

在波数域计算一维重磁异常导数的 Matlab 语言算法

肖锋, 孟令顺, 吴燕冈

(吉林大学 地球探测科学与技术学院, 吉林 长春 130026)

摘 要:利用 Matlab 内建的快速傅氏变换函数可以方便地在波数域计算重磁异常导数。介绍了基于 Matlab 语言的波数域求导的算法, 给出了程序源代码, 讨论了一些有助于提高计算精度的编程技巧。通过模型试验和数据分析, 发现在计算垂向导数时波数域求导算法的精度比傅氏级数的精度有明显改善; 而水平导数的计算, 2 种方法的精度相当。在某区钾盐勘探中, 用该方法处理高精度重力剖面数据, 取得了较好效果。

关键词:波数域; 重磁异常; 导数; Matlab 语言

中图分类号: P631

文献标识码: A

文章编号: 1000-8918(2008)03-0316-05

在重磁数据的处理中, 导数的计算非常重要。它是压制区域场、圈定局部场、分离叠加异常的常用方法^[1]。它还广泛地应用于其他方法中, 如: 重力归一化总梯度法、界面反演的 Oldenburg-Parker 算法、Tilt 导数法等等。重磁异常导数的计算可以在空间域进行, 也可以在波数域进行。空间域的导数计算方法由于编程复杂、精度较低等原因, 现在已经很少使用了。波数域的导数计算方法在很多文献中都给出^[2-5], 但是具体到如何编程实现还很少涉及。实际编程过程中, 还要解决一些问题才能实现, 比如单位换算等。这里着重介绍程序设计, 目的是搭建一个桥梁将程序和该算法连接起来。

Matlab 语言是一种在科研人员中已得到广泛使用的程序设计语言, 用它来计算重磁异常导数非常方便。在这里给出波数域的算法和详尽的 Matlab 计算程序。文中的代码读者可直接利用。

1 算法的数学原理

重磁异常导数的计算在很多文献中被归纳为位场数据的转换^[1,5]。对于计算一维(剖面)重磁异常导数而言, 就是分别计算实测重磁异常对不同方向上的偏导数。建立直角坐标系 xOz , x 轴方向代表剖面(或测线)方向, 向右为正, z 轴正方向向下, 代表垂直地表向下的方向。实测重磁异常用 T 来表示, 假设有 N 个测点, 序号从 1, 2, $\dots$, N (Matlab 语言中表示数组元素的角标也是从 1 开始的)。第 i 个测点表示为 T_i ($i=1, 2, \dots, N$), 测点间距为 X_{step} , 单位是 m。基本原理是先将异常数据做傅氏变换, 用它

的谱乘以对应的波谱算子, 再经过傅氏反变换得到导数。实测重磁异常 T 经过快速傅氏变换获得它的波谱 $\bar{T}$, 在波数域中求 n 阶垂向导数主要依据为

$$\frac{\partial^n \bar{T}}{\partial z^n} = r^n \bar{T}. \quad (1)$$

其中: r 代表径向圆波数, 对于一维的情况, r 等于 x 方向的波数 u 。对于不同测点 T_i , 对应不同的波数 r_i 。相应的波数域 n 阶垂向导数算子是 r^n 。一维情况下, 波数域中对 x 方向的求导公式如下:

$$\frac{\partial^n \bar{T}}{\partial x^n} = (iu)^n \bar{T}. \quad (2)$$

对应的波数域 n 阶水平导数算子是 $(iu)^n$ 。

2 程序流程

波数域中的重磁异常导数计算过程大致可以分为 5 个部分: 扩边、傅氏变换、波谱计算、傅氏反变换、缩边(图 1)。下面以重力剖面数据求一阶垂向导数和一阶水平导数为例, 详细说明程序的设计。磁法剖面数据的处理与之类似。

2.1 读入数据并扩边

假设原始重力观察数据已经按列存入文本文件, 名为: raw.txt 的记事本文件。其中第一列为沿剖面的坐标, 即 x 坐标(单位: m), 第二列为重力值(单位: g.u.), 两列之间用空格分隔, 而且原始数据经过插值计算, 等间距分布。为了减弱 FFT 的边界效应, 应该对边界进行处理。基本原理都是将边界数据归零, 以减少间断点。程序采用的是将原始数据读入到数组 A 中, 然后按照余弦公式将数据长度

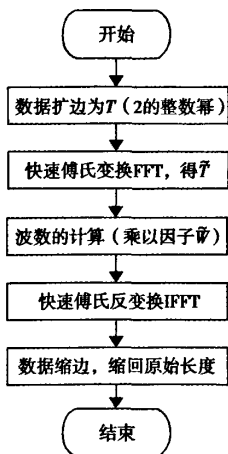


图1 一维重磁异常导数计算流程

扩边至 2 的整数幂,即从原始长度 m 个点扩至 M 个点,扩充后的数据满足 2 个端值为零。从测线端点往外扩边的余弦公式为

$$T_k = \frac{1 + \cos(k\pi/L)}{2} T_e, \quad k = 1, \dots, L. \quad (3)$$

其他边界处理方法还有很多,例如

$$T_k = \cos(\pi/2 \cdot k/L) T_e, \quad k = 1, \dots, L \quad (4)$$

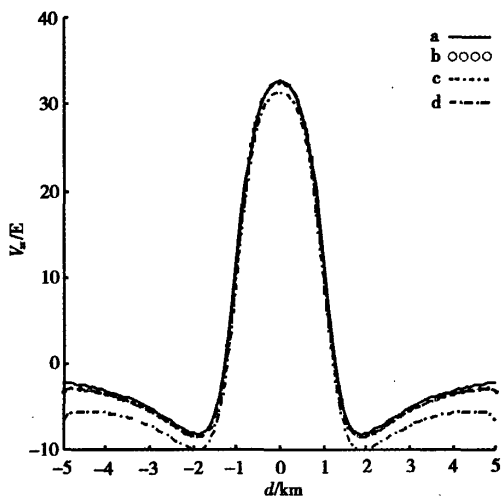
所示的一阶余弦扩边归零法和

$$T'_k = T_k - [T_1 + \frac{T_L - T_1}{L-1}(k-1)], \quad (5)$$

$$k = 1, \dots, L$$

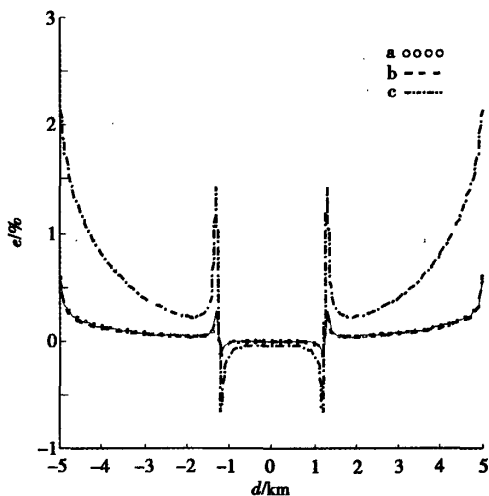
所示的不用扩边的线性归零法。式(3)和式(4)中, L 表示外延的点数, T_e 是测线相应端点的值, T_k 是第 k 个外延的值。公式(3)可以化为(4)式的平方,相当于二阶余弦归零因子。式(5)中, L 表示需要线性归零的点数, T_1 为满点值, T_k 和 T_L 分别为距离满点为 k 和 L 所对应的值, T'_k 为线性归零值。

对这 3 种不同边界处理方法进行比较。建立平面直角坐标系,测线中心为坐标原点, x 轴正方向为测线点位增大的方向, z 轴正方向指向地下。测点位置从 $-5 \sim 5$ km, 点距 100 m, 共 101 个测点。假设一无限长的横截面为矩形的均匀水平柱体,沿走向的轴线垂直于 xOz 平面,轴心位于原点正下方。上顶深 600 m,下底深 1 000 m,宽 2 000 m,剩余密度 500 kg/m^3 。首先用 3 种不同边界处理方法处理,然后再用 FFT 方法求取重力一阶垂向导数(图 2)和百分比相对误差(图 3)。由图可以看出,用公式(3)扩边计算的精度是最高的,最大误差为 1.14 E,最大百分比相对误差为 0.56%。线性归零法通过线性运算虽然能让边值降到零,但人为地造成了能量损失,所以计算的值偏小,误差最大,最大误差为



a—理论值;b—一阶余弦扩边归零;c—二阶余弦扩边归零;d—线性归零

图2 不同边界处理方法计算的重力一阶垂向导数结果



a—一阶余弦扩边归零;b—二阶余弦扩边归零;c—线性归零

图3 不同边界处理方法计算重力一阶垂向导数结果的百分比相对误差

4.39 E,最大百分比相对误差为 2.15%。因此,下面的程序中采用式(3)进行扩边。

应用波数域求导法时,扩边的长度对计算的精度有一定影响。向测线两侧扩展越长,波数域的基波也越长,对应着频谱的分辨率也越高。扩边加长有助于减弱 FFT 的泄漏效应,但缺点是增加了计算时间。实际应用中,应该在精度和效率之间进行衡量,选择合适的扩边长度。

该段程序如下:

```
clear;clc;
fid = fopen('raw.txt','r');
```

```

A = fscanf(fid, '%g %g', [2, inf]);
fclose(fid);
A = A';
X = A(:, 1);
T1 = A(:, 2);
m = numel(T1);
mt = floor(log2(m)) + 2;
M = 2^(mt);
L1 = floor((M - m)/2);
L2 = M - m - L1;
for k = 1:L1:L1
    T(k) = T1(1) * (1 + cos(pi * (L1 + 1 - k)/
L1))/2;
end
for k = 1:L1:M - m - L1
    T(m + L1 + k) = T1(m) * (1 + cos((pi * k)/
(M - m - L1)))/2;
end
T(L1 + 1:L1 + m) = T1;

```

2.2 一维 FFT

只用一个 Matlab 语句就能完成 FFT。该段程序如下:

```
TT = fft(T);
```

2.3 波谱的计算

这里以计算重力一阶垂向导数和一阶水平导数为例,介绍波数域中对谱的处理。值得注意的是:由于计算基波时采用的点距单位是 m,重力异常单位是 g.u.,为了将一阶导数的单位统一为国际单位制 E,所以在计算波数 u 时乘以 1 000。对于磁场数据而言,如果原始数据的单位是 nT,在磁异常的处理中不用乘以 1 000。重磁异常数据都是实数据,它们的傅氏变换具有共轭性质^[3,6]。根据它们波谱的特征,对谱要按以下方式分段处理。该段程序如下:

```

M2 = M/2 + 1;
Xstep = X(2) - X(1);
du = pi * 2 * 1000 / ((M - 1) * Xstep);
for row = 1:L1:M2
    u = du * (row - 1);
    TX(row) = TT(row) * u * i;
    TZ(row) = TT(row) * u;
    if row ~ = 1 & row ~ = M2
        k = M + 2 - row;
        TX(k) = TT(k) * -u * i;
        TZ(k) = TT(k) * u;
    end

```

```
end
```

2.4 一维 IFFT

同样只用一个 Matlab 语句就能完成傅氏反变换 IFFT。傅氏反变换后获得的数据是复数形式的,我们需要的只是复数的实部。IFFT 和取实部 2 个语句合二为一,程序更简洁。该段程序如下:

```

Tx = real(ifft(TX));
Tz = real(ifft(TZ));

```

2.5 数据缩边

这是数据扩边的逆过程,只取中间与原始实测数据对应的部分,并分别将一阶垂向导数和水平导数写入文件中。该段程序如下:

```

for k = L1 + 1:L1 + m
    tx(k - L1) = Tx(k);
    tz(k - L1) = Tz(k);
end
fid = fopen('Tx.dat', 'w');
for k = 1:L1:m
    fprintf(fid, '%g %12.8f \n', X(k), tx(k));
end
fclose(fid);
fid = fopen('Tz.dat', 'w');
for k = 1:L1:m
    fprintf(fid, '%g %12.8f \n', X(k), tz(k));
end
fclose(fid);

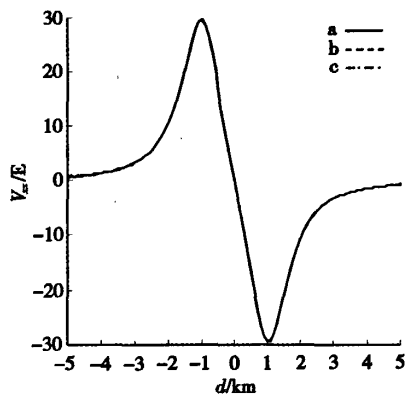
```

在 Matlab 中新建一个源文件(M 文件),将以上源代码按顺序输入并保存。在同一文件夹中,将待处理的数据按上述格式形成 raw.txt 文件,再运行该 M 文件即可。以上代码在 Matlab6.5 中检验通过。

3 模型试验

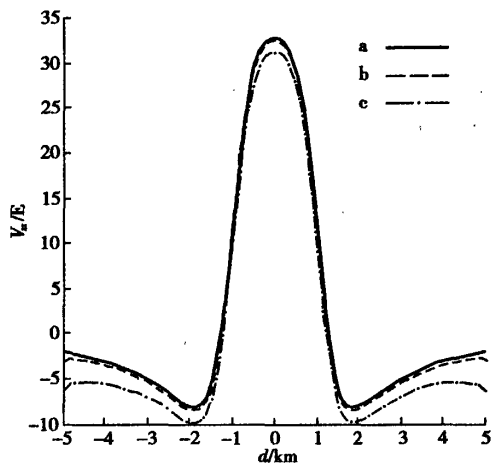
以上面建立的无限长横截面为矩形的均匀水平柱体模型为例,在波数域求取重力一阶垂向导数和水平导数,并与傅氏级数方法^[7-8]进行对比。计算一阶水平导数时,这 2 种算法的结果很接近,FFT 和傅氏级数计算的结果与理论值的最大误差分别为 0.34 E 和 0.42 E (图 4)。计算一阶垂向导数时,FFT 算法的优点更明显。FFT 和傅氏级数计算的结果与理论值的最大误差分别为 1.14 E 和 4.33 E,最大相对百分比误差分别为 0.56% 和 1.12% (图 5)。

另外,笔者也对磁异常的导数进行了计算。模型选择无限长水平圆柱体为例:半径为 50 m,中心埋深 100 m,有效磁化强度 10 A/m。磁化强度方向和正常地磁场方向一致,正常场方向与测线方向一



a—理论值;b—波数域法;c—傅氏级数法

图4 不同方法计算的重力一阶水平导数



a—理论值;b—波数域法;c—傅氏级数法

图5 不同方法计算的重力一阶垂向导数

致,有效磁化强度的倾角与地磁场倾角相同,均为 60° 。测线中心为坐标原点(水平圆柱体的正上方), x 正方向为测线点位增大的方向, z 正方向指向地下。测点位置从 $-500 \sim 500$ m,点距 10 m。计算磁异常水平一阶导数时,波数域算法的最大误差为 0.12 nT/m,最大百分比相对误差为 0.49% ;傅氏级数的最大误差为 0.14 nT/m,最大百分比相对误差为 4.71% 。而计算磁异常垂向一阶导数时,波数域算法的最大误差为 0.25 nT/m,最大百分比相对误差为 1.19% ;傅氏级数的最大误差为 0.24 nT/m,最大百分比相对误差为 14.56% 。这说明在计算垂向导数时波数域算法的精度比傅氏级数的算法有明显的提高。

4 应用实例

在实际应用中,重力异常的垂向导数可以用来突出局部异常,压制区域异常。图6是在某区的一

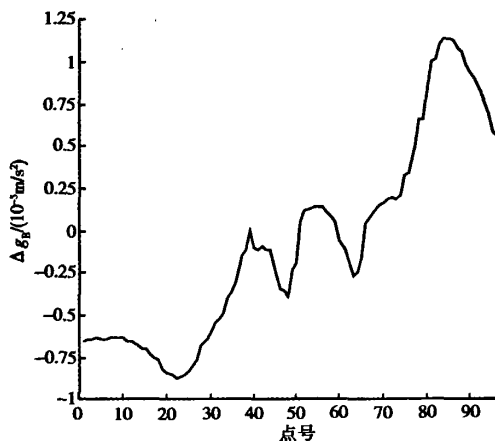


图6 某剖面重力布格异常(点距 500 m)

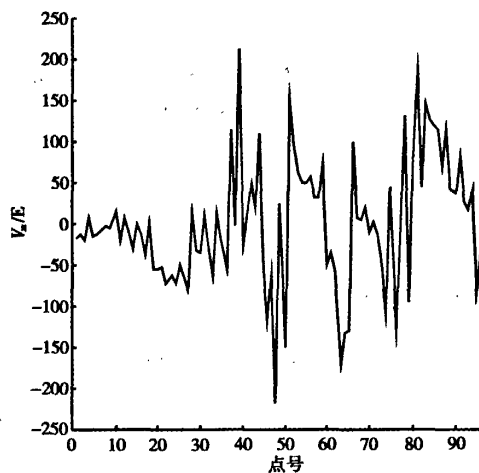


图7 波数域计算的重力一阶垂向导数(点距 500 m)

条剖面上通过高精度重力测量获得的布格异常图。受盆地基底起伏的影响,布格异常图上对勘探目标(钾盐)的反应并不明显。为了削弱盆地构造的影响并突出钾盐矿所产生的异常,对剖面数据进行了—阶垂向导数的计算,如图7所示。从该图上,负异常的形态和范围更加明晰,大体对应着矿体的分布。以此为依据,并结合其他资料,我们在该区布设了井位。经钻井验证,在 47 号点和 74 号点钻到 290 m 和 183 m 深见矿。由此可见,该测区运用该方法取得了较好的效果。

5 结论

导数的计算在重磁资料的处理中发挥着重要的作用,选择精度高且容易实现的方法具有现实意义。笔者提供了基于 Matlab 语言重磁数据求导算法,并给出了完整的代码,该算法简洁明了,实现简单。另外,还介绍了有助于提高计算精度的编程技巧。通

过大量的模型试验,计算了重力和磁法数据的一维垂向和水平导数,通过数据分析发现波数域方法比传统傅氏级数法在垂向导数上的计算精度提高更明显;而对于水平水导数,2种算法精度相差无几。

实际应用中,该方法在某区钾盐勘探中发挥了重要作用。该方法求取的重力一阶垂向导数有效的压制了区域异常,分离出局部异常。它的成果对后续测井和地震工作的开展,有一定的指导意义。

参考文献:

- [1] 罗孝宽,郭绍雍.应用地球物理教程——重力 磁法[M].北京:地质出版社,1991.
- [2] Dean W C. Frequency analysis for gravity and magnetic interpretation [J]. Geophysics, 1958,23(1):97.
- [3] 朱文孝,屠万生,刘天佑.重磁资料电算处理与解释方法[M].武汉:中国地质大学出版社,1989.
- [4] 穆石敏,申宁华,孙运生.区域地球物理数据处理方法及其应用[M].长春:吉林科学技术出版社,1990.
- [5] 重力勘探资料解释手册编写组.重力勘探资料解释手册[M].北京:地质出版社,1983.
- [6] 薛年喜. MATLAB 在数字信号处理中的应用[M].北京:清华大学出版社,2003.
- [7] 别列兹金 B M. 物探数据的总梯度解释法[M]. 陆克,刘文锦,焦恩富译.北京:地质出版社,1991.
- [8] 吴燕冈,单汝俭,周富祥,等.重力归一化总梯度法及其相位的叠置方法研究[J].世界地质,1996.15(3):84.

A MATLAB ALGORITHM FOR DERIVATIVE CALCULATION OF 1D GRAVITY AND MAGNETIC ANOMALY IN WAVE NUMBER SPACE

XIAO Feng, MENG Ling-shun, WU Yan-gang

(Geo-Exploration Science and Technology Institute of Jilin University, Changchun 130026, China)

Abstract: It is convenient to calculate derivative in wave number space using the inbuilt FFT function in Matlab. This paper describes a matlab algorithm for derivative calculation of 1D gravity and magnetic anomaly in wave number space, gives code of program and deals with some programming skills for precision improvement. Through model test and data analysis, it is found that the precision of the FFT method is much higher than that of the Fourier Series method in vertical derivative calculation. In horizontal derivative calculation, however, the precisions of the two methods are almost the same. During kainite exploration in a certain basin, satisfactory result was obtained in the processing of gravity profile data using this method.

Key words: wave number space; gravity and magnetic anomaly; derivative; Matlab language

作者简介:肖锋(1977-),男,吉林大学讲师,目前在吉林大学地球探测科学与技术学院攻读博士学位,主要从事固体地球物理学研究。