

基于差分进化的大地电磁反演

熊杰^{1,2}, 孟小红¹, 刘彩云¹, 彭森¹

(1. 中国地质大学 地球物理与信息技术学院, 北京 100083; 2. 长江大学 电子信息学院, 湖北 荆州 434023)

摘要: 针对大地电磁线性迭代反演依赖初始模型, 易陷入局部最优解的特点, 设计一种基于差异进化的非线性反演方法。利用该方法对大地电磁一维层状介质 G、H、HA 型地电模型进行反演研究, 在无噪声情况下反演结果和模型一致; 在加入 10% 和 20% 噪声后, 反演仍取得良好效果。数值实验结果表明, 该反演方法不依赖于初始模型, 具有较好的全局优化能力和抗噪声能力, 能有效反演大地电磁数据。

关键词: 差分进化; 大地电磁; 非线性反演; 抗噪性

中图分类号: P631

文献标识码: A

文章编号: 1000-8918(2012)03-0448-04

大地电磁测深法(MT)是以天然电磁场为场源研究地球内部电性结构的一种地球物理手段^[1], 广泛应用于地球深部构造、石油天然气勘探、固体矿产勘查等领域。大地电磁反演是典型的非线性问题, 分为线性迭代反演与非线性直接反演两大类^[2-3]。线性迭代反演理论成熟, 收敛速度快, 应用广泛, 但存在反演结果依赖于初始模型、容易陷入局部最优解的缺点; 非线性反演不依赖于梯度信息, 直接在整个解空间搜索, 能有效避免陷入局部最优。目前具有代表性的非线性反演方法是蒙特卡洛法、模拟退火法和遗传算法^[4], 这三种算法能克服线性反演的缺点, 具有全局收敛性。但蒙特卡洛和模拟退火法计算时间长, 收敛慢, 遗传算法存在基因丢失和早熟问题^[5]。因此, 研究新的有效的反演算法具有重要的理论和实用价值。差分进化(differential evolution, DE)^[6]是一种基于群体的全局最优化方法, 具有易于实现、快速和鲁棒性好等优点, 在众多方面得到广泛的应用^[7], 近年来, DE 被逐步应用到地球物理反演中^[8-12], 取得了不错的结果, 但在大地电磁反演领域尚未见文献报道。

1 问题描述

1.1 一维 MT 正演模型

在一维层状介质模型中, 设有 n 层地电断面, 各层电阻率从地表往下依次为 $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$, 各层相应

厚度为 $h_1, h_2, \dots, h_n$, 其中 $h_n = \infty$ 。对于上述一维层状介质模型, 计算视电阻率 ρ_a 和相位 ϕ_a 的公式为

$$\rho_a(\omega) = \frac{|Z(\omega)|^2}{\omega\mu}, \quad \phi_a = \arctan \frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)}, \quad (1)$$

式中, $\omega = 2\pi T$, 为角频率; μ 为磁导率; $Z(\omega)$ 为地表波阻抗, 可用递推公式

$$Z_i = Z_{0i} \frac{Z_{0i}(1 - e^{-2k_i h_i}) + Z_{i+1}(1 + e^{-2k_i h_i})}{Z_{0i}(1 + e^{-2k_i h_i}) + Z_{i+1}(1 - e^{-2k_i h_i})}, \quad (2)$$

$$Z_N = \frac{\omega\mu}{k_N} = Z_{0N}, \quad k_i = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{\rho_i}}$$

计算。式(2)中 k_i, Z_{0i}, Z_i 分别是第 i 层的复波数、特征阻抗和顶面波阻抗。

1.2 一维 MT 反演问题描述

反演是已知实际观测值 d^{obs} , 求模型参数 m , 使得 m 所对应的理论值 $d = A(m)$ 与 d^{obs} 之间拟合误差最小。考虑到 d^{obs} 变换范围达几个级次, 反演的目标函数可定义为

$$P(m) = (\|d^{\text{obs}} - A(m)\|)^2 / \|d^{\text{obs}}\| \quad (3)$$

所描述的实际观测值和理论值的相对误差, 以反映两者的拟合程度。

对于 N 层地电断面, 模型参数 m 为 $2N-1$ 维向量 $(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N, h_1, h_2, \dots, h_{N-1})^T$; 采用 K 个频点观测, 观测值 d^{obs} 为 $2 \times K$ 维向量 $(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_K, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{N-1})^T$, 其中 ρ_i, ϕ_i 分别为第 i 个频点对应的视电阻率和阻抗相位观测值。

2 基于 DE 的反演方法

2.1 DE 算法

DE 算法^[6-7]的基本操作包括变异、交叉、选择。对于 n 维连续优化问题,第 t 代第 i 个个体表示为: $x_i(k) = [x_{i1}(k), x_{i2}(k), \dots, x_{in}(k)]$ ($i = 1, 2, \dots, N_p, k = 1, 2, \dots, k_{\max}$, N_p 为种群规模, $k_{\max}$ 为最大进化代数, n 为问题维数)。

DE 算法描述如下。

(1) 初始化。在 n 维空间按

$$x_{ij}(0) = r(X_j^U - X_j^L) + X_j^L, \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_p, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

随机产生 N_p 个个体,其中, X_j^L, X_j^U 分别为第 j 维的上、下界, r 为 $[0, 1]$ 之间均匀分布的随机数。

(2) 变异。从群体中任选 3 个个体 x_{r1}, x_{r2}, x_{r3} ($r1 \neq r2 \neq r3 \neq i$), 按

$$v_i(k+1) = x_{r1}(k) + F[x_{r2}(k) - x_{r3}(k)] \quad (5)$$

产生变异个体,其中, F 为变异因子。

(3) 交叉。按下式

$$u_{ij}(k+1) = \begin{cases} v_{ij}(k+1), & \text{rand}(b_{ij}) \leq CR \text{ 或} \\ & j = \text{rang}(j); \\ x_{ij}(k), & \text{rand}(b_{ij}) > CR \text{ 或} \\ & j \neq \text{rang}(j) \end{cases} \quad (6)$$

执行交叉操作,其中, $\text{rand}(b_{ij})$ 为 $[0, 1]$ 之间的随机数, $CR \in [0, 1]$ 为交叉因子常数, $\text{rang}(j)$ 为 $[1, n]$ 之间的随机整数,确保交叉后的个体 $u_{ij}(k+1)$ 至少有一维数据来自于变异个体 $v_{ij}(k+1)$,以增加群体的多样性。

(4) 选择。比较交叉后的个体 $u_{ij}(k+1)$ 和上一代个体 $x_{ij}(k)$ 的目标函数值,选取目标函数值小的个体进入下一代群体:

$$x_i(k+1) = \begin{cases} u_i(k+1), & P[u_i(k+1)] > P[x_i(k)]; \\ x_i(k), & P[u_i(k+1)] \leq P[x_i(k)]. \end{cases} \quad (7)$$

(5) 终止判断。若新种群达到解的要求,或者达到最大进化代数 $k_{\max}$,则结束,否则转步骤(2),开始下一轮迭代。

2.2 基于 DE 的反演方法

大地电磁反演的目标是找到合适的地电模型参数,使得该模型对应的正演结果与实际观测数据吻合得最好。因此,可以将大地电磁反演问题看作无

约束的非线性全局优化问题,优化的目标函数选取为观测数据与正演理论值的相对误差,如式(3)所示。

基于 DE 的反演算法(DE-I)描述如下。

(1) 指定种群规模 N_p , 地电模型层数 l (对应问题维数 $n = 2l - 1$), 模型参数上、下界 X^L, X^U , 变异因子 F , 交叉因子 CR ;

(2) 按照式(4)随机产生初始模型参数 $m_1, m_2, \dots, m_{N_p}$, 对应 N_p 个种群个体初始值;

(3) 对每个个体,按照式(1)、式(2)所给正演模型进行正演计算,得到正演理论值 $F(m)$;

(4) 根据式(3),分别计算 N_p 个个体的目标函数值;

(5) 按照式(5),进行变异操作;

(6) 按照式(6),进行交叉操作;

(7) 按照式(7),进行选择操作;

(8) 如果满足全局收敛条件或达到最大进化次数,则转步骤(9),否则转步骤(3),开始下一轮进化;

(9) 输出反演结果,算法结束。

3 理论模型试算与分析

为分析本 DE-I 算法的有效性,采用 C++ 语言编程实现该算法,在 PC 机上分别对两层(G型)、三层(H型)、四层(HA型)进行理论模型试算,并分析其抗噪声性能。数值实验硬件平台为 Intel i5 430M 处理器,2G 内存,操作系统为 Windows XP。

3.1 两层(G型)地电模型

首先对无噪声数据进行了反演。为了模拟实际的大地电磁观测数据,还对分别添加了 10%、20% 的高斯白噪声的数据进行了反演。反演时个体数取 50,变异因子为 0.75,交叉因子为 0.3,最大迭代次数为 1 000 次。 ρ_1 取值 $1 \sim 50 \Omega \cdot \text{m}$, h_1 取值范围为 $100 \sim 1\,000 \text{ m}$, ρ_2 在 $10 \sim 500 \Omega \cdot \text{m}$;在此范围内随机产生 50 个初始个体,进行迭代反演。反演结果(表 1)表明,无噪声时,DE-I 算法能反演出真实模型参数,在添加 10% 与 20% 高斯白噪声后,DE-I 反演结果比较接近真实模型参数,具有较好的抗噪声能力。

表 1 两层(G型)地电模型 DE-I 算法反演结果

噪声添加比例	$\frac{\rho_1}{\Omega \cdot \text{m}}$	$\frac{\rho_2}{\Omega \cdot \text{m}}$	$\frac{h_1}{\text{m}}$	目标函数值
0	10	100	600	0.00E+00
10%	9.833	100.712	571.421	0.162
20%	10.097	103.306	676.013	0.369

3.2 三层(H型)地电模型

采用 DE-I, 分别对无噪声数据和添加 10%、20% 高斯白噪声的数据进行了反演。为探讨等值性问题对反演结果的影响, 设计具有 S 等值性问题的三层地电模型。反演时 ρ_1 的取值范围为 $10 \sim 500 \Omega \cdot m$, ρ_2 为 $1 \sim 50 \Omega \cdot m$, ρ_3 为 $10 \sim 500 \Omega \cdot m$, h_1 为 $10 \sim 500 m$, h_2 取 $1 \sim 50 m$; 在此范围内随机产生 50 个初始个体, 变异因子取 0.75, 交叉因子为 0.3, 最大迭代次数为 1 000, 进行迭代反演。反演结果见表 2。

由表 2 可以看出, 在无噪声情况下, DE-I 能很好地克服 S 等值性问题, 精确反演出模型真实解; 在分别添加 10% 和 20% 高斯白噪声后, DE-I 对厚层的反演结果比较接近真实值, 但薄层的反演结果受

等值性问题影响较明显, 误差较大。

3.3 四层(HA型)地电模型

为探讨等值性问题对反演结果的影响, 设计具有 S 等值性问题的四层(HA型)地电模型, 个体数取 50, 变异因子取 0.75, 交叉因子取 0.3, 最大迭代次数为 1 000, 进行迭代反演。反演时, ρ_1, ρ_3, ρ_4 的取值范围均为 $10 \sim 500 \Omega \cdot m$, ρ_2 为 $1 \sim 50 \Omega \cdot m$, h_1, h_3 为 $10 \sim 500 m$, h_2 取 $1 \sim 50 m$ 。表 3 给出了四层(HA型)地电模型的 DE-I 算法反演结果。

由表 3 可以看出, 在无噪声情况下, DE-I 反演能很好地克服等值性问题, 反演结果比较接近真实解; 在分别添加 10% 和 20% 高斯白噪声后, DE-I 反演结果在厚层段误差不大, 但在薄层段受等值性影响明显, 误差较大。

表 2 三层(H型)地电模型 DE-I 算法反演结果

模型参数	真值	无噪声反演	10% 噪声反演			20% 噪声反演		
			1 组	2 组	3 组	1 组	2 组	3 组
$\rho_1/(\Omega \cdot m)$	100	100.000000	105.008	93.834	97.225	91.398	114.560	88.370
$\rho_2/(\Omega \cdot m)$	10	10.000229	34.197	1.113	44.423	1.230	2.333	28.967
$\rho_3/(\Omega \cdot m)$	200	200.000001	194.503	196.450	198.023	180.767	187.857	178.221
h_1/m	200	199.999893	168.220	214.435	216.631	197.822	142.092	136.339
h_2/m	10	10.000247	40.883	1.004	36.754	1.106	1.498	38.273
目标函数		3.375E-15	0.249	0.295	0.249	0.911	0.817	0.952
时间/s		29.071	30.425	28.712	35.347	28.869	32.603	42.116

表 3 四层(HA型)地电模型 DE-I 算法反演结果

模型参数	真值	无噪声反演	10% 噪声反演			20% 噪声反演		
			1 组	2 组	3 组	1 组	2 组	3 组
$\rho_1/(\Omega \cdot m)$	200	199.606	169.775	218.870	185.823	168.118	235.396	319.080
$\rho_2/(\Omega \cdot m)$	10	11.709	32.191	18.319	34.578	3.209	47.556	35.559
$\rho_3/(\Omega \cdot m)$	200	200.029	209.725	172.611	210.199	204.263	102.727	130.070
$\rho_4/(\Omega \cdot m)$	300	297.494	303.954	295.840	290.582	211.914	249.737	283.717
h_1/m	200	202.722	211.680	197.764	175.063	178.192	112.011	59.214
h_2/m	10	12.438	47.057	22.638	45.276	2.813	42.174	31.194
h_3/m	300	271.670	304.052	117.793	436.860	359.136	263.122	419.527
目标函数		0.069	0.612	0.3001	0.492	1.960	1.513	1.641
时间/s		78.375	70.800	62.222	61.516	71.631	61.997	61.309

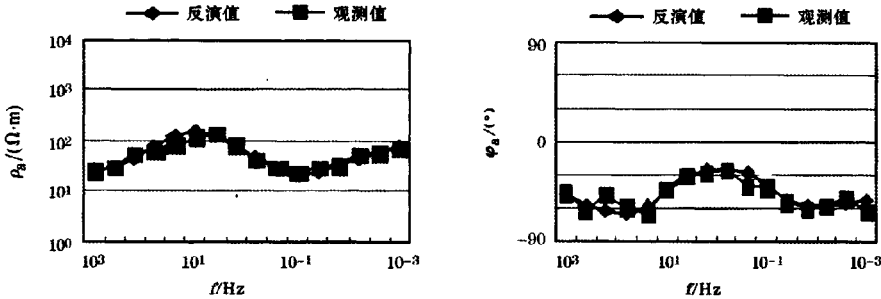


图 1 四层模型视电阻率与阻抗相位拟合反演对比

图 1 是 DE-I 算法反演四层 HA 型结果对应的视电阻率和阻抗相位曲线与添加 20% 高斯白噪声的理论模型视电阻率和阻抗相位曲线对比,从中可以看出,视电阻率和阻抗相位均拟合较好。

4 结论与建议

通过理论模型试算,这种基于差异进化的非线性反演算法具有不依赖于初始模型,全局优化能力强,计算时间短等优点,对于无噪声数据,无论厚层段还是薄层段,该方法均能精确反演出模型参数,能有效克服薄层带来的等值性问题。添加 10%、20% 高斯白噪声反演的结果表明,该 DE-I 算法对于厚层段能较好反演出模型参数,具有较好的抗噪声能力,但对于薄层段,受等值性影响明显,反演结果误差较大,对薄层分辨率不高。DE-I 算法能有效用于正演计算时间不长的一维大地电磁问题。

在 DE-I 反演过程中需反复进行上千次正演计算,而二维大地电磁正演时间较长^[5],因此,需要研究更高效的二维大地电磁 DE-I 反演算法。

参考文献:

- [1] 冯思臣,王绪本,阮帅.一维大地电磁测深几种反演算法的比较研究[J].石油地球物理勘探,2004,39(5).
- [2] 杨文采.地球物理反演的理论与方法[M].北京:地质出版社,1997.
- [3] 王家映.地球物理反演理论[M].北京:高等教育出版社,2002.
- [4] 师学明.层状介质大地电磁的自适应量子遗传反演法[J].地球科学:中国地质大学学报,2009,34(4).
- [5] 师学明,肖敏,范建柯,等.大地电磁阻尼粒子群优化反演法研究[J].地球物理学报,2009,52(4).
- [6] Storn Rainer, Price K. Differential Evolution-A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. Journal of Global Optimization, 1997, 11.
- [7] Neri F, Tirronen V. Recent advances in differential evolution: a survey and experimental analysis[J]. Artif Intell Rev, 2010, 33.
- [8] 李志伟,胥颐,郝天珧,等.利用 DE 算法反演地壳速度模型和地壳定位[J].地球物理学进展,2006,21(2).
- [9] 薛继霜,邢光龙,杨善德.电磁传播电阻率测井快速稳定的混合反演方法[J].测井技术,2006,30(2).
- [10] 闵涛,牟行洋.二维波动方程参数反演的差分进化算法[J].地球物理学进展,2009,24(5).
- [11] 李智强,范宜仁,邓少贵,等.基于改进差分进化算法的阵列侧向测井反演[J].吉林大学学报:地球科学版,2010,40(5).
- [12] 潘克家,王文娟,谭永基,等.基于混合差分进化算法的地球物理线性反演[J].地球物理学报,2009,52(12).

MAGNETOTELLURIC INVERSION BASED ON DIFFERENTIAL EVOLUTION

XIONG Jie^{1,2}, MENG Xiao-hong¹, LIU Cai-yun¹, PENG Miao¹

(1. School of Geophysics and Information Technology, China University of Geosciences, Beijing 100083, China; 2. Electronics and Information School of Yangtze University, Jingzhou 434023, China)

Abstract: This paper proposes a differential evolution inversion algorithm in order to avoid the dependency on the initial model and the local solution. Applying this algorithm to magnetotelluric inversion on 1D layered geo-electrical models of G, H and HA yields consistent results with the models in the noise-free case. When noises of 10% and 20% are added to the models, the results of inversions remain fairly good. Numerical experiment results demonstrate that this differential evolution inversion algorithm is independent of initial models, capable of global optimization and anti-noise, and makes MT data inversion more effective.

Key words: differential evolution; magnetotelluric; nonlinear inversion; anti-noise performance

作者简介: 熊杰(1975-),男,博士研究生,副教授,研究方向为应用地球物理。