

中文核心期刊 CSCD核心期刊 中科双效期刊 中国科技核心期刊 Caj-cd规范获奖期刊

井内嵌入同轴多孔与固体圆柱地下水渗流流型分析

朱 琳, 雷海燕, 马 非, 戴传山

Flow pattern analysis around a solid cylinder with both porous and water rings in porous media

ZHU Lin, LEI Haiyan, MA Fei, and DAI Chuanshan

在线阅读 View online: https://doi.org/10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202007045

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非均匀多孔介质等效渗透率的普适表达式

A universal expression of the equivalent permeability of heterogeneous porous media 张东, 刘晓丽, 王恩志 水文地质工程地质. 2020, 47(4): 35-42

多孔介质界面对重非水相液体迁移过程影响的图像法研究

Investigation on the influence of porous media interface on DNAPL migration based on image methods 刘汉乐,郝胜瑶,马建初 水文地质工程地质. 2019, 46(5): 169-174

基于蒸渗仪和解析法估算毛乌素沙地潜水蒸发量

Estimation of groundwater evaporation based on lysimeter experiment and analytical solution in the Mu Us sandy land 王文科, 尹红美, 黄金廷, 李俊亭 水文地质工程地质. 2021, 48(4): 1-6

白洋淀湖岸带地表水与地下水垂向交换研究

A study of vertical exchange between surface water and groundwater around the banks of Baiyangdian Lake 李刚,马佰衡,周仰效,赵凯,尤冰,李木子,董会军,李海涛 水文地质工程地质. 2021, 48(4): 48–54

考虑温度影响的改进西原流变模型及一维固结解

\${suggestArticle.titleEn} 陈航, 刘干斌, 郭华, 周晔, 吴章俨 水文地质工程地质. 2020, 47(1): 53-61

富水隧道幕墙堵水技术研究

Research on water blocking technology of curtain walls in water-rich tunnels 吴祖松, 侯秋萍, 马君伟, 刘琦, 肖缔, 李松 水文地质工程地质. 2019, 46(5): 65-71



关注微信公众号,获得更多资讯信息

DOI: 10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202007045

井内嵌入同轴多孔与固体圆柱地下水渗流流型分析

朱 琳,雷海燕,马 非,戴传山

(天津大学中低温热能高效利用教育部重点实验室,天津 300350)

摘要:对二维无限大多孔介质内单向均匀水平流垂直绕过"固体小圆柱-多孔介质环-水环-多孔介质"复杂四层结构下的流 场进行了解析求解。内、外多孔介质区域均采用 Brinkman 模型,纯流体水环采用 Stokes 模型,通过耦合界面间的质量、动 量守恒关系得到了各区域流函数的通用表达式。在此基础上分析了不同几何参数,不同内、外多孔介质渗透系数情况下, 圆柱外绕流的流型变化;着重研究了水环间隙以及内、外多孔介质渗透系数的变化对流型及横向、纵向速度分布的影响。 结果表明:外部多孔区流型主要受控于外部渗透系数;水环间隙宽度对水环内速度峰值影响较大;内部渗透系数增加到某 一临界值情况下,横截面速度分布从阶梯形变为抛物形,即"穿透"现象。研究结果对有类似结构的地埋管换热器、地下水 污染物吸收装置、地下水测速装置等的设计研发有理论指导意义。

关键词:多孔介质;水环;绕流;解析解;流型

中图分类号: P641.2 文献标志码: A 文章编号: 1000-3665(2021)04-0025-07

Flow pattern analysis around a solid cylinder with both porous and water rings in porous media

ZHU Lin, LEI Haiyan, MA Fei, DAI Chuanshan

(Key Laboratory of Efficient Utilization of Low and Medium Grade Energy, MOE, School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

Abstract: The flow field around a solid cylinder with both porous and water rings embedded vertically in an infinite large porous media is analytically simulated. The Brinkman model are applied for both the internal porous ring and external infinite large porous media. The Stokes model is used for the open water ring. By coupling the mass and momentum conservations at the interfaces between different regions, a general set of stream function equations can be derived. The program code is firstly validated by comparing the results of a typical two layer case with those of the previous literature. Then, the flow patterns for this complicated multilayer coaxial structure is analytically simulated by giving different geometric parameters and different coefficients of permeability of the inner and outer porous media. The influences of the width of the water ring gap and the coefficients of permeability of the internal and external porous media on the flow patterns and the velocity distribution of vertical and horizontal profiles are also emphatically studied. The results show that the flow pattern in the external porous zone is mainly controlled by its permeability. The width of the water ring has a great influence on the peak value of the velocity profile in the vertical cross section. With the increasing coefficient of permeability of the internal porous zone to a critical value, the velocity profile in the cross section will change from a step-shaped pattern to a parabolic one, which is viewed as a penetration phenomenon. It is believed that these obtained results are helpful

收稿日期: 2020-07-13; 修订日期: 2020-10-24

基金项目:国家自然科学基金项目(41574176)

第一作者:朱琳(1996-),女,硕士研究生,主要从事多孔介质传热传质研究。E-mail: 1036019766@qq.com

通讯作者:戴传山(1964-),男,博士,教授,主要从事地热能开发利用研究。E-mail: csdai@tju.edu.cn

in guiding a design such as borehole heat exchanger, groundwater pollutant absorption device, groundwater velocity measurement device, etc., with similar geometrical configuration.

Keywords: porous media; water ring; flow around; analytical solution; flow pattern

垂直于圆管外的绕流现象是自然界较普遍存在 的流体力学现象之一,如卡门涡街。在多孔介质渗流 层内垂直于圆管外的绕流问题也是石油钻探、地下水 开采^[1]、地热能开发、流化床等许多工业领域经常遇 到的物理现象,如地热井筒与热储层的耦合传热问 题^[2],甚至在临床医学研究中也有相关的微血管外的 间质渗流研究^[3]。在饱和多孔介质内嵌入物体,被嵌 物体外的绕流、传热传质问题在很多工业应用领域中 有广泛的应用。针对多孔介质内嵌有简单几何形状 的物体结构,若能获得其物体外部的绕流与热质扩散 的问题的简单表达形式的理论解析解,对指导类似结 构下的工业设计有重要的作用。

Pop 等^[4] 首次获得了考虑流体黏性耗散 Brinkman 模型圆柱外绕流的理论解析解。相对 Pop 等^[4] 研究的 有渗流通过的多孔介质内嵌入圆柱的流场结构而言, 多孔介质内开挖有一圆形孔洞,且孔洞内充满纯流体 的空间结构下的流场理论解析解获得的比较早。Drost 等⁵¹采用忽略惯性力仅考虑流体黏性力的 Stokes 流模 型获得了无限大多孔介质内有一圆形孔洞的流场理 论解析解,得出孔内平均流速与地层远端流速相比 (即平均收敛因子 \bar{a})约等于2。Sano^[6]进一步分析了 圆形孔洞的存在对周围达西流的影响,得出在多孔介 质渗透系数较低情况下,孔洞圆心处速度约是远端地 层渗流速度的3倍等重要结论。这一结论随后得到 了 Momii 等^[7]在实验室内基于激光多普勒方法进行 的实验验证。Raja 等^[8-10] 进一步推导了有均匀渗流 通过的不同渗透系数下多孔介质层内有一规则或微 变形的圆形孔洞或球形孔洞结构下的流场内流体速 $度(即收敛因子\alpha)分布理论解。$

Li 等^[11]针对一种相对前人研究更为复杂的有渗 流通过的无限大多孔介质内嵌一固体圆柱,且圆柱外 包裹有水环的几何结构下的各区域流型结构进行了 研究,其研究目的是获取多孔介质内嵌入细长吸收碳 纤维捕捉流体内胶体颗粒物的机理。Sekhar^[12]将流体 环内固体替换为多孔介质,得出该几何结构下的流动 问题理论解,分析了内、外多孔介质在不同渗流系数 情况下,整体多孔介质表现出的宏观平均水文特征、 局部速度分布以及流动阻力特性。

前人研究结果表明,有均匀渗流通过的多孔介质

内嵌入固体圆柱、多孔层、有水环或无水环等复杂几 何结构下流场的理论解析研究文献并不多见,应用领 域或研究目的却比较广泛,如复合材料封井、井内流 速观测^[13]、控制污染物在地下水和土壤中的扩散^[14]等。 值得注意的是,前人最多只对3层结构,即无限大多 孔介质-水环-环状多孔层/圆形固体进行了研究。本 文借鉴以往的研究方法,对有渗流通过的无限大多孔 介质流场内嵌入固体圆柱,且圆柱外部顺序包裹有多 孔介质环、纯流体环的复杂几何结构下的流场速度解 析解进行了理论分析,着重研究了不同渗透系数下的 内外多孔介质、水环间隙情况等对圆柱外绕流流型以 及纵横界面上的速度分布的影响规律。由于地下水 渗流速度较小,以往研究中常不考虑由弥散效应引起 的黏度系数的变化,即多孔介质内黏度系数与纯流体 内的黏度系数视为相同^[15]。此外,在井筒附近的地下 水渗流可能会产生颗粒的沉积堵塞[16],但本研究忽略 这一影响,认为局部渗透系数不变。本文研究结果对 类似结构下的地埋管套管换热器、地下水污染物吸收 装置设计、地下水测速装置研发等有一定的理论指导 意义。

1 物理模型的建立与求解方法

考虑无限大 2D 均质多孔介质(*P*_e)内有单向渗 流,垂直井筒内另嵌入同轴均质多孔介质(*P*_i)与固体 圆柱(*S*),在内外多孔介质之间有开放水环(*W*_{en})的情 况,假设多孔介质均为各向同性材料:渗透系数为*k*_e的 无限大多孔介质内有黏性流体稳定通过,绕过井中一 包裹有渗透系数为*k*_i的多孔层且半径为*r*₀的圆形固体 (图 1)。水环区域(*λ*₁*r*₀ < *r* < *λ*₂*r*₀,其中*λ*₁为水环内直 径与圆形固体直径比,*λ*₂为水环外直径与圆形固体直 径比)由 Stokes 方程^[17]和连续性方程控制:

$$\mu_{\rm en} \nabla^2 V^{\rm en} = \nabla P^{\rm en} \tag{1}$$

$$\nabla \cdot V^{\rm en} = 0 \tag{2}$$

水环内、外多孔介质区由 Brinkman 方程^[18] 和连续性方程控制:

$$\mu_{\rm eff}\left(\nabla^2 - \frac{1}{k_{\rm l}}\right)V^{\rm l} = \nabla P^{\rm l} \tag{3}$$

$$\nabla \cdot V^{\rm l} = 0 \tag{4}$$

朱 琳,等:井内嵌入同轴多孔与固体圆柱地下水渗流流型分析



Fig. 1 Schematic diagram of the physical model.

式中: μ_{eff} ——多孔介质内流体有效黏度系数;

 μ_{en} ——水环内纯流体黏度系数, $\mu_{eff} = \mu_{en} = \mu$; en—水环;

速度矢量(V)、横纵坐标(x、y)、各点到固体圆柱 圆心半径(r)和压力(P),进行无量纲化:

$$\widehat{V} = \frac{V}{U_{\infty}}, \widehat{X} = \frac{x}{r_0}, \widehat{Y} = \frac{y}{r_0}, \widehat{r} = \frac{r}{r_0}, \widehat{P} = P / \left(\mu \frac{U_{\infty}}{r_0}\right)$$
(5)

式中: U_∞——无限远处的流速大小。

水环区控制式(1)(2)无量纲化:

$$\nabla^2 \widehat{V}^{\text{en}} = \nabla \widehat{P}^{\text{en}}, \nabla \cdot \widehat{V}^{\text{en}} = 0, \lambda_1 < \widehat{r} < \lambda_2 \tag{6}$$

多孔区控制式(3)~(4)无量纲化:

$$\left(\nabla^2 - \chi_e^2\right) \widehat{V}^{\circ} = \nabla \widehat{P}^{\circ}, \nabla \cdot \widehat{V}^{\circ} = 0, \widehat{r} > \lambda_2$$
(7)

$$\left(\nabla^2 - \chi_i^2\right) \widehat{V}^i = \nabla \widehat{P}^i, \nabla \cdot \widehat{V}^i = 0, 1 < \widehat{r} < \lambda_1 \qquad (8)$$

式中: χ^2 — 渗透性能, $\chi^2 = r_0^2/k_{\odot}$

由速度分量和剪切应力(T)的连续性^[19-20],得到 边界条件(每个边界条件都可以分解为切向和法向, 切向剪切应力包含压力 P):

$$\widehat{V} = 0, \widehat{r} = 1 \tag{9}$$

$$\widehat{V}^{\text{en}} = \widehat{V}^{i}, \widehat{T}^{\text{en}} = \widehat{T}^{i}, \widehat{r} = \lambda_{1}$$
(10)

$$\widehat{V}^{\text{en}} = \widehat{V}^{\text{e}}, \widehat{T}^{\text{en}} = \widehat{T}^{\text{e}}, \widehat{r} = \lambda_2$$
(11)

引入极坐标系下的流函数(ψ):

$$V_r = -\frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, V_\theta = \frac{\partial \psi}{\partial \hat{r}}$$
(12)

式中: θ——速度分量V_θ与横坐标轴 x 夹角。 式(6)-(8)简化为:

$$\nabla^4 \psi^{\rm en} = 0, \lambda_1 < \hat{r} < \lambda_2 \tag{13}$$

$$\nabla^2 \left(\nabla^2 - \chi_e^2 \right) \psi^e = 0, \, \hat{r} > \lambda_2 \tag{14}$$

$$\nabla^2 \left(\nabla^2 - \chi_i^2 \right) \psi^i = 0, 1 < \hat{r} < \lambda_1 \tag{15}$$

结合无穷远处均匀流动条件 $\psi_m \rightarrow -r \sin\theta$,各区域 式(13)(14)的解为:

$$\psi^{\text{en}} = \left(A\hat{r} + \frac{B}{\hat{r}} + C\hat{r}^3 + D\hat{r}\ln\hat{r}\right)\sin\theta \qquad (16)$$

$$\psi^{i} = \left(E\hat{r} + FI_{1}\left(\chi_{i}\hat{r}\right) + \frac{G}{\hat{r}} + HK_{1}\left(\chi_{e}\hat{r}\right) \right) \sin\theta \qquad (17)$$

$$\psi^{\rm e} = \left(-\hat{r} + \frac{M}{\hat{r}} + NK_1\left(\chi_{\rm e}\hat{r}\right)\right)\sin\theta \qquad (18)$$

式中: I1 —— 第一类修正一阶贝塞尔函数;

*K*₁——第二类修正一阶贝塞尔函数。

其中系数A、B、C、D、E、F、G、H、M、N可由式(9)— (11)确定。

值得注意的是, 若
$$r_0 \rightarrow 0$$
, 解的形式与 Sekhar^[12] 一致:

$$\psi^{i} = \left(E\hat{r} + FI_{1}\left(\chi_{i}\hat{r}\right) \right) \sin\theta \tag{19}$$

此外, 若 $r_0 \rightarrow 0, \lambda_1 \rightarrow 0$, 解的形式为:

$$\psi^{i} = \psi^{en} = \left(A\hat{r} + C\hat{r}^{3}\right)\sin\theta \qquad (20)$$

笛卡尔坐标系下的流速 U:

 $U_{\rm r} = V_{\rm r} \cos\theta - V_{\theta} \sin\theta$ (21)

$$U_{\rm y} = V_{\rm r} \sin\theta + V_{\theta} \cos\theta \tag{22}$$

$$U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$$
 (23)

2 方法验证

为了验证计算方法的正确性,本文以 Raja 等^[8]的 计算模型为例,进行了程序正确性验证,该模型中包 括纯流体孔洞部分的 Stokes 流模型以及外部多孔介 质部分流动的 Brinkman 模型。输入参数与文献 [8]一 致,结果见图2。

该计算模型对应于无限大多孔介质内有一孔洞 的情况, 即 $r_0 \rightarrow 0, \lambda_1 \rightarrow 0$ 。其中, 横纵坐标无量纲化: $\hat{X} = \frac{x}{r_{0c}}, \hat{Y} = \frac{y}{r_{0c}}, \chi_{e}$ 变化下经过圆心的纵、横剖面速度

(14)



图 2 _{Xe}变化下纵向中心剖面(Y=0),横向中心剖面(X=0)无量纲速度分布图 Fig. 2 Dimensionless velocity distribution map of the longitudinal center profile (Y=0) and the lateral center profile (X=0) under the changes of _{Xe}

分布见图 2。值得注意的是,无量纲化特征长度为孔 洞半径 $r_{0c} = \lambda_2 r_0$ 。随着 χ_e 的增加(渗透系数变小),孔 洞的存在感变强,中心流速与远端流速比值 α_c 变大到 3,若 χ_e 为 0(渗透系数极大),则 $\alpha_c \rightarrow 1$ 。本文结果与 Raja 等^[8]研究结果符合非常好。

3 多层结构计算结果

在方法验证的基础上,对图 1 所示的多层结构模型进行理论求解。由于影响参数比较多,仅对不同半径、以及内外渗透系数变化情况下的流型结构求解。 计算工况见表 1。值得注意的是,为了更清晰地表示外部尺寸固定(即 λ_1/λ_2 为定值)情况下,内部圆柱尺寸的变化对于流场的影响,此处给出的 r_0 是一组以 $r_0 = r_{02}$ 为标准的假设值(流场的变化只与 $\lambda_1, \lambda_2, \chi_1, \chi_e$ 有关)。同理,整个流场均如式(5)所述,计算过程中使用相应的 r_0 进行参数的无量纲化 $\left(\hat{X} = \frac{x}{r_0}, \hat{Y} = \frac{y}{r_0}\right)$ 。为了更加直观地看出不同参数的影响,在计算结果的整理中,横纵中心剖面坐标轴的无量纲化均以 r_{02} 半径为准: $\hat{X} = \frac{x}{r_{02}} = 0, \hat{Y} = \frac{y}{r_{02}} = 0$ 。 **3.1** 固体圆柱半径大小 r_0 对流型结构的影响

图 3(a)(b)可以看出,固体半径r₀的变化对水环外

的多孔区几乎没有影响。但随着ro增大,水环内流速 峰值变高,这是由于流体经过包裹有多孔层的固体结 构时流动阻力变大(图4)。此外,ro变大,固体圆柱在 多孔介质层中对流体的影响半径增大,逐渐呈绕流趋 势,如图5(a)(b)。更进一步地,水环内的多孔区纵向 剖面的平均流速值变小,横向剖面上的速度变大。这 是因为该区域内部阻力变大,流入的流量越来越少, 但绕流增加了横向剖面上的流速。另外,在ro极大的

表1 不同工况的计算参数

different parameters.					
	r_0	λ_1	λ_2	Χi	Xe
工况1	$r_{01} = r_{02}/50$	100	120	0.6	15
工况2	r_{02}	2	2.4	30	750
工况3	$r_{03} = 1.8r_{02}$	1.1	1.32	54	1 350
工况4	r_{02}	2.3	2.4	30	750
工况5	r_{02}	1.1	2.4	30	750
工况6	r ₀₂	2	4.0	30	750
工况7	r_{02}	2	2.1	30	750
工况8	r_{02}	2	2.4	100	750
工况9	<i>r</i> ₀₂	2	2.4	3	750
工况10	r_{02}	2	2.4	30	30

情况下(工况3),多孔层内流速急速下降到0,这是由于极薄多孔层对流场没有太大影响,如图6(a)。

2

2.4

30

10

以工况2为对比工况,分别研究参数 λ_1 、 λ_2 、 χ_i 、 χ_e 的变化对流型结构的影响。此外,由于绕流,流体 在水环内横向剖面上的流速变化更为明显,因此水环 内流型变化主要用该剖面上的流速峰值分析。

3.2 λ₁变化对流型结构的影响

工况11

图 3(c)(d)为λ₁变化下的中心剖面无量纲速度分 布图。λ₁的变化对水环外的多孔区(下文简称外多孔 区)几乎没有影响。但是,随着λ₁变小,水环内流速峰 值先变高后变低,这是由于缝隙变大,进而剖面上速 度分布展宽变大。即进入水环内多孔区(下文简称内 多孔区)的流体变少,而水环内流量增加流速变大,直 至流体几乎不通过内多孔区(工况 5),见图 6(b),且 过程中随着展宽变大,水环内流量分配空间变大导致 其流速峰值逐渐降低。类似地,由于缝隙变大,内多 孔区阻力相对水环阻力变大,该区域流量降低流速变 小,因此流场也更容易平稳。同时,λ₁的减小会使内





Fig. 3 Dimensionless velocity distribution map of the longitudinal center profile and the lateral center profile



Fig. 4 Pressure contours under typical working condition 2



图 5 典型工况下的流线图



多孔层中的绕流效果相对增强,因此该区域流型平稳 程度要耦合区域内流量大小和圆柱外绕流强度两种 因素。

3.3 λ2变化对流型结构的影响

图 3(e)(f)为λ2变化下的中心剖面无量纲速度分 布图。当λ2很大时,缝隙很大,极少流体流入内多孔 区(工况 6)。随着λ2的增大,水环内流速峰值先升高 后降低,这是由于缝隙变大流速分布展宽变大,流体 越来越少地进入内多孔层且水环内流量分配空间变 大导致的。由于内多孔区阻力相对水环阻力增大,该 区域平均流速成倍降低且流型变化趋势更平稳。 λ2减小,意味着整个障碍物尺寸相对减小,因此,外部 多孔介质区的流型会更加平缓。



Fig. 6 Speed contours under the typical working conditions

3.4 Xi变化对流型结构的影响

图 3(g)(h)为_X;变化下的中心剖面无量纲速度分 布图。_X;的变化对外多孔区的流场几乎没有影响。但 是,当_X;极大时,流体几乎不进入内多孔区。随着_X;的 减小,水环内流速峰值降低。这是因为内多孔区渗透 性加强,内多孔层阻力相对水环阻力变小,内多孔区 流量变大水环内流量减小。同理,内多孔区横向和纵 向剖面流速均相应变大,且变化明显。当内多孔区渗 透系数极大时(工况9),见图 6(c),水环与内多孔层之 间的速度阶跃消失,出现"穿透"现象,这是因为内多 孔层阻力与水环阻力同量级。

3.5 _X。变化对流型结构的影响

图 3(i)(j)为 χ_e 变化下的中心剖面无量纲速度分 布图。随着 χ_e 变小水环峰值降低,内多孔区流速越低 流型越平缓,但外多孔区流速增大。这是由于内外多 孔区渗透系数差变小,整体结构流型过渡更为平缓, 水环内的加速效应相应减弱,内多孔区的流速相应降 低。 $\chi_e \leq 10$ 时外多孔区流速变化趋势与 χ_e 较大时相 反,这是由于与流体向水环内的渗透作用相比,水环 外的绕流作用占了主导地位,见图 5(c),流体极少进 入内多孔区。

第4期

4 结论

(1)水环内部参数如r₀、 λ_i、 χ_i的变化对外层多孔 介质区影响很小;水环直径的减小会使外部流型更为 平稳;水环外部流型主要受控于外部渗透系数,但由 于障碍物的存在,渗透系数对外部流型的影响是非单 调的函数。

(2)横向剖面上水环内的速度变化较大,固体圆 柱r₀减小,水环内峰值增加。内部与外部渗透系数同 时增大,水环内加速效应减弱。水环间隙对水环内流 速峰值影响较大。

(3)研究发现内部渗透系数增加到某一临界值情况下会出现"穿透"现象,横向速度剖面从阶梯形变为 抛物线形。

参考文献(References):

- [1] 陈崇希,胡立堂. 渗流-管流耦合模型及其应用综述[J]. 水文地质工程地质, 2008, 35(3): 70 75.
 [CHEN Chongxi, HU Litang. A review of the page pipe coupling model and its application[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2008, 35(3): 70 75. (in Chinese with English abstract)]
- [2] RASHIDI S, TAMAYOL A, VALIPOUR M S, et al. Fluid flow and forced convection heat transfer around a solid cylinder wrapped with a porous ring[J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2013, 63: 91 – 100.
- [3] SWARTZ M A, FLEURY M E. Interstitial flow and its effects in soft tissues[J]. Annual Review of Biomedical Engineering, 2007, 9(1): 229 256.
- POP I, INGHAM D B. Flow past a sphere embedded in a porous medium based on the Brinkman model[J]. International Journal of Engineering Science, 1992, 30(2): 257 - 262.
- [5] DROST W, KLOTZ D, KOCH A, et al. Point dilution methods of investigating ground water flow by means of radioisotopes[J]. Water Resources Research, 1968, 4(1): 125 - 146.
- [6] SANO O. Viscous flow past a cylindrical hole bored inside porous media-with application to measurement of the velocity of subterranean water by the single boring method[J]. Nagare, 1983, 2(3): 252 - 259.
- MOMII K, JINNO K, HIRANO F. Laboratory studies on a new laser Doppler Velocimeter System for horizontal groundwater velocity measurements in a borehole[J].
 Water Resources Research, 1993, 29(2): 283 – 291.
- [8] RAJA SEKHAR G P, SANO O. Viscous flow past a circular/spherical void in porous media-an application to measurement of the velocity of groundwater by the single

boring method[J]. Journal of the Physical Society of Japan, 2000, 69(8): 2479 – 2484.

- [9] RAJA SEKHAR G P, SANO O. Two-dimensional viscous flow past a slightly deformed circular cavity in a porous medium[J]. Fluid Dynamics Research, 2001, 28(4): 281 293.
- [10] RAJA SEKHAR G P, SANO O. Two-dimensional viscous flow in a granular material with a void of arbitrary shape[J]. Physics of Fluids, 2003, 15(2): 554 567.
- [11] LI Y C, PARK C W. A predictive model for the removal of colloidal particles in fibrous filter media[J]. Chemical Engineering Science, 1999, 54(5): 633 – 644.
- [12] SEKHAR G P R. Effective medium model for flow through beds of porous cylindrical fibres[J]. Applicable Analysis, 2010, 89(6): 833 – 848.
- [13] BAYER-RAICH M, CREDOZ A, GUIMERÀ J, et al. Estimates of horizontal groundwater flow velocities in boreholes[J]. Groundwater, 2019, 57(4): 525 – 533.
- KLAMMLER H, HATFIELD K, ANNABLE M D, et al. General analytical treatment of the flow field relevant to the interpretation of passive fluxmeter measurements[J].
 Water Resources Research, 2007, 43(4): 264 – 272.
- [15] BECKERMANN C, VISKANTA R, RAMADHYANI S. Natural convection in vertical enclosures containing simultaneously fluid and porous layers[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1988, 186: 257 – 284.
- [16] 戴传山,祁芸芝,雷海燕,等.悬浮微小颗粒对多孔介质渗流特性影响的实验研究[J].水文地质工程地质, 2016,43(6):1-6. [DAI Chuanshan, QI Yunzhi, LEI Haiyan, et al. Deposition effect of suspended microparticle on the local permeability in porous media[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2016, 43(6):1-6. (in Chinese with English abstract)]
- [17] RAJA SEKHAR G P, AMARANATH T. Stokes flow inside a porous spherical shell[J]. Zeitschrift Fur Angewandte Mathematik Und Physik ZAMP, 2000, 51(3): 481 - 490.
- [18] BRINKMAN H C. A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles[J]. Flow, Turbulence & Combustion, 1949, 1(1): 27 - 34.
- [19] PADMAVATHI B S, AMARANATH T, NIGAM S D. Stokes flow past a porous sphere using Brinkman's model[J]. Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Physik ZAMP, 1993, 44(5): 929 – 939.
- [20] QIN Y, KALONI P N. Creeping flow past a porous spherical shell[J]. ZAMM Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1993, 73(2): 77 – 84.

编辑:张若琳