_{2}(kN/m^{3})$  m<sup>3</sup>)。当锚固体发生滑移破坏时,锚杆的极限抗拔力可按下式计算:

$$T = \int_{0}^{I_{a}} \pi d\tau^{*} dz = \int_{0}^{I_{a}} \pi d(c_{1} + \sigma^{*} \tan \varphi_{1}) dz \quad (8)$$

式中: T——锚杆的抗拔力;

*c*<sub>i</sub>、φ<sub>i</sub>→→ 锚杆体与岩土体接触面的统一强度参数; dz→→ 锚固段微元长度; σ<sup>\*</sup> →→ 围岩压力。 σ<sup>\*</sup> 可按下式计算:

 $\sigma^{*} = [\gamma_{1}(d + L_{f}\sin\theta) + \gamma_{2}z\sin\theta]\cos\theta \quad (9)$ 将式(9)代入式(8)计算得:

$$T = \pi dL_{a} \{ c'_{t} + \tan \varphi'_{t} \cos \theta [\gamma_{1} (d + L_{f} \sin \theta) +$$

$$\gamma_2 \frac{L_a}{2} \sin\theta ] \}$$
 (10)

若锚杆挡土墙与水平面的夹角为 ξ,则抗力为:

$$R = \sum_{i=1}^{n} T_i \cos(90^\circ - \theta - \xi)$$
 (11)

尽管库伦土压力的适应条件是刚性挡土墙,文献 [9]研究发现考虑土拱效应的柔性挡土墙上的土压力 与刚性墙上的土压力合力作用点不一样,但合力大小 一样。因此,可以采用粘性土的广义库伦土压力理论 计算锚杆挡墙的土压力合力的大小。单位长度挡墙上 的土压力为:

$$E_{a} = \frac{1}{2} \gamma h^{2} k_{a} \qquad (12)$$

式中:
$$k_a$$
 — 主动土压力系数。  
 $k_a$  表达式为<sup>[10]</sup>:  
 $k_a = \frac{\sin(\xi + \omega)}{\sin^2\xi\sin^2(\xi + \omega - \varphi - \delta)}$   
{ $k_q [\sin(\xi + \omega) \sin(\xi - \delta) + \sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \omega) ]$   
 $+ 2\eta\sin\xi\cos\varphi\cos(\xi + \omega - \varphi - \delta) ] -$   
 $2\sqrt{k_q\sin(\xi + \omega) \sin(\varphi - \omega) + \eta\sin\xi\cos\varphi}$   
 $\sqrt{k_q\sin(\xi - \delta) \sin(\varphi + \delta) + \eta\sin\xi\cos\varphi}$   
 $k_q = 1 + \frac{2q\sin\alpha\cos\beta}{\gamma h \sin(\alpha + \beta)}, \quad \eta = \frac{2c}{\gamma h}$   
式中: $h$  — 挡土墙高度;  
 $q$  — 地表均布可变荷载;  
 $c_{\gamma}\varphi$  — 土与挡土墙的摩擦角;  
 $\omega$  — 地表与水平面的夹角;  
 $\xi$  — 挡土墙与水平面的夹角。  
为简化计算,这里仅讨论地表水平( $\omega = 0$ ),墙背

垂直( $\xi = 90^{\circ}$ )的挡土墙情况,并不计挡土墙与土体之 同的摩擦力( $\delta = 0$ ),此时:

$$k_{a} = k_{q} \frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi} - 2\eta \frac{\cos\varphi}{1 + \sin\varphi}$$
$$= k_{q} \cdot \left[\frac{1 - \tan(\varphi/2)}{1 + \tan(\varphi/2)}\right]^{2} - 2\eta \cdot \frac{1 - \tan(\varphi/2)}{1 + \tan(\varphi/2)}$$
$$k_{q} = 1 + \frac{2q}{rh}$$

将以上各式代入土压力表达式(12),则:

$$E_{a} = \frac{1}{2}\gamma h^{2} \cdot \left\{ \left(1 + \frac{2q}{\gamma h}\right) \cdot \left[\frac{1 - \tan(\varphi/2)}{1 + \tan(\varphi/2)}\right]^{2} - \frac{4c}{\gamma h} \cdot \left[\frac{1 - \tan(\varphi/2)}{1 + \tan(\varphi/2)}\right] \right\}$$
$$= \left(\frac{1}{2}\gamma h^{2} + qh\right) \cdot \left[\frac{1 - \tan(\varphi/2)}{1 + \tan(\varphi/2)}\right]^{2} - 2ch \cdot \left[\frac{1 - \tan(\varphi/2)}{1 + \tan(\varphi/2)}\right] \quad (13)$$

式(13) 中  $E_a$  用  $c_t, \varphi_t$  替代  $c, \varphi$  后与肋柱间距的 乘积即为统一强度下的挡墙荷载  $S_o$ 

#### 3 算例计算

邵怀高速公路上的一处锚索柱板墙<sup>[10]</sup>,墙高 8.5m,墙背垂直光滑,肋柱水平间距为4m。布置了2 道预应力锚索,锚索直径130mm,上锚索距路基顶 1.5m,倾角20°,锚固段长6m,自由段长12m,下锚索 距路基顶4.5m,倾角15°,锚固段长6m,自由段长 10m。墙后土石混合填料实验参数 $\gamma_1 = 20.5 \text{kN/m}^3, \varphi$ = 38° c = 3.5 kPa。锚固端岩石重度 $\gamma_2 = 24.5 \text{kN/m}^3$ , 对锚索进行现场试验得锚索界面参数:  $\varphi' = 42^\circ, c' =$ 160kPa。根据文献[11],将墙顶超载取为15kPa。

文献[12]研究表明,土体重度变异系数大致为 0.02~0.08,因此土体重度参数可以假定不变,文献 [13]研究发现岩体重度的变异性亦可忽略。文献 [14]研究发现岩土的 *c*, *φ* 可接受正态分布或者对数 正态分布。

锚索柱板墙的功能函数为:

$$Z = R - S = T_1 + T_2 - 4E_a$$
 (14)  
将各参数值代入计算并化简 ,得:

$$\begin{cases} R = c' \frac{4.9 \times 2(1+b) \sqrt{1+\sin\varphi'}}{\sqrt{(2+b) [2+b+(2+3b)\sin\varphi']}} + \frac{736.5 \times 2(1+b)\sin\varphi'}{\sqrt{(2+b+b\sin\varphi')^2 - 4(1+b)^2\sin^2\varphi'}} \\ S = 3472.25 \times \left[ \frac{(2+b) (\sin\varphi - 1) + \sqrt{(2+b+b\sin\varphi)^2 - 4(1+b)^2\sin^2\varphi}}{(2+3b)\sin\varphi + 2+b - \sqrt{(2+b+b\sin\varphi)^2 - 4(1+b)^2\sin^2\varphi}} \right]^2 \\ - 68 \times c \frac{(2+b) (\sin\varphi - 1) + \sqrt{(2+b+b\sin\varphi)^2 - 4(1+b)^2\sin^2\varphi}}{(2+3b)\sin\varphi + 2+b - \sqrt{(2+b+b\sin\varphi)^2 - 4(1+b)^2\sin^2\varphi}} \end{cases}$$
(15)

考虑岩土原始参数  $c_{,sin}(\varphi)_{,c',sin}(\varphi')$  全部遵 循相互独立的正态分布以及对数正态分布的两种情 况,以上文中的实验参数值为均值  $c_{s}c'$ 变异系数取  $v_{c}$  $= v_{c}' = 0.2 < 0.3$ , $sin(\varphi)_{sin}(\varphi')$  的变异系数取  $v_{\varphi} = v_{\varphi}'$ = 0.1 < 0.2,分别采用验算点法和 JC 法基于 matlab 平 台<sup>[15]</sup>编制程序计算锚杆挡墙的可靠指标。程序计算 结果如图 2 所示。

从图 2 可以看出,锚杆挡墙的可靠指标随着统一 强度参数 b 的增加而增加,且参数变异系数越小,增幅 越大;而曲线的斜率随 b 的增大而减小,即可靠指标的 增率随 b 的增大而减小。参数为正态分布时的可靠指 标比参数为对数正态分布时小,且差量随着 b 的增大 而增大,在图 2a 中,当 b = 0 时, $\beta_2 - \beta_1 = 3.2184 - 2.9222 = 0.2926$ ;当 b = 1 时  $\beta_2 - \beta_1 = 5.5218 - 4.4811$ = 1.0407,表明考虑中主应力影响的可靠度分析对参 数的分布形式更敏感。

对比图 2c、图 2d 可以看出,当  $v_{\varphi}$ 、 $v_{\varphi}$ 不变, $v_{e}$ 、 $v_{e}$ 

#### 4 结论

(1)考虑统一强度理论的锚杆挡墙可靠度随 b 的 增加而增大,且增幅较大,这与考虑中主力影响的锚杆 抗拔力提高,主动土压力减小相符。

(2)参数为正态分布与参数为对数正态分布的可 靠指标计算结果存在一定误差,计入参数b的影响时



图 2 统一强度理论可靠指标 Fig. 2 Reliability index based on unified strength theory

差距更明显,由于正态分布存在参数可以取负值的不 合理现象,故引入统一强度理论时应该采用对数正态 分布进行可靠度分析。

(3) b 的取值对可靠指标的影响很大,实际计算中应根据岩土物理力学指标选择适当的b值,可以得到更为合理的结果。

统一强度理论还可以推广到其它结构的可靠度分 析中。

#### 参考文献:

- [1] 俞茂宏.岩土类材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩土工程学报,1994,16(2):1-10. [YU M H. Unified strength theory and its application for rock and soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,1994,16(2):1-10.(in Chinese)]
- [2] 范文,白晓宇,俞茂宏.基于统一强度理论的地基极限承载力公式[J].岩土力学,2005,26(10):1617 -1622. [FAN W, BAI X Y, YU M H. Formula of ultimate bearing capacity of shallow foundation based on unified strength theory [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(10):1617 - 1622. (in Chinese)]
- [3] 胡小荣,俞茂宏.统一强度理论及其在巷道围岩弹
   塑性分析中的应用[J].中国有色金属学报,2002,
   12(5):1021 1025. [HU X R, YU M H, Unified

strength theory and its application in Elastic – plastic analysis to tunnel [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2002,12 (5): 1021 – 1025. (in Chinese)]

- [4] 陈昌富,肖淑君.基于统一强度理论考虑拉压模量 不同散体材料桩承载力计算[J].工程力学 2007, 24(10):105-111. [CHEN C F, XIAO S J. Bearing Capacity of Aggregate Pile With Different Ratio of Tension Modulus to Compression Modulus Based on Unified Strength Theory [J]. Engineering Mechanics, 2007 24,10:105-111. (in Chinese)]
- [5] 谢群丹,何杰,刘杰,等.双剪统一强度理论在土压 力计算中的应用[J].岩土工程学报,2003,25(3):
  343-346. [Xie Q D, HE J, LIU J, et al. Unified Twin Shear Strength Theory for Calculation of Earth Pressure [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering 2003,25(3):343-346. (in Chinese)]
- [6] 俞茂宏.双剪理论及其应用[M].北京:科学出版 社,1998. [YU M H. Twin Shear Theory and Its Application [M]. Beijing: Science Press,1998. (in Chinese)]
- [7] 邓宗伟,冷伍明,李志勇,等.基于统一强度准则的预应力锚索极限承载力计算[J].岩石力学与工程学报,2007,26(6):1138 1144. [DENG Z W,LENG W M,LI Z Y, et al. Calculation of Ultimate Bearing Capacity of Pre stressed Cable Based on

Ultimate Strength Criterion [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering , 2007 26(6):1138 -1144. (in Chinese) ]

- [8] 应宏伟,蔡奇鹏,鼓形变位模式下柔性挡土墙的主动土压力分布[J].岩土工程学报,2008,30(12): 1805-1810. [YING H W, CAI Q P. Distribution of active earth pressure against flexible retaining walls with drum deformation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2008,30(12): 1805 -1810. (in Chinese)]
- [9] 中华人民共和国国家标准.建筑边坡工程技术规范
  [S].北京:中国建筑工业出版社,2002.
  [Professional Standards of People's Republic of China. Technical code for building slope engineering
  [S]. Beijing: China Architecture and Building Press,2002. (in Chinese)]
- [10] 邓宗伟.山区高速公路轻型支挡结构的力学机理与应用研究[D].长沙:中南大学土木建筑学院,2007.[DENG Z W. Study on Mechanical Behaviors and Application on Mountainous Expressway [D]. Changsha: School of Civil Engineering and Architecture Central South University,2007. (in Chinese)]
- [11] 中华人民共和国行业标准.公路路基设计规范 [S].北京:人民交通出版社,2004. [Professional Standards of People's Republic of China. Specifications for Design of Highway Subgrades [S].

Beijing: China Communication Press, 2004. (in Chinese) ]

- [12] 崛内孝英,川村国夫.可靠性设计的土性特性研究
  [C]//可靠性理论在地基基础方面的应用译文集. 上海:同济大学出版社,1991:53 - 56. [Horiuti Takahide, Kawamura Kunio. Soil characteristics of reliability design [C]// Reliability theory in the application of foundation translation set. Shang Hai: Tongji University Press, 1991: 53 - 56. (in Chinese)]
- [13] 徐建平,胡厚田,张安松,等.边坡岩体物理力学参数的统计特性研究[J].岩石力学与工程学报, 1999,18(4):382-386. [XUJP,HUHT,ZHANG A S, et al. ON Statistical Characteristics of Physical and Mechanical Parameters in Slope Rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999,18(4):382-386. (in Chinese)]
- [14] 陈立宏,陈祖煜,刘金梅.土体抗剪强度指标的概率 分布类型研究[J].岩土力学 2005 26(1):37-45.
  [CHEN L H, CHEN Z Y, LIU J M. Probability distribution of soil strength [J]. Rock and Soil Mechanics 2005 26(1):37-45. (in Chinese) ]
- [15] 张明.结构可靠度分析一方法与程序[M].北京:科 学出版社,2009. [ZHANG M. Structural Reliability analysis-Method and Procedures[M]. Beijing: Science Press 2009. (in Chinese)]

## An analysis of reliability of anchor retaining wall based on unified strength theory

TANG Ren-hua CHEN Chang-fu

(Institute of Geotechnical Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract**: The values of geotechnical material parameters, c and  $\varphi$ , based on unified strength theory, are used for the calculation of anchor pullout force and the generalized Coulomb earth pressure in cohesive soil recommended in the norm. The performance function of anchor retaining wall is established. Considering the geotechnical parameters for normal and lognormal distribution, and using design point method and JC method to program for a project case, the reliability program, which takes the effect of intermediate stress into account, is obtained. The results show that reliability index of anchor retaining wall increases with the increasing intermediate principal stress coefficient b and the increment is larger with the decrease in variation coefficient. The results also indicate that reliability index is larger as parameter change to lognormal distribution from normal distribution and the increment is larger with the increase of b.

Key words: unified strength theory; anchor retaining wall; design point method; JC method; reliability index 责任编辑:张明霞