

DOI:10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.2015.03.13

土水特征曲线的概率分析

徐 全, 谭晓慧, 辛志宇, 谢 妍, 汪贤恩
(合肥工业大学资源与环境工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要:土水特征曲线(SWCC)反映非饱和土基质吸力与含水率的关系,是非饱和土研究中重要的关系曲线。为进行与非饱和土有关工程的可靠度分析,需要对土水特征曲线进行概率分析。文章基于理论分析及数值模拟试验,分析比较了求解曲线拟合参数的直接回归法及数理统计法,探讨了试验点数量及位置对计算结果的影响。研究了求解响应量置信带的直接回归法,以及由自变量的置信区间求解响应量置信带的间接方法,指出了考虑变量间相关性的重要性,提出了由相关非正态变量求解响应量置信带的方法。通过土水特征试验,对合肥非饱和土的SWCC概率特征进行了分析,求得了SWCC拟合参数的均值、变异系数及相关系数,绘出了SWCC响应量的置信范围与基质吸力的关系。

关键词:土水特征曲线;概率分析;数理统计;回归分析;曲线拟合

中图分类号:TU411.91

文献标识码:A

文章编号:1000-3665(2015)03-0079-07

Probabilistic analysis of the soil-water characteristic curve

XU Quan, TAN Xiaohui, XIN Zhiyu, XIE Yan, WANG Xianen
(School of Resources and Environmental Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, Anhui 230009, China)

Abstract: The soil-water characteristic curve (SWCC) reflects the relationship between the matrix suction and the water content of unsaturated soil. It is a very important curve for the studyh of unsaturated soil. To carry out the reliability analysis of engineering related to unsaturated soil, it is necessary to perform the probabilistic analysis of the soil-water characteristic curve. Based on theoretical analyses and numerical simulations of linear and nonlinear examples, two methods for getting the curve fitting parameters are examined. These two methods are the direct regression method and the mathematical statistical method, respectively. The effect of the number and locations of the test points on the fitting parameters are analyzed. The confidence belt of the dependent variable can be obtained with the direct regression method, or with the undirected method of using the confidence interval of each fitting parameter. The difference in the confidence belts between the direct and undirected methods indicates the importance of consideration of the correlation among each fitting parameters. A method for obtaining the confidence belt from non-normal correlated variables is proposed. Through soil-water characteristic curve tests, the probabilistic features of SWCC of the Hefei unsaturated soil are analyzed, and the mean value, the coefficient of variation and the coefficient of correlation are obtained. The confidence belt of the depend variable along the whole suction range is also plotted.

Keywords: soil-water characteristic curve (SWCC); probabilistic analysis; mathematical statistics; regression analysis; curve fitting

由于岩土体成因、地质环境及参数测定方法等条件的差异,岩土工程中存在大量的变异性,需要对岩土

收稿日期:2014-07-05;修订日期:2014-09-11

基金项目:国家自然科学基金项目(40972194;41272251)

第一作者:徐全(1990-),男,硕士研究生,主要从事岩土力学与工程方面的研究工作。E-mail:383576997@qq.com

通讯作者:谭晓慧(1971-),女,教授,博士。E-mail:tantan9666@126.com

工程进行基于概率论与数理统计的可靠度分析。目前,可靠度分析已在岩土工程的多个领域中得到了广泛的应用^[1-2]。有关可靠度分析的研究重点是结构失效概率或可靠指标的求解^[3]。无论采用哪种可靠度分析方法,都需要已知基本变量的分布类型及其均值、均方差、变异系数等概率特征值,这是进行可靠度分析的前提。

目前对饱和土参数的概率特性已进行了大量的研究。但是,工程建设中遇到的很多是非饱和土,非饱和土的基质吸力(以下简称吸力)随着含水率的变化而变化,非饱和土的土水特征是研究其工程性质的基础。土的种类和所处的状态不同也将导致土水特征曲线呈现不同的规律^[4-6]。但是,对非饱和土的土水特征的概率研究还相对很少。

非饱和土基质吸力与含水率之间的关系可以采用土水特征曲线(SWCC)来表示。为了得到非饱和土的土水特征,需要在若干不同吸力处测量土的含水率,并采用某种 SWCC 拟合模型来对试验结果进行曲线拟合。测量非饱和土土水特征的方法有多种^[7-8],采用不同的试验方法得到的 SWCC 有所不同。即使是对于同一种土并采用同一种试验方法,由不同实验室测得的土水特征亦存在很大的变异性^[9]。因此,土水特征曲线参数存在很大的变异性。文[10]对 8 种不同类型的土采用多种 SWCC 拟合模型进行了曲线拟合,求解了拟合参数的均值、均方差及中值。文[11]对美国 UASODA 数据库中多种土进行了曲线拟合,分析了参数的概率特性。

拟合参数的变异性直接影响响应量的变异性。文[9]采用回归分析的方法求得了不同吸力处响应量的置信区间,绘出了响应量的置信带,以此表示土水特征曲线的变异性及不同吸力处曲线的拟合效果。采用该方法的不足之处是某些吸力处含水率置信带的宽度太大,使得 SWCC 呈现非 S 型的异常形状。文[12]研究了参数的变异性对响应量置信带的影响,并以 Fredlund-Xing 模型为基础,推导了用参数的置信区间来表示响应量置信带的计算公式。文[13]通过蒙特卡罗模拟法生成若干条曲线,再通过某种排序方法确定 SWCC 的置信域。

综上所述,人们已意识到对 SWCC 进行概率分析的重要性,并尝试采用多种方法对 SWCC 的概率特性进行研究。但是,SWCC 的概率分析涉及到非线性回归分析及数理统计等内容,采用不同的分析方法会得到不同的求解结果。为此,本文先采用数值模拟试验

的方法来研究土水特征曲线的参数求解及响应量置信带的表示方法,再依据室内试验的结果对非饱和土的土水特征曲线进行概率分析。

1 曲线拟合参数概率统计特征的求解

视曲线拟合参数为随机变量,其统计特征值的求解方法有回归分析法和数理统计法两种。

1.1 方法 1:求解参数统计量的回归分析法

记因变量 y 对自变量 $\mathbf{x}$ 的非线性回归模型为:

$$y_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}) + \varepsilon_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{x}_i = [x_{1i} \ x_{2i} \ \dots \ x_{ki}]^T$ 是 k 个自变量, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_p]^T$ 是 p 个回归系数; ε_i 是满足独立同分布的随机误差, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ 。对于非线性回归问题,参数的估计值需要迭代求解。以最小二乘法为例,拟合参数应使下式的平方和达到最小:

$$S(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n (y_i - f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}))^2 \quad (2)$$

为简化起见,记 $f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})$ 为 $f(\boldsymbol{\theta})$ 。另记雅可比矩阵为 $\mathbf{J}$,可以求得 $\boldsymbol{\theta}$ 的迭代计算公式为^[11]:

$$\boldsymbol{\theta}_{i+1} = \boldsymbol{\theta}_i + (\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}_i)\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}_i))^{-1}\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}_i)(\mathbf{y} - f(\boldsymbol{\theta}_i)) \quad (3)$$

式中: i 为迭代次数。迭代收敛时,可得渐近协方差矩阵的估计量:

$$\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \hat{\sigma}^2 (\mathbf{J}^T(\hat{\boldsymbol{\theta}})\mathbf{J}(\hat{\boldsymbol{\theta}}))^{-1} \quad (4)$$

回归系数的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间:

$$\hat{\beta}_j \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-p)\hat{\sigma} \sqrt{\{(\mathbf{J}^T\mathbf{J})^{-1}\}_{jj}} \quad (5)$$

式中: $\hat{\sigma}^2$ 为方差的无偏估计:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S_e}{(n-p)} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-p)} \quad (6)$$

其中, S_e 为残差平方和, $\hat{y}_i$ 为 y_i 的估计值。

1.2 方法 2:求解参数统计量的数理统计法

该方法是先分别对每组试验数据进行回归分析,求得拟合参数的均值;再对 N 组拟合参数的均值进行统计分析,求解参数的均值、均方差、相关系数及概率分布。设通过回归分析已得到各组参数的估计值 X_{ij} ($i = 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, N$),则参数 X_i 的样本均值及样本均方差、变异系数分别为:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_{ij}, \quad S_i^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \quad (7)$$

参数 X_i 与 X_j 之间的相关系数为:

$$\rho_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^N (X_{ik} - \bar{X}_i)(X_{jk} - \bar{X}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (X_{ik} - \bar{X}_i)^2} \sqrt{\sum_{k=1}^N (X_{jk} - \bar{X}_j)^2}} \quad (8)$$

设 X_{ij} 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 则 X_i 的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间为:

$$\bar{X}_i \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(N-1) \frac{S_i}{\sqrt{N}} \quad (9)$$

相应地, 若 X_i 满足对数正态分布, 由于 $\ln X_i$ 满足正态分布 $N(\mu_{\ln X_i}, (\sigma_{\ln X_i})^2)$, 则 X_i 的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间为:

$$\exp(\mu_{\ln X_i} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(N-1) \frac{\sigma_{\ln X_i}}{\sqrt{N}}) \quad (10)$$

式中: $\mu_{\ln X_i}, \sigma_{\ln X_i}$ ——对数正态分布的均值及均方差。

$$\mu_{\ln X_i} = \ln \mu_{X_i} - \frac{1}{2} \ln(1 + \delta_i^2), \sigma_{\ln X_i} = \sqrt{\ln(1 + \delta_i^2)} \quad (11)$$

$$\delta_i = \mu_{X_i} / \sigma_{X_i}$$

式中: $\mu_{X_i}, \sigma_{X_i}, \delta_{X_i}$ —— X_i 均值、均方差及变异系数。

与方法 1 相比, 数理统计法能得到变量的 N 个样本值。因此, 当试验组数 N 较大时, 可以求得变量的概率分布类型。

2 响应量置信带的求解

2.1 直接由回归分析求解响应量的置信带

在进行回归分析时, 既可以求得拟合参数及其置信区间, 又可以求得响应量的置信带。对于形如式 (1) 的非线性回归分析, 响应量 y 的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间为^[14]:

$$\hat{y} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-p) \hat{\sigma} \sqrt{\mathbf{J}_2^T (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}_2} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{J}_2$ ——自变量 x 对应的导数向量。

2.2 由参数的变化范围来求解响应量的置信带

当已知参数的变化范围时, 可由参数的变化范围来求响应量的置信带。

2.2.1 不考虑参数间的相关性

设参数的变化范围由其置信区间来表示。对于 p 个回归系数, 其上下界的组合共有 2^p 种。本文采用行数为 p 、列数为 2^p 的示性矩阵 $\mathbf{ID}$ 来表示这 2^p 种参数上下界的各种组合, 如:

$p=2$ 时:

$$\mathbf{ID} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$p=3$ 时:

$$\mathbf{ID} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

式中, 1 和 -1 分别代表参数取上限和下限。记变

量 X_i 的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间上下界分别为 X_i^U 及 X_i^L 。以 $p=3$ 为例, 由示性矩阵可得第一组参数组合为 $\mathbf{X} = [X_1^U \ X_2^U \ X_3^U]^T$; 第二组参数组合为 $\mathbf{X} = [X_1^U \ X_2^U \ X_3^L]^T$; 依此类推。分别将这 2^p 种参数组合代入回归模型, 可求得各组参数对应的响应量。对各组响应量分别取最大及最小值, 即可得到响应量的置信带。

2.2.2 考虑参数间的相关性

以上由参数变化范围来求解响应量置信带的方法未考虑参数间的相关性。事实上, 各拟合参数间可能存在较强的相关性。当一个参数取上限或下限时, 其它参数未必能同时取到该参数的上限或下限。此外, 拟合参数可能是非正态分布的。为了由相关非正态变量求解响应量的置信带, 需要将相关非正态变量变为独立的标准正态变量。

记相关非正态变量为 $\mathbf{X}$, 其相关系数矩阵为 $\boldsymbol{\rho}$; 独立标准正态变量为 $\mathbf{U}$ 。设由 $\mathbf{X}$ 变换到 $\mathbf{U}$ 的中间变量为相关的标准正态变量 $\mathbf{Y}$, 其相关系数矩阵为 $\boldsymbol{\rho}_0$, 则由 $\mathbf{X}$ 到 $\mathbf{Y}$ 的变换及由 $\mathbf{Y}$ 到 $\mathbf{U}$ 的变换分别为^[15]:

$$y_i = \Phi^{-1}[F_i(X_i)], \mathbf{U} = \mathbf{L}_0^{-1} \mathbf{Y} \quad (13)$$

式中: F_i —— X_i 的边缘分布函数;

Φ ——标准正态分布函数;

$\mathbf{L}_0$ ——相关系数矩阵 $\boldsymbol{\rho}_0$ 的 Cholesky 分解的下三角矩阵。

$\boldsymbol{\rho}_0$ 与原空间中相关系数矩阵 $\boldsymbol{\rho}$ 的关系为:

$$\rho_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F_i^{-1}(\Phi(y_i)) - E(X_i)}{D(X_i)} \frac{F_j^{-1}(\Phi(y_j)) - E(X_j)}{D(X_j)} \cdot \varphi_2(y_i, y_j, \rho_{0ij}) dy_i dy_j \quad (14)$$

式中, φ_2 是相关系数为 ρ_{0ij} 的二元标准正态分布随机变量向量的联合概率密度函数。

相反地, 若已知标准正态空间中的变量 $\mathbf{U}$, 则可由上述过程的逆过程将独立标准正态变量 $\mathbf{U}$ 变换为相关的非正态变量 $\mathbf{X}$ 。即:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{L}_0 \mathbf{U}, \mathbf{X}_i = F_i^{-1}[\Phi(Y_i)] \quad (15)$$

对于对数正态分布变量, $\mathbf{Y}$ 到 $\mathbf{X}$ 的变换即为:

$$X_i = \exp(\mu_{\ln X_i} + \sigma_{\ln X_i} Y_i) \quad (16)$$

结合变量的转换, 本文提出由相关非正态变量的参数变化范围来求响应量置信带的方法如下:

1) 由参数的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间上下界求解相应的参数变化范围系数 k_i^U 及 k_i^L , 其中,

$$k_i^U = \frac{(X_i^U - \mu_{X_i})}{\sigma_{X_i}}, k_i^L = \frac{(X_i^L - \mu_{X_i})}{\sigma_{X_i}} \quad (17)$$

2) 根据参数变化范围系数 k_i^U, k_i^L 及示性矩阵 $\mathbf{ID}$,

组成 p 行 2^p 列的范围系数矩阵 $\mathbf{K}_0$ 。

3) 视范围系数矩阵 $\mathbf{K}_0$ 为标准正态空间的变量 $\mathbf{U}$, 由式 (16) 将其转换为原空间中范围系数矩阵 $\mathbf{K}$ 。此矩阵考虑了参数的非正态分布及参数间的相关性对参数可能变化范围的影响。

4) 由原空间中范围系数矩阵 $\mathbf{K}$ 并结合式 (17) 反求各变量在原空间中的变化范围, 并由这 2^p 种参数组合求解响应量的置信带。

3 算例分析

为分析上述各种方法的区别及影响因素, 采用蒙特卡罗数值模拟试验对土水特征曲线进行研究。在数值模拟试验过程中, 设拟合参数的均值已知, 误差满足独立正态分布。置信水平取 $1 - \alpha = 0.95$ 。采用 Matlab 软件的 nlinfit 函数进行曲线拟合。取 SWCC 的拟合模型为 van Genuchten 模型^[16]:

$$w = \frac{w_s - w_r}{\left[1 + \left(\frac{\psi}{a}\right)^n\right]^{1-\frac{1}{n}}} + w_r \quad (18)$$

式中: w ——与吸力 ψ 相对应的含水率;

w_s, w_r ——饱和含水率和残余含水率;

a, n ——模型参数。

式 (18) 反映了吸力和含水率间的非线性关系。计算时, 将拟合参数 a, n, w_r 及 w_s 记为随机变量 $\mathbf{X}$, $\mathbf{X} = [a \ n \ w_r \ w_s]$ 。设 $\mathbf{X}$ 的均值 $\mu_X = [115.0, 1.32, 0.1, 0.4]$ 。进行数值模拟试验时, 先指定自变量 $\mathbf{x}$ (即吸力) 的 n 个均值, 分别在这些均值附近随机地产生符合正态分布的 N 组吸力值; 再由式 (18) 分别在每个 x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 处产生 N 组 y 值 (即含水率), 其中, $\varepsilon \sim N(0, 0.01^2)$ 。

为分析试验点位置对参数统计量的影响, 分别取以下 3 种不同的试验点位置组合进行数值试验。A: 每组试验点有 12 个, 它们在对数坐标系中较均匀分布在 $0 \sim 10^6$ kPa 的吸力范围内; B: 每组试验点亦有 12 个, 它们在吸力较小时分布很密, 在吸力较大时分布偏稀; C: 每组试验点有 6 个, 它们在对数坐标系较均匀分布在 $0 \sim 10^6$ kPa 的吸力范围内。

3.1 试验组数及试验点位置对参数统计量的影响

通过数值模拟试验, 求得了各变量均值、均方差、变异系数及变量间相关系数与试验组数及试验点位置的关系。以变量 1 (拟合参数 a) 为例, 按方法 1 及方法 2 计算所得变量的均值、变异系数及它与变量 2 (拟合参数 n) 的相关系数与试验组数及试验点位置的关

系见图 1。

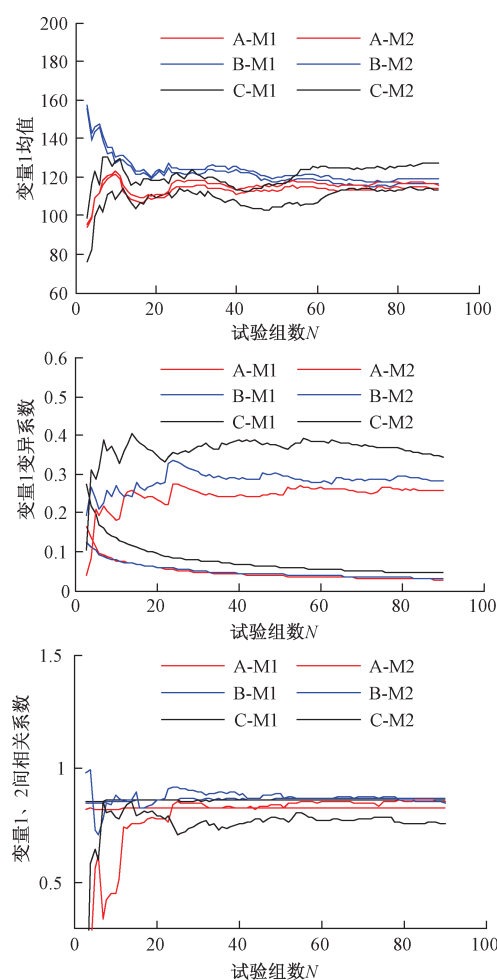


图 1 变量均值与试验组数的关系

Fig. 1 Relationship between statistical features and number and location of the test points

计算结果表明, 由方法 1、2 求出的变量均值较为一致。当试验组数增至一定值以后, 变量均值趋于稳定。就试验点位置安排而言, 情况 C 对应的变量均值随试验组数的波动较大, 而情况 A、B 的计算结果则相对稳定。因此, 进行曲线拟合时, 每组试验的点数不能太少。

随着试验组数的增加, 方法 1 求得的变异系数始终在减小, 但方法 2 求得的变异系数却逐渐趋于稳定。对于方法 2, 情况 A、B、C 对应的变异系数依次增大, 这是因为情况 B 的部分试验点过分集中, 而情况 C 的试验点数太少。

由方法 1 求得的变量间相关系数随试验组数的波动程度非常小, 可以忽略其变化。由方法 2 求得的相关系数随试验组数的增加有一定波动, 情况 A、B 对应曲线的波动程度很小。除了方法 2 的情况 C, 其它各

种情况下的相关系数稳定值基本一致。

可见,方法1、2求得的变量均值及相关系数基本相同,但方法1、2求得的变量变异系数明显不同。方法1的变异系数与试验组数密切相关,而方法2的变异系数反映了变量的固有变异性。为了较为准确地得到变量的各种统计量,试验点个数不能太少,试验点位置应尽可能在自变量的变化范围内的坐标轴上均匀分布。同时,试验组数也不能太少。下面以情况A为例继续分析。

3.2 变量的概率分布类型

对方法2求得的各变量绘制相应的概率直方图,并采用 χ^2 法进行概率类型检验,发现这些变量满足对数正态分布。其中,变量1的概率直方图见图2。这与文献[8]的结论一致。

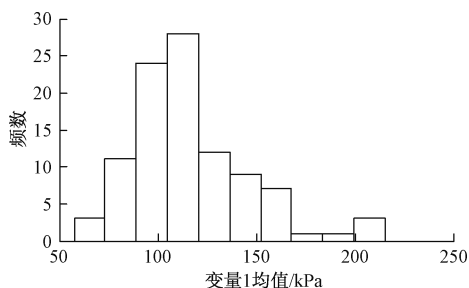


图2 变量1的概率直方图

Fig. 2 Probabilistic histogram of variable 1

3.3 响应量置信带

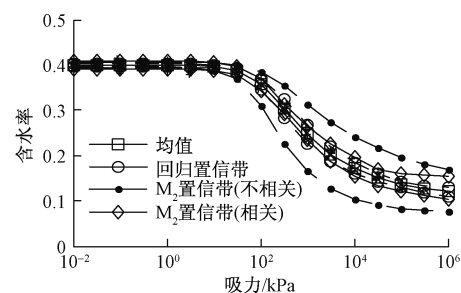
分别以试验组数 $N=6$ 及 $N=20$ 为例,研究不同情况下的响应量置信带(图3)。由于方法1、2得到的置信带规律相同,为了清晰起见,图中未标出方法1的置信带。图3中,+号代表随机生成的试验点,中间1条实线代表均值曲线,均值曲线上下各3条曲线分别代表回归置信带、不考虑变量间相关性时响应量的置信带及考虑变量间相关性时响应量的置信带。

由图3可见,对于该非线性回归分析算例,由直接回归法得到的响应量置信带相对较窄。当不考虑变量间的相关性时,求得的响应量置信带较宽。而当考虑变量间的相关性且视变量为对数正态分布时,响应量的置信带宽明显减小。当试验组数由 $N=6$ 增加至 $N=20$ 时,响应量的置信带由较宽的范围明显变窄, $N=20$ 时试验结果已足够精确。

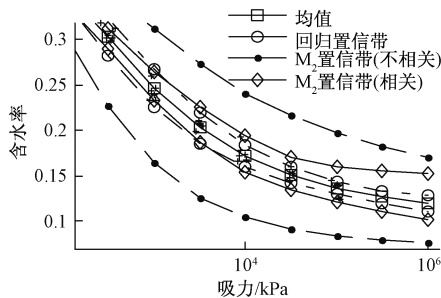
4 SWCC 试验结果的概率分析

为了研究非饱和土SWCC的概率特征,以合肥市9种非饱和土为例,采用渗析法及滤纸法分别对每种

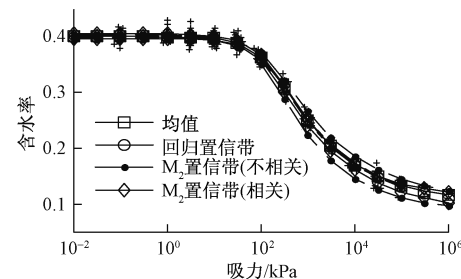
土样进行了2次试验研究^[14],共得到了18组试验数据。其中,对于每组试验,分别在16个不同吸力处测得的土样重力含水率。试验测得的含水率~吸力数据见图4中“+”号所示。图4中拟合曲线由式(18)求得。



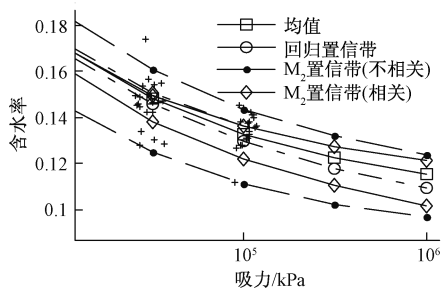
(a1) 试验组数 $N=6$



(a2) 图a1局部放大图



(b1) 试验组数 $N=20$



(b2) 图b1局部放大图

图3 响应量的置信带

Fig. 3 Confidence belt of the dependent variable

由于方法2求得的变异系数反映了变量的固有特性,本节只列出方法2的统计结果。由方法2求得的变量均值、变异系数及变量间相关系数见表1,求得的含水率均值及置信带见图4,其对应的置信水平为 $1 -$

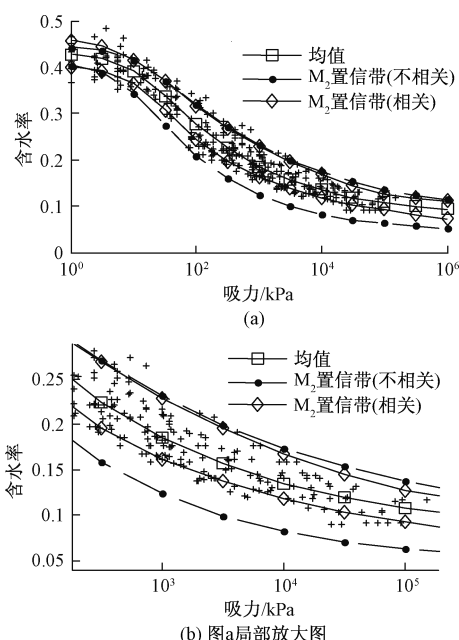


图 4 合肥非饱和土 SWCC 的置信带
Fig. 4 Confidence belt of SWCC of the Hefei unsaturated soil

$\alpha = 0.95$, 即 95% 的置信度。

表 1 土水特征曲线的拟合参数
Table 1 Fitting parameters of SWCC

编号	a /kPa	n	w_r	w_s
均值	18.31	1.27	0.05	0.42
变异系数	0.50	0.10	0.96	0.09
相关系数	$\rho(a, n) = 0.57; \rho(a, w_r) = 0.45; \rho(a, w_s) = -0.62$ $\rho(n, w_r) = 0.92; \rho(n, w_s) = -0.51; \rho(w_r, w_s) = -0.41$			

由表 1 可见,参数 a 的变异性中等,参数 n 及 w_s 的变异性较小,参数 w_r 的变异性很大。由于在计算过程中, a 对 SWCC 的影响取常用对数,因此在半对数坐标系中, a 对 SWCC 的影响也较小。由图 4 可见,在半对数坐标系中,SWCC 曲线的左上部分、拐点位置及斜率都相差不大,但曲线尾部的含水率值却相差较大。这说明对于本次研究对象,参数 a 、 n 及 w_s 的变异性对 SWCC 曲线的影响较小,但 w_r 对 SWCC 曲线的影响较明显。

图 5 比较了 3 种不同置信度及变量间的相关性对响应量置信带范围的影响。可见,当考虑变量间的相关性时,各种置信度情况下 SWCC 的置信带宽度均小于不考虑变量相关性的置信带宽度。置信度从 90% 增加至 99% 时,置信带范围越来越宽。其中,置信下限的变化程度小于置信上限的变化程度。

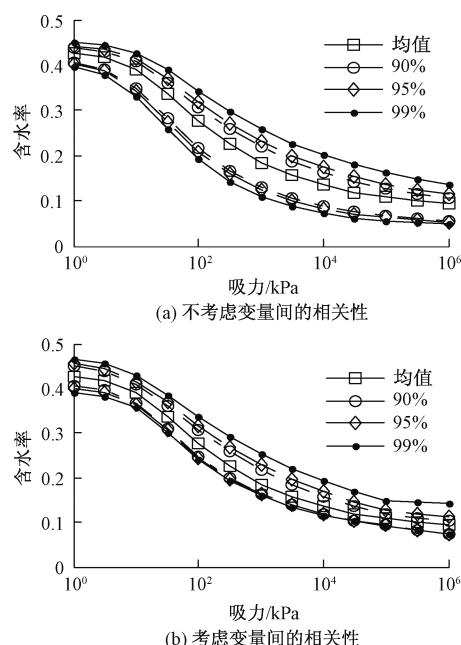


图 5 合肥非饱和土 SWCC 的置信带与置信度的关系
Fig. 5 Relationship between confidence belt of SWCC with confidence level of the Hefei unsaturated soil

5 结论

(1) 由方法 1 (直接回归法) 和方法 2 (数理统计法) 求得的变量均值及相关系数较为接近,但两种方法求得的变量变异系数相差较大。方法 1 所求变量变异系数与试验点数量及位置密切相关,并随着试验组数的增加而逐渐减小;方法 2 所求变量变异系数随着试验组数的增加而趋于稳定,反映了变量的固有变异性。但是,方法 2 所求变量变异性亦与试验点位置有一定关系,合理的试验点安排可以适当地减小所测变量的变异性。

(2) 响应量的置信区间可以综合反映变量的波动程度。通过直接回归法求得的响应量置信带宽最小。若通过变量的置信区间来求解响应量的置信带,则应考虑变量的分布类型及变量间的相关性。提出了由相关非正态变量求解响应量置信带的方法。

(3) 通过对合肥非饱和土的室内试验研究,采用 van Genuchten 模型对试验结果进行了曲线拟合,求得了 SWCC 变量的统计特征值及响应量的置信带,为进行非饱和土的可靠度分析提供了基础数据。

参考文献:

[1] LOW B K, ZHANG J, TANG W H. Efficient system

- reliability analysis illustrated for a retaining wall and a soil slope [J]. *Computers and Geotechnics*, 2011, 38: 196–204.
- [2] TAN Xiaohui, WANG Jianguo. Finite element reliability analysis of slope stability [J]. *Journal of Zhejiang University, SCIENCE A*, 2009, 10(5): 645–652.
- [3] KODURU S D, HAUKAAS T. Feasibility of FORM in finite element reliability analysis [J]. *Structural Safety*, 2010, 32: 145–153.
- [4] 汤连生, 颜波, 李振嵩, 等. 花岗岩残积土水土特征曲线的试验研究 [J]. *水文地质工程地质*, 2008, 35(4): 62–65. [TANG L S, YAN B, LI Z S, *et al.* The experimental research on the soil-water characteristic curve of the granite residual soil [J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2008, 35(4): 62–65. (in Chinese)]
- [5] 闫亚景, 文宝萍. 非饱和重塑黄土基质吸力变化特征与物理性质的关系 [J]. *水文地质工程地质*, 2011, 38(6): 49–55. [YAN Y J, WEN B P. Correlations between matric suction of unsaturated remoulded loess soils and their physical properties [J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2011, 38(6): 49–55. (in Chinese)]
- [6] 伊盼盼, 牛圣宽, 韦昌富. 干密度和初始含水率对非饱和重塑粉土土-水特征曲线的影响 [J]. *水文地质工程地质*, 2012, 39(1): 42–46. [YI P P, NIU S K, WEI C F. Influence of dry density and initial moisture content for unsaturated remolding silt soil water characteristic curve [J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2012, 39(1): 42–46. (in Chinese)]
- [7] NAM S, GUTIERREZ M, DIPLAS P, *et al.* Comparison of testing techniques and models for establishing the SWCC of riverbank soils [J]. *Engineering Geology*, 2009, 110: 1–10.
- [8] MASROURI F, BICALLO K V, KAWAI K. Laboratory Hydraulic Testing in Unsaturated Soils [J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2008, 26: 691–704.
- [9] ZAPATA C E. Uncertainty in Soil-Water-Characteristic Curve and Impacts on Unsaturated Shear Strength Predictions [D]. Arizona State University, 1999.
- [10] SILLERS W S, FREDLUND D G. Statistical assessment of soil-water characteristic curve models for geotechnical engineering [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2001, 38: 1297–1313.
- [11] PHOON K K, SANTOSO A, QUEK S T. Probabilistic analysis of soil-water characteristic curves [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2010, 136(3): 445–455.
- [12] ZHAI Q, RAHARDJO H. Quantification of uncertainties in soil-water characteristic curve associated with fitting parameters [J]. *Engineering Geology*, 2013, 163: 144–152.
- [13] CHIU C F, YAN W M, YUEN K V. Reliability analysis of soil-water characteristics curve and its application to slope stability analysis [J]. *Engineering Geology*, 2012, 135: 83–91.
- [14] BATES D M, WATTS D G. 非线性回归分析及其应用 [M]. 韦博成, 万方焕, 朱宏图 (译). 北京: 中国统计出版社, 1997. (Bates D M, Watts D G. *Nonlinear regression analysis and its applications* [M]. WEI B C, WAN F F, ZHU H T (translator). Beijing: China Statistics Press, 1997. (in Chinese))
- [15] 秦权, 林道锦, 梅刚. 结构可靠度随机有限元——理论及工程应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 25–30. [QIN Q, LIN D J, MEI G. *Reliability stochastic finite element methods: Theory and applications* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006: 25–30. (in Chinese)]
- [16] van GENUCHTEN M T. A closed form equation predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils [J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1980, 44: 892–898.
- [17] 谭晓慧, 沈梦芬, 胡娜, 等. 考虑体积变化的合肥膨胀土土水特征研究 [J]. *广西大学学报*, 2013, 38(3): 884–891. [TAN X H, SHEN M F, HU N, *et al.* Soil-water characteristic curve of expansive soil considering volume changes [J]. *Journal of Guangxi University*, 2013, 38(3): 884–891. (in Chinese))
- 责任编辑: 张明霞