第 25 卷第 2 期 物 探 与 化 探 Vol.25,No.2
2001 年 4 月 GEOPHYSICAL & GEOCHEMICAL EXPLORATION Apr.,2001

计算层状介质中轴对称柱面瑞利面波频散函数的 δ 矩阵法

凡友华[1],肖柏勋[2],刘家琦[1]

(1.哈尔滨工业大学 航天工程与力学系,黑龙江 哈尔滨 150001; 2.长江工程地球物理勘测研究院,湖北 武汉 430010)

摘要:笔者将 δ 矩阵法应用于计算层状介质中轴对称柱面瑞利面波的频散函数,得到了六阶 δ 矩阵法、五阶 δ 矩阵法、快速 δ 矩阵法 3 种方法,很好地解决了高频数值精度丢失问题以及高频数值溢出问题,并提高了计算速度,数值计算及工程应用验证了上述方法的有效性,且表明了这些方法也完全适用于平面瑞利面波频散曲线的求取问题。

关键词:面波;瑞利波;频散;层状介质;δ 矩阵法

中图分类号:P631.4 文献标识码:A 文章编号:1000-8918(2001)02-0109-08

由于瑞利面波传播距离远、信噪比大且在层状介质及其它复杂介质中具有明显的频散特性,故利用瑞利面波进行人工地震勘探、工程无损检测是一种很有潜力的方法。50 年代初,Haskell 用矩阵方法对层状介质中瑞利面波的频散曲线的计算[1]奠定了利用人工地震面波信号进行地质勘查、工程勘探、工程无损检测的基础。目前瑞利面波法已在工程中得到了广泛的应用[2~4],但有些问题还有待于进一步的解决和完善:第一个是瑞利面波频散曲线的提取问题,第二个是瑞利面波频散曲线的正演问题,第三个是瑞利面波频散曲线的反演解释问题,其中正演问题是研究的一大难题。

通常的正演问题是计算层状介质中瑞利面波频散函数,大量学者对此进行了研究,提出了各种方法,主要有 Thomson-Haskell 方法[1]、Schwab-Knopoff 方法[5~7]、δ 矩阵法[8~10]、Abo-Zena 法[11~14]、RT 矩阵法[15]等。大多数方法是基于层状介质中的平面瑞利面波的频散问题,对层状介质中的柱面瑞利面波的频散问题研究较少,而实际应用中,无论是人工地震勘探,还是工程无损检测,大多采用垂直激振点源激发瑞利面波,这种面波用轴对称柱面面波模拟比用平面瑞利面波模拟更为合适一些。为此,笔者采用层状、均匀、各向同性和完全弹性模型,在柱坐标系下,利用位移应力在各界面处连续及自由表面边界条件和无穷远处的辐射条件,得出了层状介质中轴对称柱面瑞利面波的频散函数,并用 δ 矩阵法[16]进行了改进,得到了六阶 δ 矩阵法、五阶 δ 矩阵法、快速 δ 矩阵法 3 种计算层状介质中轴对称柱面瑞利面波的频散函数的方法。这些方法可以避免计算瑞利面波频散函数时常出现的高频数值精度丢失问题以及高频数值溢出问题,而且计算速度快。数值计算及工程应用验证了方法的有效性,且表明了它们也完全适用于平面瑞利面波频散曲线的求取问题。

收稿日期:2000-08-22;修回日期:2000-11-09

基金项目:国家自然科学基金(19971021);中国石油天然气集团公司石油大学物探重点实验室开放基金(GPKL0101)资助

1　层状介质中轴对称柱面瑞利面波的频散函数

考虑界面平行的均匀各向同性完全弹性层状介质模型,其中第一层上界面为自由表面,第 n 层为半空间,设每层均为固体介质。引入柱坐标系(r,θ,z),r 轴与各界面平行,z 轴垂直指向介质内部。对于频率为 ω,水平相速度为 c 的轴对称柱面瑞利面波,考虑轴对称柱面瑞利面波的特点,引入势分解,由求解弹性动力学问题的纳维方程以及本构方程得

$$\begin{cases} u_r = [k\varphi(z) + \partial\psi(z)/\partial z]\mathrm{H}_0^{(1)\prime}(kr)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}, \\ u_\theta = 0, \\ u_z = [k\psi(z) + \partial\varphi(z)/\partial z]\mathrm{H}_0^{(1)}(kr)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}; \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \tau_{rz} = 2\mu k[\gamma k\psi(z) + \partial\varphi(z)/\partial z]\mathrm{H}_0^{(1)\prime}(kr)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}, \\ \tau_{\theta z} = 0, \\ \tau_{zz} = 2\mu k[\gamma k\varphi(z) + \partial\psi(z)/\partial z]\mathrm{H}_0^{(1)}(kr)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}。 \end{cases} \tag{2}$$

其中

$$\begin{cases} \varphi(z) = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_P kz} + B\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\gamma_P kz}, \\ x(z) = C\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_S kz} + D\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\gamma_S kz}, \\ \psi(z) = E\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_S kz} + F\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\gamma_S kz}。 \end{cases} \tag{3}$$

以上(1),(2),(3)式中,$U_r, U_\theta, U_z, \tau_{rz}, \tau_{\theta z}, \tau_{zz}$为位移应力矢量在柱坐标系下各分量,$\mathrm{H}_0^{(1)}$,$\mathrm{H}_0^{(1)\prime}$为第一类零阶汉克尔函数及其导数,$A, B, C, D, E, F$ 为待定常数,$\gamma = 1 - c^2/(2v_S^2)$,$\gamma_P = \sqrt{c^2/v_P^2 - 1}$,$\gamma_S = \sqrt{c^2/v_S^2 - 1}$,$\mu$ 为拉梅常数,$k = \omega/c$ 为波数,v_P,v_S 为纵波和横波速度。

定义位移应力矢量 $S = [U_1, U_2, P_1, P_2]^T$,其中

$$\begin{cases} U_1 = k\varphi(z) + \partial\psi(z)/\partial z, \\ U_2 = k\psi(z) + \partial\varphi(z)/\partial z, \\ P_1 = \gamma k\psi(z) + \partial\varphi(z)/\partial z, \\ P_2 = \gamma k\varphi(z) + \partial\psi(z)/\partial z。 \end{cases} \tag{4}$$

定义势矢量 $\boldsymbol{\phi} = [k\varphi(z), k\psi(z), \partial\varphi(z)/\partial z, \partial\psi(z)/\partial z]^T$,则有

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{M\phi}, \tag{5}$$

其中

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \gamma & 1 & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。 \tag{6}$$

设各层上下界面的位移应力矢量及势矢量为 $\hat{S}$,$\hat{\boldsymbol{\phi}}$,$\check{S}$,$\check{\boldsymbol{\phi}}$,则由(3)式可得到 $\hat{\boldsymbol{\phi}} = \lambda\check{\boldsymbol{\phi}}$,其中

$$\boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \cos p & 0 & -\sin p/\gamma_P & 0 \\ 0 & \cos q & 0 & -\sin q/\gamma_S \\ \gamma_P \sin p & 0 & \cos p & 0 \\ 0 & \gamma_S \sin q & 0 & \cos q \end{bmatrix}, \tag{7}$$

上式中,$p=\gamma_P kh$,$q=\gamma_S kh$,h 为各层介质的厚度。进而由(5)式可得到 $\hat{S}=\frac{1}{1-\gamma}M\lambda N\check{S}$,其中

$$N=\begin{bmatrix}1&0&0&-1\\0&1&-1&0\\0&-\gamma&1&0\\-\gamma&0&0&1\end{bmatrix}。\tag{8}$$

设下一层上界面处的位移应力矢量为 $\hat{S}'$,由界面处位移应力连续条件可得 $\hat{S}=\frac{1}{1-\gamma}M\lambda N\check{S}'$,其中 $R=\mathrm{diag}(1,1,l,l)$,$l=\mu'/\mu$。令 $T=\frac{1}{1-\gamma}M\lambda NR$,则得到第 n 层上界面到第一层上界面位移应力矢量的传递关系 $\hat{S}(1)=T(1,n)\hat{S}(n)$,其中 $T(1,n)=T(1,2)T(2,3)\cdots T(n-1,n)$,则由自由表面边界条件和无穷远处的辐射条件可得 $IT(1,n)J\begin{bmatrix}k\hat{\varphi}(z)\\k\hat{\psi}(z)\end{bmatrix}_{(n)}=0$,其中

$$I=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\tag{9}$$

$$J=M(n)Q(n),\tag{10}$$

$$Q(n)=\begin{bmatrix}1&0&i\gamma_P&0\\0&1&0&i\gamma_S\end{bmatrix}^{T}_{(n)},\tag{11}$$

令
$$D(c,k)=\det(IT(1,n)J),\tag{12}$$
则 $D(c,k)$ 即为所求到的层状介质中的轴对称柱面瑞利面波的频散函数,$\det(D(c,k))=0$ 为频散方程。

2　δ 矩阵法改进

为了简化计算,将每层对应的传递矩阵写为 $T=M\lambda NR/l$,则不影响频散方程的求根。对任意矩阵 A,令它的二阶 δ 矩阵为 $\bar{A}$,例如 T,M,λ,I,J,其二阶 δ 矩阵记为 $\bar{T},\bar{M},\bar{\lambda},\bar{I},\bar{J}$,则由 δ 矩阵的性质[16],我们可以得到

$$D(c,k)=\det(\bar{I}\bar{T}(1,n)\bar{J}),\tag{13}$$

其中
$$\bar{T}(1,n)=\bar{T}(1,2)\bar{T}(2,3)\cdots\bar{T}(n-1,n),\tag{14}$$

$$\bar{I}=[0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 1],\tag{15}$$

$$\bar{J}=[1+\gamma_P\gamma_S\quad \gamma+\gamma_P\gamma_S\quad i\gamma_S(1-\gamma)\quad i\gamma_P(\gamma-1)\quad -\gamma-\gamma_P\gamma_S\quad -\gamma^2-\gamma_P\gamma_S]^{T}。\tag{16}$$

相应的 $\bar{T}$ 矩阵各元素分别为

$\bar{T}_{11}=[ab(1+t^2)-cd(rs+t^2)-2t]/l$,　　$\bar{T}_{41}=-g(bcr+adt^2)/l$,

$\bar{T}_{12}=(1-ab)(1+t)+cdrst$,　　$\bar{T}_{42}=g(bcr+adt)$,

$\bar{T}_{13}=-(ad+bcr)g$,　　$\bar{T}_{43}=g^2cdr$,

$\bar{T}_{14}=(bc+ads)g$,　　$\bar{T}_{44}=g^2ab$,

$\bar{T}_{15}=-\bar{T}_{12}$,　　$\bar{T}_{45}=-\bar{T}_{42}$,

$\bar{T}_{16}=[2(1-ab)+cd(rs+1)]l$,　　$\bar{T}_{46}=g(bcr+ad)l$,

$\bar{T}_{21}=[(ab-1)t(1+t)-cd(rs+t^3)]/l$， $\bar{T}_{51}=-\bar{T}_{21}$，
$\bar{T}_{22}=-2abt+cd(rs+t^2)+1+t^2$， $\bar{T}_{52}=\bar{T}_{25}$，
$\bar{T}_{23}=-(adt+bcr)g$， $\bar{T}_{53}=-\bar{T}_{23}$，
$\bar{T}_{24}=(bct+ads)g$， $\bar{T}_{54}=-\bar{T}_{24}$，
$\bar{T}_{25}=-\bar{T}_{22}+g^2$， $\bar{T}_{55}=\bar{T}_{22}$，
$\bar{T}_{26}=[(1+t)(1-ab)+cd(rs+t)]l$， $\bar{T}_{56}=-\bar{T}_{26}$，

$\bar{T}_{31}=g(ads+bct^2)/l$， $\bar{T}_{61}=[2(1-ab)t^2+cd(rs+t^4)]/l$，
$\bar{T}_{32}=-g(ads+bct)$， $\bar{T}_{62}=t(ab-1)(1+t)-cd(rs+t^3)$，
$\bar{T}_{33}=g^2ab$， $\bar{T}_{63}=(t^2ad+bcr)g$，
$\bar{T}_{34}=g^2cds$， $\bar{T}_{64}=-(bct^2+ads)g$，
$\bar{T}_{35}=-\bar{T}_{32}$， $\bar{T}_{65}=-\bar{T}_{62}$，
$\bar{T}_{36}=-g(ads+bc)l$， $\bar{T}_{66}=[(1+t^2)ab-cd(rs+t^2)-2t]l$，

其中，$t=\gamma$，$g=1-t$，$r=\gamma_P^2$，$s=\gamma_S^2$，$\alpha=\cos p$，$b=\cos q$，$c=\sin p/\gamma_P$，$d=\sin q/\gamma_S$。

由(13)式确定的算法称为六阶 δ 矩阵法。其中 $\bar{T}$ 矩阵和 $\bar{J}$ 矩阵有以下特点

$$\bar{J}_2+\bar{J}_5=0, \tag{17}$$

$$\bar{T}_{i2}+\bar{T}_{i5}=g^2[0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0]^{\mathrm{T}}, \tag{18}$$

$$\bar{T}_{2j}+\bar{T}_{5j}=g^2[0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0]\text{。} \tag{19}$$

由这些性质可以得到

$$D(c,k)=\boldsymbol{I}^*\boldsymbol{T}^*(1,n)\boldsymbol{J}^*, \tag{20}$$

其中，

$$\boldsymbol{I}^*=[0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 1],\ \boldsymbol{J}^*=[\bar{J}_1\quad \bar{J}_2\quad \bar{J}_3\quad \bar{J}_4\quad \bar{J}_6]^{\mathrm{T}}, \tag{21}$$

$$\boldsymbol{T}^*=\begin{bmatrix}\bar{T}_{11} & 2\bar{T}_{12} & \bar{T}_{13} & \bar{T}_{14} & \bar{T}_{16}\\ \bar{T}_{21} & 2\bar{T}_{22}-g^2 & \bar{T}_{23} & \bar{T}_{24} & \bar{T}_{26}\\ \bar{T}_{31} & 2\bar{T}_{32} & \bar{T}_{33} & \bar{T}_{34} & \bar{T}_{36}\\ \bar{T}_{41} & 2\bar{T}_{42} & \bar{T}_{43} & \bar{T}_{44} & \bar{T}_{46}\\ \bar{T}_{61} & 2\bar{T}_{62} & \bar{T}_{63} & \bar{T}_{64} & \bar{T}_{66}\end{bmatrix}\text{。} \tag{22}$$

由(20)式确定的算法称为五阶 δ 矩阵法。与六阶 δ 矩阵法相比，显然五阶 δ 矩阵法大大地减小了计算量，但是不是计算量最小呢？研究发现，(20)式中的矩阵运算可由各层对应的矩阵依次对矢量进行迭代运算来实现，由此得到了计算量更小的快速 δ 矩阵法。具体的迭代程序如下。

1. 给出迭代初始值：$x_1=J_1^*$，$x_2=J_2^*$，$x_3=J_5^*$，$x_4=J_3^*$，$x_5=J_4^*$。
2. 从第 $n-1$ 层到第 1 层依次进行迭代，每次的迭代过程为：

$x_1=x_1/l$，$x_3=lx_3$；

$p_1 = x_1 - 2x_2 - x_3$，　　$q_1 = abp_1 + cdp_2 - adp_3 + bcp_4$，

$p_2 = -t^2x_1 + 2tx_2 + x_3$，　　$q_2 = cdrsp_1 + abp_2 + bcrp_3 - adsp_4$，

$p_3 = gx_4$，　　$q_3 = adsp_1 - bcp_2 + abp_3 + cdsp_4$，

$p_4 = gx_5$，　　$q_4 = -bcrp_1 + adp_2 + cdrp_3 + abp_4$；

$p_5 = -tx_1 + (1+t)x_2 + x_3$；

$x_1 = q_1 - q_2 + 2p_5$，

$x_2 = tq_1 - q_2 + (1+t)p_5$，

$x_3 = -t^2q_1 + q_2 - 2tp_5$，

$x_4 = gq_3$，

$x_5 = gq_4$。

3.取最后一次迭代后的 x_3 为频散函数的值。

至此,我们得到了计算层状介质中轴对称柱面瑞利面波频散函数的 3 种 δ 矩阵法。

3　数值稳定性分析

计算瑞利面波时,通常出现的问题是高频数值精度丢失问题。例如,用 Haskell 方法计算平面瑞利面波频散函数时,往往只能在低频范围之内有效,超过某一频率后出现了严重的数值精度丢失问题。这是因为计算中存在一些大数量级的量,在理论上它们应相减消去,但在数值上因误差积累却不能消去。例如,在计算频散函数时,如果 c 小于某层的横波速度,则此层对应的 T 矩阵的元素将含有 R, S, R^{-1}, S^{-1},其中,$R = e^{ik\gamma_P h}$,$S = e^{ik\gamma_S h}$为频率的指数函数。若用 Haskell 方法计算,频散函数最后可以表示为 $f_1f_2 - f_3f_4$,其中:f_i 为 R, S, R^{-1}, S^{-1}的线性组合,故频散函数为两组 $R^2, S^2, R^{-2}, S^{-2}, RS, RS^{-1}, SR^{-1}, S^{-1}R^{-1}, 1$ 的线性组合的相减运算,理论上含 R^2, S^2, R^{-2}, S^{-2}的项应该相减消去,但数值上由于其系数的误差积累而不能互相消去,导致了相当大的数值误差,大大影响了频散函数的求取精度,特别是当频率很高时,将出现灾难性的数值计算结果,如图 1 所示。本文的 δ 矩阵法则可以避免这一现象,因为频散函数仅为 $ab, cd, ad, bc, 1$ 的线性组合,即仅为 $RS, RS^{-1}, SR^{-1}, S^{-1}R^{-1}, 1$ 的线性组合,故其数值稳定性很好,如图 2 所示。

计算瑞利面波频散函数时还会出现高频数值溢出问题,因为,如果 c 小于某层的横波速度,在很高频率时,R, S 的值可能超过计算机的最大数限,出现数值无穷大,使计算不能顺利进行。在本文所述的 3 种 δ 矩阵法中,为实现无限频计算,我们在 RS 的值接近数值无穷大时,引入了简化程序,即将线性组合 $k_1ab + k_2cd + k_3ad + k_4bc + k_5$ 用 $k_1 + k_2 + k_3 + k_4$ 代替,代替后不影响频散方程的求根,如图 3 所示。

故本文的方法可以很好地解决高频数值精度丢失问题以及高频数值溢出问题。

4　数值计算及工程应用

笔者对某 3 层介质模型进行了瑞利面波频散函数的数值计算。模型参数数值选取见表 1,频散函数数值计算结果见图 1 ~ 图 3。

表 1　模型的各参数值

层序号	$v_P/(m\cdot s^{-1})$	$v_S/(m\cdot s^{-1})$	$\rho/(kg\cdot m^{-3})$	厚度/m
1	5000	3000	3000	5
2	3500	2000	2700	2
3	6000	3500	3500	∞

注:ρ 为介质模型密度

在图 1,图 2,图 3 中横轴表示频率,纵轴表示瑞利面波相速度,黑、白区域分别对应频散函数取正、负值的区域,频散曲线即为相邻黑白区域的交界线。图 1 是用 Haskell 方法计算的平面瑞利面波频散图,在频率约 4 000 Hz 时出现了数值精度丢失问题。图 2、图 3 是用本文的 3 种 δ 矩阵法计算的轴对称柱面瑞利面波频散图,成功地避免了数值精度丢失问题,图 3 进一步说明了本文方法可以实现更高频率甚至无限频时轴对称柱面瑞利面波频散函数的计算。

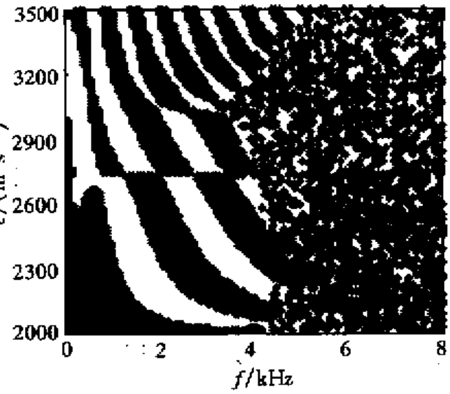

图 1 用 Haskell 方法计算的平面瑞利面波在 0 ~ 8 kHz 频率范围内的频散

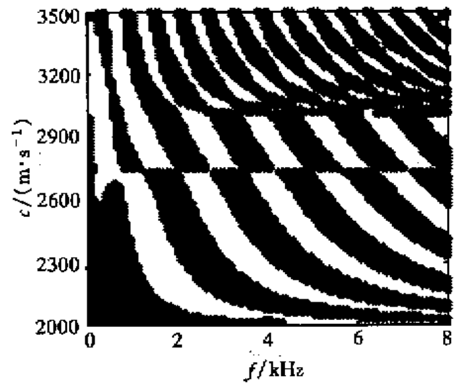

图 2 用本文方法计算的轴对称柱面瑞利面在 0 ~ 8 kHz 频率范围内的频散

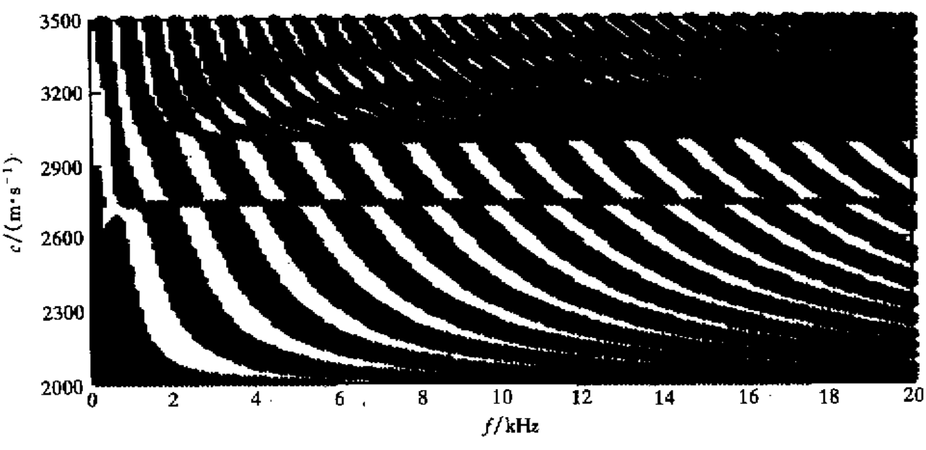

图 3 用本文方法计算的轴对称柱面瑞利面波在 0 ~ 20 kHz 频率范围内的频散

比较图 1 和图 2,我们还发现轴对称柱面瑞利面波与平面瑞利面波的频散特性似乎完全一样,事实上,在界面平行的层状介质中,无论是平面瑞利面波还是轴对称柱面瑞利面波,其频散方程的推导均利用到了而且仅利用到了位移应力场的纵向变化特性,而对于平面瑞利面波和轴对称柱面瑞利面波,它们的这种特性完全一样,故两者的频散特性应该完全一样,所以本文的方法也完全适用于平面瑞利面波频散曲线的求取问题。

对于表 1 确定的模型,我们在 PC586 机上用 Matlab5.3 对各种方法进行了反复计算,发现本文的方法不但数值稳定性好,而且计算速度也很快,特别是本文的快速 δ 矩阵法,其计算速度是 Haskell 方法计算速度的 2 倍以上,如表 2 所示。

表 2　各种方法计算耗时比较

方法	100×100 个点 计算时间/s	100×200 个点 计算时间/s	200×100 个点 计算时间/s	200×200 个点 计算时间/s
Haskell 方法	30	61	60	122
六阶 δ 矩阵法	35	71	71	143
五阶 δ 矩阵法	23	46	47	94
快速 δ 矩阵法	14	30	30	60

另外,我们将本文的方法及 Haskell 方法应用于实测瑞利面波频散曲线的反分析,对于某地下车库地面,用长江工程地球物理勘测研究院研制的 LXⅡ型岩土工程质量检测仪对其进行瑞利面波法测试,对于提取的频散曲线,用本文的快速 δ 矩阵法及 Haskell 方法分别进行频散曲线的反分析,发现快速 δ 矩阵法的计算速度也是 Haskell 方法的 2 倍以上。

5　结束语

笔者在柱坐标系下,求解了层状介质中轴对称柱面瑞利面波的频散函数,并用 δ 矩阵法进行了改进,得到了六阶 δ 矩阵法、五阶 δ 矩阵法、快速 δ 矩阵法 3 种计算层状介质中轴对称柱面瑞利面波的频散函数的方法。该方法可以避免计算瑞利面波频散函数时常出现的高频数值精度丢失问题以及高频数值溢出问题,而且计算速度快。数值计算及工程应用验证了该方法的有效性,且表明了其也完全适用于平面瑞利面波频散曲线的求取问题。

参考文献:

[1] Haskell N A.The dispersion of surface waves on multilayered media[J]. Bull. Seism. Soc. Am., 1953,43:17—34.
[2] 杨成林. 瑞雷波勘探法原理及其应用[J]. 物探与化探,1989,13(6):465—468.
[3] 刘云桢,王振东. 瞬态表面波法的数据采处理系统及其应用实例[J]. 物探与化探,1996,20(1):28—33.
[4] 张忠苗,魏王伦,陈云敏,等. 瞬态面波测试技术在地基处理评价中应用[J]. 物探与化探,1992,16(1):48—54.
[5] Knopoff L. A matrix method for elastic wave problems[J]. Bull Seism Soc Am,1964,54:431—438.
[6] Schwab F and Knopoff L. Surface - wave dispersion computations[J]. Bull seism Soc Am,1970, 60:321—344.
[7] Schwab F,Knopoff L. Fast surface wave and free mode computations[A]. Bolt B A. In methmods in computational physics, No 2[C].New York:Academic Press,1972.87—180.
[8] Thrower E N. The computation of elastic waves in layered media[J]. J Sound Vib, 1965, 2:210—226.
[9] Dunkin J W. Computation of modal solutions in layered elastic media at high frequencies[J]. Bull Seism Soc Am,1965,55:335—358.
[10] Waston H T. A note on fast computation of Rayleigh wave dispersion in multisayered half - space[J]. Bull Seism Soc Am, 1970,60:161—166.
[11] Abo - Zena A. Dispersion function computations for unlimited frequency values[J]. Geophys J R Astr Soc,1979,58:91—105.
[12] William Menke. Comment on 'Dispersion function computations for unlimited frequency values' by Anas Abo-Zena[J]. Geophys. J R Astr. Soc,1979,59:315—323.
[13] 李幼铭,束沛镒. 层状介质中地震面波频散函数和体波广义反射系数的计算[J]. 地球物理学报,1982,25(2):130—139.
[14] 张碧星,喻明,熊伟,等. 层状介质中的声波场及面波研究[J]. 声学学报,1997,22(3):230—241.
[15] Kennett B L N. Reflection rays and reverberations[J]. Bull Seism Soc Am, 1974,64:1685—1696.
[16] Pestel E, Leckie F A. Matrix method in elasto-mechanics[M]. McGraw-Hill, New York:NY, 1963.

THE δ MATRIX METHOD FOR THE DISPERSION FUNCTION COMPUTATION OF AXISYMMETRICAL CYLINDRICAL RAYLEIGH WAVE IN MULTILAYERED MEDIA

FAN You-hua[1], XIAO Bai-xun[2], LIU Jia-qi[1]

(1. *Department of Astronaut Engineering and Mechanics*, *Harbin Institute of Technology*, *Harbin* 150001, *China*; 2. *Institute of Changjiang Engineering Geophysical Prospecting*, *Wuhan* 430010, *china*)

Abstract: In this paper, the authors applied the δ matrix method to the computation of dispersion function of axisymmetrical cylindrical Rayleigh wave in multilayered media. Three methods were deduced, namely 6-order δ matrix algorithm, 5-order δ matrix algorithm and fast δ matrix algorithm. The problem of losing numerical precision and that of numerical overflow under high frequency were solved satisfactorily, and the computation speed was enhanced. The numerical computation and the application to engineering have verified the authors' methods and demonstrated that these methods can also be used to solve the dispersion curves of plane Rayleigh wave in multilayered media.

Key words: surface wave; Rayleigh wave; dispersion; multilayered media; δ matrix method

作者简介：凡友华(1975－)，男，哈尔滨工业大学航天工程与力学系博士研究生，研究方向为复杂介质中的瑞利面波传播理论及反演问题，已发表论文数篇。