doi: 10.11720/wtyht.2015.1.25

李小东,金胜,王阳玲,等.散乱离散点数据的三角形网格化快速成图[J].物探与化探,2015,39(1):156-160.http://doi.org/10.11720/wtyht. 2015.1.25

Li X D, Jin S, Wang Y L, et al. Triangular grid-based rapid mapping of scattered data [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2015, 39(1):156–160. http://doi.org/10.11720/wtyht.2015.1.25

散乱离散点数据的三角形网格化快速成图

李小东^{1,2,3},金胜^{1,2},王阳玲^{1,2},张加洪⁴,程励辉^{1,2}

(1.中国地质大学地球物理与信息技术学院,北京 100083;2.地下信息探测技术与仪器教育部重 点实验室,北京 100083;3.贵州省有色金属和核工业地质勘查局物化探总队,贵州都匀 558004;4.中国国土资源航空物探遥感中心,北京 100083)

摘要:提出了一种基于三角网格的等值线成图线性插值方法。常规等值线成图都是基于矩形网格进行网格化插值的,三角网格能够更好地逼近地球物理场的形态和散乱离散点数据的边界,得到的等值线图更加光滑。通过搜索边界、三角网格化剖分、线性插值、搜索等值线、Bezier曲线光滑等值线等5个步骤,可以对任意散乱离散点数据进行快速成图。实际数据的成图结果表明:该方法插值效果好,不进行数据外推,得到的等值线图能直接反映散乱离散点数据的空间位置且成图速度快,可大大提高实际工作效率。

关键词:凸包算法;Delaunay 三角剖分;线性插值;等值线;Bezier 曲线;白化

中图分类号: P631 文献标识码: A 文章编号: 1000-8918(2015)01-0156-05

等值线图能够直观地反应各种地球物理场的形 态特征,是物探工作中一种必不可少的研究手段。 在地球物理野外数据的采集过程中,由于一些人文 或地理的原因,总不能按照规则的测点采集数据,实 际采集到的数据往往是不规则的散乱离散点数据。 散乱离散点数据的成图过程一般是先用克里格插值 (kriging)、自然邻点插值(natural neighbor)、径向基 函数插值(radial basis function)等插值方法进行网 格化处理[1-3],得到规则节点上的场值,然后根据这 些场值来寻找等值点,连接这些等值点,光滑等值线 便可画出等值线图。然而,经过网格化得到的原始 采集区域之外的场值往往是不真实的,是经过一定 的数学手段如概率、加权进行外推得到的,在一般的 成图过程中,都要对这些外推区域进行"白化"处 理,得到采集数据区域的等值线图,这无疑花费了额 外的计算代价,降低了工作效率。

一般的网格化插值方法都是基于矩形网格,如 克里格插值、反距离加权插值法等,也有基于三角形 网格的插值方法如线性插值三角网法、自然邻点插 值等^[4-7]。三角网格相较于矩形网格能够更好地逼 近地球物理场的形态和散乱离散点数据的边界,得 到的等值线图更加光滑。为此,提出一种基于三角 形网格剖分的散乱离散点数据快速成图处理办法, 分为搜索边界、三角剖分、线性插值、等值线算法、 Bezier 曲线光滑等值线等五个步骤。

1 快速成图方法

1.1 搜索边界

要对散乱离散点数据点进行三角网格剖分,必 须得到数据点的边界,数据点的边界可以人工读取 也可以用算法识别。对于采集到的大量数据来说, 其边界点的数量必然也很多,人工识别耗时耗力。 为了提高实际工作效率,采用美国数学学会主席 Graham 教授发明的凸包(convex hull)扫描算法。 已知离散点集 $P\{p_1(x,y), p_2(x,y), \dots, p_n(x,y)\}$ 的 凸包 Ω 是指一个最小凸多边形,满足P中的点在多 边形边上或在其内,凸包算法的目的是要找到这个 最小凸多边形,即数据点的边界。常见的凸包算法 有分治法、快包法、增量式算法、Graham 扫描法、Jarvis 步进法等,这些算法的时间复杂度从O(nlnn)到 $O(n^2)^{[8-11]}$

野外采集到的数据点集并不都是凸包,可能会存在如图 1 中 A、B处的凹边界,仍然采用凸包算法则不能够识别凹边界。对应的办法是对数据点集进行分块,得到多块子凸包 Ω ,用凸包算法对每一个子凸包进行边界提取得到子边界 Γ ,按逆时针拼接各个子边界,得到数据点集的整个边界: $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \cdots \cup \Gamma_n$ 。



图 1 散乱离散点数据点凹边界的分块搜索

1.2 基于 Delaunay 准则的三角剖分

常规网格化方法都是基于矩形网格进行插值 的,用数据坐标的最值得到一个能够包围所有数据 点的矩形,通过一定间距的网格剖分、插值,得到每 一节点的值。矩形网格化方法不仅不能模拟工区测 网的实际形状,成图之后还要根据数据边界对外推 区域进行白化,这无疑增加了额外计算量,降低了工 作效率。

三角剖分对于数值分析(比如有限元计算)以 及图形学来说,是一项极为重要的预处理技术。基 于 Delaunay 准则剖分的三角网格必须满足 3 个条 件^[12-13]:产生的三角形不相重叠,不产生新的数据 节点以及所有剖分出来的三角形的合集是点集 *P* 的凸包。三角网格剖分已经开发出了很多成熟的商 业软件和算法,如美国麻省理工学院 Per-Olof Persson 博士^[14]开发的 Distmesh、加利福尼亚大学 Jonathan Shewchuk 教授^[15]开发的 Triangle 程序包,都可 以对各种形状进行剖分。在获得了数据点集的凸包 边界后,就可以用数据节点进网格剖分,剖分后的三 角网格顶点就是数据节点的位置(图 2)。

1.3 线性插值

剖分出三角网格后,理论上就可以连接等值点 作出等值线图,但原始数据点太少,得到的等值线由 折线构成,不光滑。因此,需要在原来的网格内部剖 分出尺寸更小的三角形,新增加的三角形顶点的值 可以采用线性插值的办法得到,原来的三角形顶点 的值仍然保留,所以用这种方法插值不会超过原始 数据的幅值范围。



图 2 用边界和数据点进行三角剖分

如图 3 所示,设 $P_i(x,y)$ 、 $P_j(x,y)$ 、 $P_k(x,y)$ 是某 个三角单元的顶点,将该三角单元内的插值点与 3 个顶点连线得到 3 个新的三角单元,利用它们与原 三角形面积的比值可以惟一确定该点的场值^[16-17]:

$$u(x,y) = L_i u_i + L_i u_i + L_k u_k,$$

其中,面积坐标 L 是 x, y 的线性函数。对所有加密 剖分后的三角单元的顶点进行插值计算,便可得到 新顶点处的场值:





图 3 面积坐标插值原理示意

1.4 等值线算法

经过第三步,已经形成了更小的三角网格,且节 点上的场值已经通过线性插值的办法得到。确定等 值线的条数,就可以根据场值的最大、最小值得到每 一条等值线的值。对于每一条等值线,将所有三角 形搜索一遍,寻找该等值线的值对应的等值点,连接 所有等值点得到一条等值线。重复操作,就可得到 所有等值线^[18]。

由上面各式可进一步推出面积坐标

$$\begin{split} L_i(x,y) + L_j(x,y) + L_k(x,y) &= 1 \\ 式中, L_i, L_j, L_k \in (0,1)_\circ$$
已知 u_i, u_j, u_k 为某个三角

单元顶点处的场值,结合上述各式可知,该三角单元 内任意一点的场值 $u \in (\min(u_i, u_j, u_k), \max(u_i, u_j, u_k))$ 。如果该等值点不在该三角单元的幅值之间, 则等值线不经过该三角形;反之,让搜索点的坐标在 三角单元的边上循环,当边上的点 (x_i, y_i) 满足 u $(x_i, y_i) = u_0(u_0$ 为某条等值线的值),则等值线经过 该三角单元。等值线与三角单元有 5 种位置关系, 如图 4 所示。



图 4 等值线与三角单元的 5 种位置关系

1.5 Bezier 曲线光滑等值线

第四步得到的等值线仍然是由尺寸更小的折线 构成,不光滑,需要对等值线进行光滑处理。光滑算 法有很多,比如分段多项式插值法、张力样条函数 法、Bezier 曲线法等^[19-21]。在此主要介绍 Bezier 曲 线法,它是用来光滑等值线的常用方法。 已知 3 个等值点 P_0 、 P_1 及 P_2 的坐标,则二次贝 塞尔曲线函数 B(t)定义为^[22-23]:

 $B(t) = (1 - t)^2 P_0 + 2t(1 - t)P_1 + t^2 P_2$, (4) 式中,*t*∈[0,1]。经过贝塞尔曲线光滑后,便可得到 如图 5 所示的光滑等值线 $\widehat{P_0P_2}$ 。



2 成图实例

通过以上五个步骤,可以得到任意散乱离散点 数据的等值线图。为了验证成图效果和算法的稳定 性,分别用反演电阻率数据和磁异常数据进行网格 化成图。

2.1 高密度数据的快速成图

应用高密度电阻率法得到的视电阻率数据,由 于在数据采集过程中地形高低起伏,其反演电阻率 剖面往往不是规则的倒梯形,而是与勘探深度有关



的不规则多边形。图 6a 为用凸包算法得到散乱数 据点的边界和加密剖分后的插值网格,然后连接各 等值点得到未光滑前的等值线图如图 6b,用 Bezier 曲线得到光滑后的等值线(图 6c),在 Surfer 中采用 克里格插值法对散乱数据网格化并白化后得到的等 值线如图 6d。

图 6d 中电阻率最大值为 1 575 Ω · m,最小值 为 669 Ω · m,而原始数据最大值为 1 613 Ω · m,最 小值为 616 Ω · m。可见,本方法与克里格插值方法 一样,都能清晰地反映异常体的形态,但本方法不会 改变原始数据的范围。

2.2 磁场数据的快速成图

在实际金属矿产勘查工作中,往往会用磁法对 工区进行"扫面",得到数据量很大的散乱离散点数 据。为了验证算法的稳定性,采用云南某工区的磁 异常数据进行成图,共15条测线,线距500 m,测线 沿北东向分布,每条测线约60个测点,点距50 m, 共906个散乱离散点。使用Surfer,经克里格网格化 插值得到的等值线如图7a,用本文方法进行边界识 别后剖分7808个三角单元得到的等值线如图7b。





图 7 显示,本文方法明显比 surfer 得到的等值 线光滑,且两者皆有明显的正负异常,可以确定磁异 常的范围。图 7a 出现的锯齿状边界是因为 Surfer 在网格化过程中根据网格尺寸对边缘进行白化舍 去,而图 7b 的直线边界是根据散乱离散点数据最初 的位置得到。表 1 显示,相比其他网格化方法,本文 方法不需要白化,成图速度快,效率高。

表 1	磁异常数据成图中各种网格化方法的效率比较

方法	最小值/nT	最大值/nT	时间/s	是否白化
理论	-823.90	843.70		
克里格法	-633.59	726.99	1.03	是
径向基函数法	-794.07	820.35	1.80	是
自然邻点法	-476.90	644.58	0.09	否
本文方法	-823.90	843.70	0.16	否

3 结语

通过成图实例可以看出,本方法具有成图步骤 简单、做图速度快、不进行数据外推、可进行批量成 图等优点,在白化过程中不需要知道散乱离散点数 据的边界,通过凸包算法自动识别边界,得到的等值 线图直接反映散乱离散点数据的空间位置,对于大 规模不规则分布的地球物理数据,可以快速网格化 成图。同时,用编写的程序成图不需要人工成图那 样一步一步的鼠标操作,只要充分考虑可能存在的 几种情况,设置好坐标体系、色标棒,就一样能作出 高质量的图件。因此,在实际工作中采集的数据量 很多需要多次成图时,本文提出的方法能够明显的 提高工作效率。

本方法只适用于数据的最终结果成图。如需通 过观察等值线图后进行再处理(如傅里叶变换),则 需保留原始数据的处理结果。

参考文献:

- [1] 刘兆平,杨进,武炜.地球物理数据网格化方法的选取[J].物探
 与化探,2010,34(1):93-97.
- [2] 陈欢欢,李星,丁文秀.Surfer8.0 等值线绘制中的十二种插值方 法[J].工程地球物理学报,2007,4(1):52.
- [3] Goetze X L A H. Comparison of some gridding methods [J]. The Leading Edge, 1999, (8):898-900.
- [4] 郭良辉, 孟小红, 郭志宏, 等. 地球物理不规则分布数据的空

间网格化法[J].物探与化探,2005,29(5):438-442.

- [5] Hardy R L. Multiquadric Equations of Topography and Other Irregular Surfaces [J]. Journal of Geophysics Research, 1971, 78: 1905-1915.
- [6] 郭志宏. 一种实用的等值线型数据网格化方法 [J].物探与化 探,2001,25(3):203-208.
- [7] 孟小红,侯建全,梁宏英,等.离散光滑插值方法在地球物理 位场中的快速实现[J].物探与化探,2002,26(4):302-306.
- [8] Cormen T H.算法导论[M].潘金贵,顾铁成,译.北京:机械工业 出版社,2013.
- [9] Graham R L.An efficient algorithm for determining the convex hull of a finite planar set [J]. Information processing letters, 1972, 1 (4): 132-133.
- [10] Jarvis R A.On the identification of the convex hull of a finite set of points in the plane[J].Information Processing Letters, 1973, (2): 18-21.
- [11] 陈涛, 李光耀. 平面离散点集的边界搜索算法 [J]. 计算机仿 真,2004,21(3):21-23.
- [12] Lee D T, Schacheer B J.Two algorithms for constructing a Delaunay triangulation [J]. International Journal of Computer and Information Science, 1980,9(3):219-242.
- [13] Watson D F.Computing the n-dimension Delaunay tessellation with application to Voronoi polygons [J]. The computer journal, 1981, 24(2): 167-172.

- [14] Persson P O, Strang G. A simple mesh generator in MATLAB[J]. SIAM review, 2004, 46(2): 329-345.
- [15] Shewchuk J R. Triangle: Engineering a 2D quality mesh generator and delaunay triangulator [J]. Applied Computational Geometry Towards Geometric Engineering, 1996, 1148:124-133.
- [16] 徐世浙.地球物理中的有限单元法[M].北京:科学出版社, 1994:40-42.
- [17] 柳建新, 蒋鹏飞, 童孝忠, 等. 不完全 LU 分解预处理的 BICG-STAB 算法在大地电磁二维正演模拟中的应用[J].中南大学 学报:自然科学版, 2009, 40(2): 484-491.
- [18] 苗润忠.光滑的等值线生成算法[J].长春理工大学学报,2004, (1):16-18.
- [19] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条[M]. 北 京: 北京航空航天大学出版社, 1994.
- [20] ROBERT C B. An Introduction to the Curves and Surfaces of Computer-aided Design [M]. Stanford Linear Accelerator Center: Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [21] Mallet J L. Discrete smooth interpolation in geometric modeling[J]. Computer-aided design, 1992, 24(4) : 178-191.
- [22] 王正林, 龚纯. 精通 matlab 科学计算[M]. 北京: 电子工业出版 社, 2007.
- [23] Farin G. Algorithms for rational Bézier curves [J]. Computer-Aided Design, 1983, 15(2):73-77.

Triangular grid-based rapid mapping of scattered data

LI Xiao-Dong^{1,2,3}, JIN Sheng^{1,2}, WANG Yang-Ling^{1,2}, ZHANG Jia-Hong⁴, CHENG Li-Hui^{1,2}

(1. School of Geophysics and Information Technology, China University of Geosciences, Beijing 100083, China; 2. Geo-detection and instruments Laboratory, Ministry of Education, China University of Geosciences, Beijing 100083, China; 3. Non-ferrous Metals and Nuclear Industry Geological Exploration Bureau of Guizhou, Geophysical and Geochemical Exploring Group, Dujun 558004, China; 4. China Aero Geophysics Survey & Remote Sensing Center foe Land and Resources, Beijing 100083, China)

Abstract: Conventional contour mapping performs interpolation based on a rectangular grid. A linear interpolation method is presented in this paper based on triangular mesh. Triangular mesh can better approximate the boundary of scattered data and the morphology of geophysical field, which makes the contour maps smoother. By searching boundary, triangulated mesh, linear interpolation, search contours, Bezier curves and smooth contours, five steps can be carried out quickly for any scattered data mapping. The actual data mapping results show that the interpolation method is good in that no data extrapolation is needed, the contour map obtained directly reflect the spatial location of scattered data, and the mapping is speeded. The method can therefore greatly improve the efficiency of the actual work.

Key words: convex hull algorithm; Delaunay triangulation; linear interpolation; contours; Bezier curve; blank

作者简介: 李小东(1987-),男,硕士,四川达州人。主要研究方向为地球物理数据处理。E-mail:dragon2182436@ sina.com **通讯作者:** 金胜(1970-),男,教授,博士生导师,长期从事地球物理学电法勘探的教学与研究工作。E-mail: jinsheng@ cugb. edu.cn

 \cdot 160 \cdot