

doi: 10.11720/wtyht.2020.2256

黄天统,彭新发,朱自强.基于非结构化网格的重力梯度张量反演[J].物探与化探,2020,44(1):132-140.<http://doi.org/10.11720/wtyht.2020.2256>

Huang T T, Peng X F, Zhu Z Q. Inversion of gravity gradient tensor based on unstructured grids[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2020, 44(1): 132-140. <http://doi.org/10.11720/wtyht.2020.2256>

基于非结构化网格的重力梯度张量反演

黄天统, 彭新发, 朱自强

(核工业二三〇研究所, 湖南 长沙 410007)

摘 要: 由于重力梯度张量是重力位的二阶导数, 与传统的重力测量相比, 重力梯度张量具有更高的分辨率, 并且重力梯度张量具有 5 个相互独立的分量, 包含了更多的地下空间信息和密度信息, 因此将重力梯度张量数据应用到反演中可以得到较好的反演结果。非结构化网格具有很强的几何适应性, 能够较好地拟合复杂异常体的边界, 通过非结构化网格对反演目标区域进行离散, 可以降低剖分误差, 从而提高计算精度。为了降低反演过程中的多解性问题, 将地球物理反问题的广义正则化目标函数应用于基于非结构化网格的三维重力梯度张量反演中, 推导了相关公式, 实现了各分量的独立反演, 并阐述了深度加权函数在反演过程中的作用。为了充分利用重力梯度张量各分量所携带的密度、空间信息, 将 5 个独立的分量进行了联合反演, 反演结果表明, 基于非结构化网格的三维重力梯度张量反演能够较好地反映地下异常源的物性分布和赋存位置。通过与长方体网格反演结果对比, 本反演方法突出了非结构化网格反演的优越性; 最后, 通过较复杂组合模型的计算证实了方法的实用性。

关键词: 非结构化网格; 重力梯度张量; 反演

中图分类号: P631

文献标识码: A

文章编号: 1000-8918(2020)01-0132-09



0 引言

作为一种高精度的地球物理勘探方法, 在实际勘探过程中重力梯度张量测量的是重力位的二阶导数。与传统的重力勘探相比, 重力梯度张量测量对地下介质密度变化反映更加灵敏, 具有更好的抗干扰能力, 能够更加直接地反映地下密度异常体的水平边界位置^[1-3]。在国外, 重力梯度张量勘探技术已经较为广泛地应用于海洋领域、航空领域以及卫星重力领域。

结构化网格是指网格区域内所有的内部点都具有相同的毗邻单元。由于非结构网格具有生成速度快、网格的数据结构简单、网格的质量好等优点^[4], 广泛地应用于形状规则的物体剖分。但是随着计算机技术的飞速发展, 结构化网格的弊端越来越明显, 比如: 待剖分物体的几何形状越来越复杂, 结构化网格剖分带来了的剖分误差也越来越大, 并且节点和

网格单元在高质量情况下不能合理地呈梯度状分布在剖分的网格中^[5]。

与结构化网格相比, 非结构化网格弥补了其不能解决所有形状和任意连通区域网格剖分的不足; 对于网格单元和节点的编号, 非结构化网格并没有固定的规则, 两个相邻单元格编号对应的网格单元不一定相邻, 这样使得非结构化网格能够十分方便的控制单元和节点的分布, 具有很强的适应性, 能够更好地剖分复杂模型。

在地球物理数值模拟过程中, 高效地拟合场源模型及地形分布将更加有利于模型的计算, 非结构化网格与生俱来的优势使其广泛地应用于地球物理数值模拟中。汤井田^[6]、任政勇^[7]在基于非结构化网格的情况下实现了 2.5 维的自适应有限元直流电阻率的正演模拟; 孙丽影^[8]、刘长生^[9]、童孝忠^[10]通过非结构化网格进行局部加密完成了大地电磁二维、三维有限元数据模拟; 赵晓博利用 Delaunay 三角化实现了中心回线瞬变电磁 2.5 维的正演模拟;

收稿日期: 2018-06-28; 修回日期: 2019-08-13

作者简介: 黄天统(1981-), 男, 硕士, 工程师, 主要从事重磁勘探及重磁正反演工作。Email: 735084175@qq.com

曾思红^[11]、曹书锦^[12]利用有限单元法在非结构化网格下对重力梯度张量进行了二维、三维正演,Jahandari^[13]则是运用有限体积法实现了基于非结构化网格的二维、三维的重力高精度正演模拟,取得了较好的效果;Okabe^[14]推导了任意多边形和多面体网格下的重磁一阶、二阶导数的二维、三维解析表达式,具有很高的计算精度。

目前,对于重力梯度张量数据反演,大多都是基于长方形或者长方体等结构化网格进行的,但由于结构化网格的几何适应能力差,在较复杂地质体或地形的情况下会带来较大的剖分误差,从而使得反演效果有所下降。与结构化网格相比,非结构化网格能够减少模型的剖分误差,更好地拟合地下密度异常体的分布和地表地形的变化,因此,研究基于非结构化网格的重力梯度张量反演算法,可以提高重力梯度张量反演过程中的计算精度。现在,根据非结构化网格进行的地球物理反演主要还是基于二维三角形网格,elièvre^[15]、吉日嘎拉图^[16]利用地震初至波完成了二维慢度的反演,并完成了非结构化网格重震二维联合反演,使得反演的纵横向分辨率都很高,降低了反演结果的多解性问题。对于位场三维非结构化网格的反演,国内外文献中很少有涉及到。

1 正反演算法

1.1 基于非结构化网格重力梯度张量正演算法

重力梯度张量是重力位的二阶导数,在笛卡尔坐标系下,根据牛顿万有引力定律,一个剩余密度为 ρ ,观测点为 $P(p_0,q_0,r_0)$,位于 $Q(p,q,r)$ 地下异常

体 ν 在地下产生的重力位 V 有:

$$V=-G\int_V\rho u\mathrm{d}v,$$
(1)

其中: G 为万有引力常量, $u=-(x^2+y^2+z^2)^{-1/2}$, $x=p-p_0$, $y=q-q_0$, $z=r-r_0$ 。则重力梯度张量表达式写成矩阵形式:

$$\mathbf{\Gamma}=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2V}{\partial x^2}&\frac{\partial^2V}{\partial x\partial y}&\frac{\partial^2V}{\partial x\partial z}\\\frac{\partial^2V}{\partial y\partial x}&\frac{\partial^2V}{\partial y^2}&\frac{\partial^2V}{\partial y\partial z}\\\frac{\partial^2V}{\partial z\partial x}&\frac{\partial^2V}{\partial z\partial y}&\frac{\partial^2V}{\partial z^2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}V_{xx}&V_{xy}&V_{xz}\\V_{yx}&V_{yy}&V_{yz}\\V_{zx}&V_{zy}&V_{zz}\end{bmatrix},$$
(2)

其中: $\mathbf{\Gamma}$ 表示全重力梯度张量。重力梯度张量共有9个分量,由于在无源空间里重力的旋度和散度都为0,有 $V_{xx}+V_{yy}+V_{zz}=0$, $V_{yx}=V_{xy}$, $V_{zx}=V_{xz}$, $V_{zy}=V_{yz}$,因此重力梯度张量中只有5个独立分量 V_{xx} 、 V_{xy} 、 V_{xz} 、 V_{yz} 、 V_{zz} 。

重力位在 k 方向上的一阶导数:

$$V_k=-\nabla(V)\cdot\mathbf{k},$$
(3)

其中: $\mathbf{k}$ 是 k 方向法向量: $\mathbf{k}^T=(k_x,k_y,k_z)$ 或者 $\mathbf{k}^T=(\cos(x,k),\cos(y,k),\cos(z,k))$ 。

将式(1)带入式(3)得:

$$V_k=G\int_V\nabla(\rho u)\cdot\mathbf{k}\mathrm{d}v.$$
(4)

引入另一个方向向量 $\mathbf{l}$: $\mathbf{l}^T=(l_x,l_y,l_z)$,对于不同的重力梯度张量分量, $\mathbf{k}$ 、 $\mathbf{l}$ 的方向余弦取值如表1所示。对 V_k 求在 $\mathbf{l}$ 方向求导,得到重力位的二阶导数:

$$V_{kl}=-G\int_V\nabla[\nabla(\rho u)\cdot\mathbf{k}]\mathbf{l}\mathrm{d}v.$$
(5)

表 1 方向余弦的取值与重力梯度张量各分量的关系

重力梯度张量	k_x	k_y	k_z	l_x	l_y	l_z
V_{xx}	1	0	0	1	0	0
V_{yy}	0	1	0	0	1	0
V_{zz}	0	0	1	0	0	1
V_{xy}	1	0	0	0	1	0
V_{yz}	0	1	0	0	0	1
V_{xz}	0	0	1	1	0	0

对式(5)利用散度定理得:

$$V_{kl}=-G\int_S\mathbf{l}^T\mathbf{n}\cdot\nabla(\rho u)\cdot\mathbf{k}\mathrm{d}S,$$
(6)

其中: S 为地下异常体 ν 的表面, $\mathbf{n}$ 为面 S 的法向量,指向异常体外部。

在四面体网格的形式下,式(6)的积分可以写成每个网格的积分总和的形式:

$$V_{kl}=G\rho\sum_i\mathbf{l}^Tn_iK_i,$$
(7)

其中:

$$K_i=-\int_{S_i}\nabla(u)\mathbf{k}\mathrm{d}S.$$
(8)

为了快速地求解出面 S_i 上 K_i 的值,采用了坐标选择的方法。旋转分为两步:首先,以 z 轴为中心

逆时针^[15]旋转 xOy 平面(笛卡尔坐标系),直到 x 方向与面的外法向量在 xOy 平面上的投影平行,旋转的角度为 θ ,得到最终的坐标系 (X,Y,Z) 。然后,以 Y 轴为中心逆时针选择 $x'Oz$ 轴,直到 z 方向与面的外法向量平行,旋转的角度为 ϕ ,得到最终的坐标系 (X,Y,Z) ,如图 1 所示。

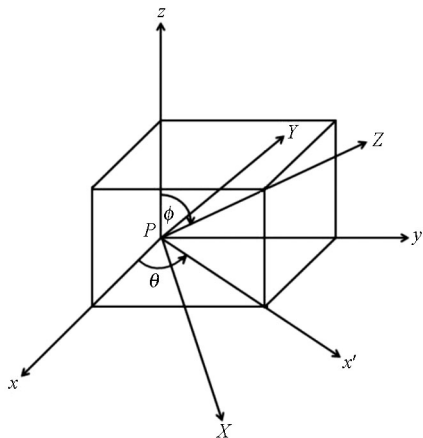


图 1 面坐标系旋转示意

Fig.1 The surface rotation of the Cartesian system

坐标的旋转转换可以写成:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中: $0 \leq \theta < 2\pi, 0 \leq \phi \leq \pi$ 。通过旋转,面 S_i 上的 3 个顶点的 Z 值相等,面 S_i 的外法向量 n_i 可以写成:

$$n_i^T = (\sin \phi \cos \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \phi), \quad (10)$$

在 (X,Y,Z) 坐标系下,式(8)可以写成:

$$K_i = - \iint_{S_i} \frac{M_x \cdot X + M_y \cdot Y + M_z \cdot Z}{(X^2 + Y^2 + Z^2)^{3/2}} dX dY, \quad (11)$$

其中:

$$\begin{cases} M_X = (k_x \cos \theta + k_y \sin \theta) \cos \phi - k_z \sin \phi \\ M_Y = -k_x \sin \theta + k_y \cos \theta \\ M_Z = (k_x \cos \theta + k_y \sin \theta) \sin \phi + k_z \cos \phi \end{cases} \quad (12)$$

通过对 S_i 面上的每条边进行二维坐标旋转,可以将式(11)的面积分转换为线积分。以原点为中心,逆时针旋转 X 轴、 Y 轴,直到 X 方向与 S_i 面上的 j 边重合,得到新的坐标系 (ξ, η) 旋转的角度为 $\psi, 0 \leq \psi < 2\pi$,如图 2 所示。坐标的旋转转换可以写成:

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}, \quad (13)$$

通过旋转,点 P 在 j 边的两个端点的 η 值相等, j 边

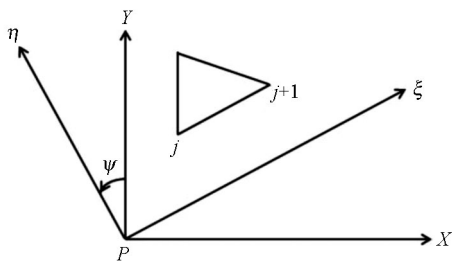


图 2 边坐标系旋转示意

Fig.2 The edge rotation of the Cartesian system

的法向量 s_j 为:

$$s_j^T = (-\sin \psi, \cos \psi), \quad (14)$$

那么,式(11)就可以写成:

$$K_i = \sum_j L_j(i), \quad (15)$$

从而得到:

$$L_j(i) = (M_X \sin \psi - M_Y \cos \psi) \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} u d\xi + M_Z \cos \psi \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} u Y Z (X^2 + Z^2)^{-1} d\xi, \quad (16)$$

对式(16)求积分得到:

$$L_j(i) = \left\{ (M_X \sin \psi - M_Y \cos \psi) \cdot \ln[\xi + (\xi^2 + \eta^2 + Z^2)^{1/2}] \cdot M_Z \cdot \arctan \frac{-\xi \eta + (\eta^2 + Z^2) \tan \psi}{Z \cdot (\xi^2 + \eta^2 + Z^2)^{1/2}} \right\}_{\xi_j}^{\xi_{j+1}}, \quad (17)$$

最终得到重力位二阶导数的表达式:

$$V_{kl} = G\rho \sum_i \sum_j l^T n_i L_j(i). \quad (18)$$

如果 Z 或者 $\cos \psi$ 的值为 0,则式(17)的后面一项为 0,但是此时式(17)的第一项的值不一定一直存在,例如 η 和 Z 的值都趋近于 0,且 ξ 不为正数。当 ξ_j 和 ξ_{j+1} 都为负时,通过式(19)可以避免,对于其他情形可用一个较小的值代替。

$$\begin{aligned} & \ln[\xi + (\xi^2 + \eta^2 + Z^2)^{1/2}]_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} = \\ & - \ln[(\xi^2 + \eta^2 + Z^2)^{1/2} - \xi]_{\xi_j}^{\xi_{j+1}}. \end{aligned} \quad (19)$$

1.2 反演的基本理论

由于重力梯度张量反问题是一个不适定问题,为了得到一个稳定的可行解,李耀国等人^[16]在吉洪诺夫正则化理论的基础上提出了一个能够广泛应用于地球物理反问题的广义目标函数,其中数据拟合函数为:

$$\begin{aligned} \phi_d(m) &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{d_i^{\text{obs}} - F(m)}{\varepsilon_i} \right)^2 \\ &= \| \mathbf{W}_d (d^{\text{obs}} - F(m)) \|^2, \end{aligned} \quad (20)$$

其中: $\mathbf{W}_d = \text{diag}\{1/\varepsilon_1, \dots, 1/\varepsilon_N\}$, ε_i 为第 i 个观测数据的标准差。通常假设实际数据的误差是相互独立

且满足高斯分布的,实测得到重力梯度张量数据 $d^{obs} = F(m) + \delta$, δ 表示的是观测点上的随机噪声。由于随机噪声 δ 是满足高斯分布 $N(0, \varepsilon^2)$ 的, ε 为观测数据的标准差。根据最小二乘拟合,那么反演最终的数据拟合差为:

$$\begin{aligned} \text{misfit} = \phi_d &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{F(m) + \delta_i - F(m)}{\varepsilon_i} \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{\delta_i - 0}{\varepsilon_i} \right)^2 = \frac{N\varepsilon^2}{\varepsilon^2} = N, \end{aligned} \tag{21}$$

其中: N 为测点数。

在最小化目标函数的过程中,在目标函数中引入的模型目标函数为:

$$\begin{aligned} \phi_m(m) &= \alpha_s \int_v (m - m_{\text{ref}})^2 d\nu + \alpha_x \int_v \left(\frac{\partial(m - m_{\text{ref}})}{\partial x} \right)^2 d\nu + \\ &\alpha_y \int_v \left(\frac{\partial(m - m_{\text{ref}})}{\partial y} \right)^2 d\nu + \alpha_z \int_v \left(\frac{\partial(m - m_{\text{ref}})}{\partial z} \right)^2 d\nu, \end{aligned} \tag{22}$$

因此,根据式(21),在最小化模型目标函数时,数据拟合项的最终拟合差是满足 $\phi_d^* = N$ 的。将式(22)写成范数的形式有:

$$\begin{aligned} \phi_m(m) &= \alpha_s \|W_s(m - m_{\text{ref}})\|^2 + \\ &\alpha_x \|W_x(m - m_{\text{ref}})\|^2 + \alpha_y \|W_y(m - m_{\text{ref}})\|^2 + \\ &\alpha_z \|W_z(m - m_{\text{ref}})\|^2 \end{aligned} \tag{23}$$

其中: $\alpha_s, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ 为每项的加权系数, W_s 为粗糙度矩阵, W_x, W_y, W_z 分别为 x, y, z 三个方向上的差分算子。令:

$$W_m^T W_m = \alpha_s W_s^T W_s + \alpha_x W_x^T W_x + \alpha_y W_y^T W_y + \alpha_z W_z^T W_z, \tag{24}$$

然而,在非结构化网格下,差分矩阵 W_x, W_y, W_z 的求解不能像在结构化网格情况下那样简单的求解。为了解决差分矩阵的计算问题,在 Lelièvre^[15] 提出的二维求解 W_m 的计算方法基础上进行衍生,得到三维情况下两个相邻网格 W_m 的计算方法。

$$W_m = \frac{\sqrt[3]{(V_1 + V_2)/2}}{R}, \tag{25}$$

其中: V_1, V_2 为两个相邻四面体网格的体积, R 为两个四面体网格的中心距离。

结合数据拟合函数式(1)和模型目标函数式(4)可以得到广义的反演目标函数:

$$\begin{aligned} \phi(m) &= \phi_d(m) + a\phi_m(m) \\ &= \|W_d(d^{obs} - F(m))\|^2 + \\ &a \|W_m(m - m_{\text{ref}})\|^2, \end{aligned} \tag{26}$$

其中:正则化参数 a 的取值应该满足 $\phi_d(a) = \phi_d^* = N$ (N 是测点数),因为此时的 a 是能够很好地平衡数

据目标函数与模型目标函数,这样在反演过程中求解出来模型参数 m 的值既能够使得模型目标最小,又能够使得正演数据合理拟合观测数据。

1.3 深度加权函数

为了使得反演结果能够反演出深度上的结构,提高深度方向上的分辨率,李耀国等人^[19] 引入了一个深度加权函数来减小核矩阵在深度方向上的衰减:

$$W(z) = \frac{1}{(z + z_0)^{\beta/2}}, \tag{27}$$

其中: z 是网格单元的中心埋深, z_0 是个常数, β 是一个接近于 3 的常数,在已知网格剖分方式和观测面的高度后,通过调节 z_0 和 β 的值,来尽可能地减少核函数在深度方向上的衰减,从而使得反演结果能够准确地分布在对应的深度上。式(24)结合深度加权函数得到

$$W_m^T W_m = W^T W_m^T W_m W. \tag{28}$$

将深度加权函数结合式(22)得到带深度加权的模型目标函数:

$$\phi_m(m) = \|W_m(m - m_{\text{ref}})\|^2 \tag{29}$$

1.4 多分量联合反演

多分量的联合反演的目标函数只需要对式(26)中的数据拟合项进行适当的修改,即将各个分量的数据拟合项结合起来形成一个总的的数据拟合项。结合模型目标函数,对于重力梯度张量多分量联合反演的目标函数可以写成:

$$\begin{aligned} \phi(m) &= \sum_{\alpha, \beta} \gamma_{\alpha\beta} \|W_d^{\alpha\beta}(d_{\alpha\beta}^{obs} - G_{\alpha\beta}m)\|^2 + \\ &a \|W_m(m - m_{\text{ref}})\|^2, \end{aligned} \tag{30}$$

$$\alpha, \beta = x, y, z$$

式中: $\gamma_{\alpha\beta}$ 是不同分量数据拟合的权系数, $d_{\alpha\beta}^{obs}$ 为不同分量的观测数据, $G_{\alpha\beta}$ 代表不同分量的雅克比矩阵。

2 算法验算

图 3 所示为单个长方体模型,场源空间大小为 1 000 m×1 000 m×500 m,其内埋藏着一个大小 400 m×400 m×200 m 的存在密度异常的长方体,长方体顶部埋深为 150 m,底部埋深为 350 m,水平中心位置在地表的投影坐标为(500 m, 500 m),长方体剩余密度为 1.0 g/cm³,观测位置位于地表, x, y 方向测线的长度 1 000 m、点距 50 m。根据已剖分的网格单元,应用前文推导的公式计算出来的重力梯度张量各分量的正演结果如图 4 所示。

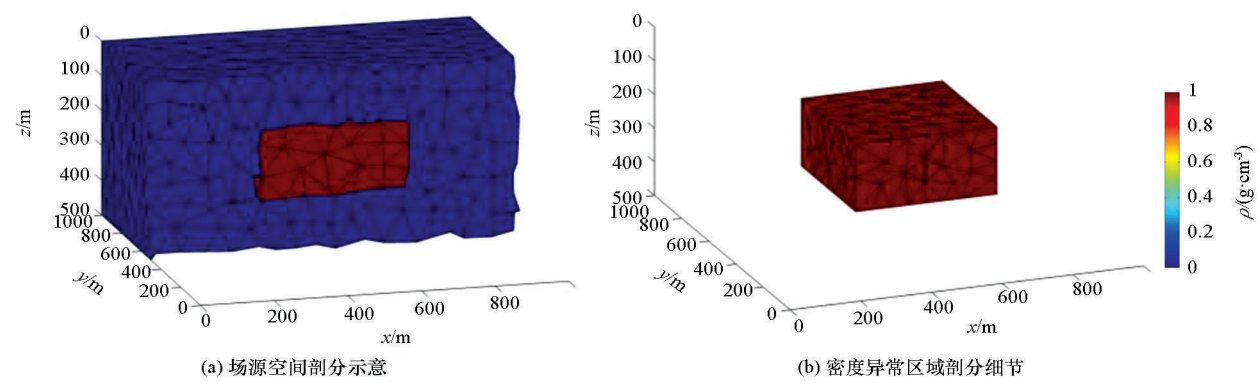


图 3 单个长方体模型非结构化网格剖分示意

Fig.3 The schematic diagram of a single rectangular model using unstructured meshing

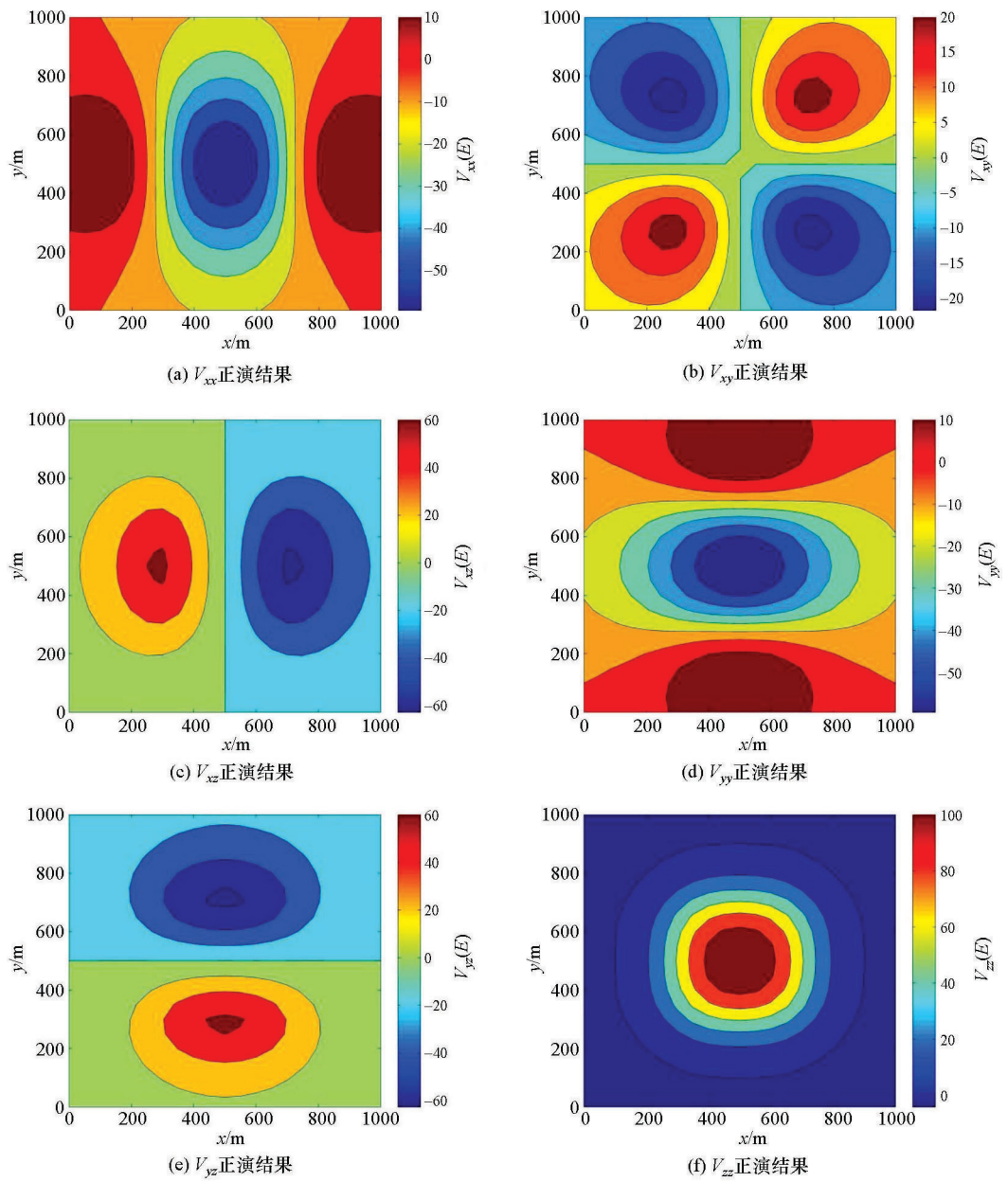


图 4 单个长方体模型重力梯度张量正演结果

Fig.4 Forward results of the single rectangular model

从图 4 可以看出,重力梯度张量各个分量的正演结果都能够明显地反映地下密度异常体的边界位置。 V_{xy} 的 4 个极值点对应了长方体 4 个顶点的水平投影位置; V_{xx} 、 V_{yy} 的极小值位置对应的是长方体水平中心位置,并且等值线变化最密集的部分正好是长方体的 4 条边界位置; V_{xz} 、 V_{yz} 的极值位置对应的是长方体边界的水平中心位置; V_{zz} 的等值线图类似一系列的同心矩形,等值线在地下异常体密度变

化边界分布密集,能够很好地确定密度变化,极大值的中心位置对应的是长方体的中心位置。

将单个长方体模型计算出来的重力梯度张量正演结果,利用正则化方法并结合深度加权函数对重力梯度张量各分量进行反演,其中初始参考模型 $m_{ref}=0$,深度加权矩阵中的 β 取值为 3。各分量反演结果如图 5 所示。

从图 5 可以看出,反演结果对异常顶部位置的

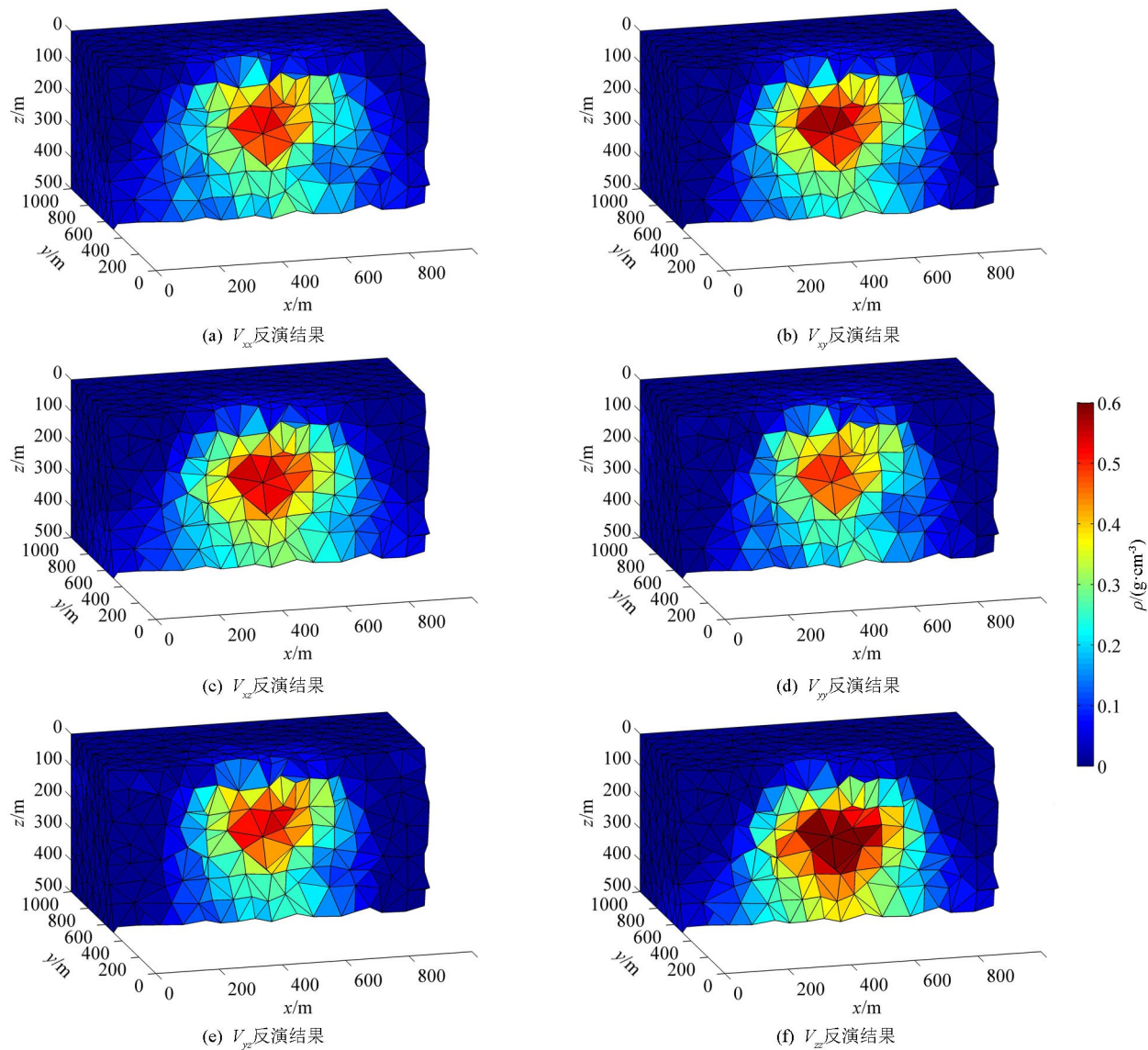


图 5 单个长方体模型单分量反演结果

Fig.5 Inversion results of the single rectangular model

分辨率比底部分辨率要高,这是由于场本身的特征决定的。对比各个分量之间反演效果,各分量反演出来的剩余密度值与真实值比较接近,但是都出现了一定的负值,其中, V_{xz} 、 V_{yy} 、 V_{yz} 反演出来的负值较大;各分量的反演结果在深度方向上延伸较大; V_{zz} 反演出的剩余密度更接近真实值,反演的剩余密

度极大值位置与真实位置非常吻合, V_{xx} 、 V_{xy} 、 V_{xz} 、 V_{yy} 、 V_{yz} 、 V_{zz} 反演的密度值与理论模型密度的均方误差分别是 0.214 8、0.205 3、0.201 5、0.217 2、0.213 1、0.192 7,说明了对于单分量的反演,基于非结构化网格的重力梯度张量反演方法是十分有效的,算法是可行的。

为了充分利用重力梯度张量各分量包含的密度、空间信息,对重力梯度张量的独立分量进行多分量的联合反演,结果如图 6 所示。对比图 3 与图 6 可知,多分量联合反演出来的密度值与理论模型的密度的均方误差为0.190 9,比任一单分量反演的均方误差都小,且利用多分量进行联合反演,其结果与理论模型极其吻合,这也证明了多分量联合反演的

正确性。与单分量反演相比,联合反演出来的剩余密度值更加接近真实值,反演结果在水平方向和深度方向上都更加集中收敛于异常体的中心位置,利用多个独立分量进行联合反演能够更加准确反演出地下介质的剩余密度及埋藏位置,再次验证了算法的正确性。

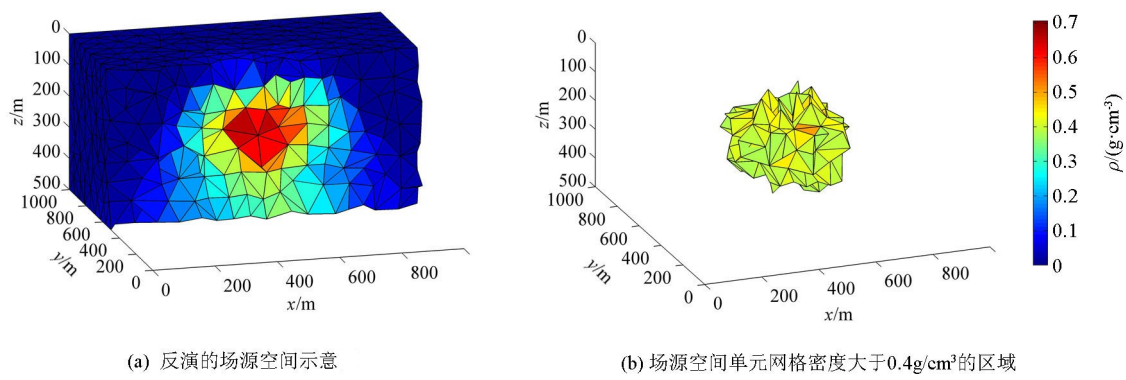


图 6 单个长方体模型多分量联合反演结果

Fig.6 Multi-component joint inversion results of the single rectangular model

3 Y 型岩脉模型

场源空间大小为 1 000 m×1 000 m×500 m,如图 7 所示,场源空间存在一个 Y 型岩脉,其剩余密度都为 1.0 g/cm³,左侧板状体顶部埋深为 100 m,顶部中心在地表的投影位置为(200 m,500 m),顶部尺寸为 200 m×400 m,底部埋深为 300 m,底部中心在地表的投影位置为(300 m,500 m),顶部尺寸为 200 m×400 m。右侧板状体顶部埋深为 100 m,顶部中心在地表的投影位置为(700 m,500 m),顶部尺寸为 200 m×400 m,底部埋深为 400 m,底部中心在地表的投影位置为(500 m,500 m),顶部尺寸为 200 m×400 m。 x 、 y 方向点距为 50 m,测线长度为 1 000 m。利用非结构

化网格剖分软件将场源空间剖分,网格数目为 9 408。

加入 5%的高斯噪声后,利用重力梯度张量的 5 个相互独立分量进行多分量的联合反演,多分量联合反演的密度值与理论模型密度的均方误差为 0.2347,反演结果如图 8 所示。

对比图 7 与图 8 可知,利用多分量联合反演的结果与理论模型相似,反演的密度异常体能够很好地确定异常的位置、倾向。

4 结论

1)笔者利用吉洪诺夫正则化方法结合李耀国提出的广义目标函数将重力梯度张量各个分量正演

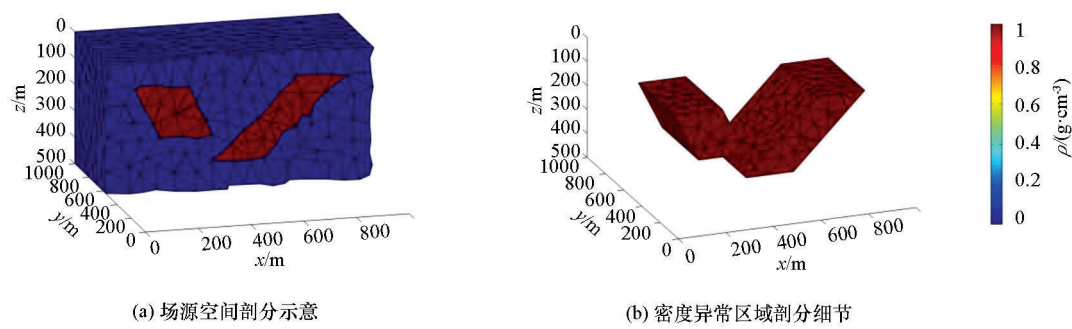


图 7 Y 型岩脉模型非结构化网格剖分示意

Fig.7 The schematic diagram of a Y model using unstructured meshing

万方数据

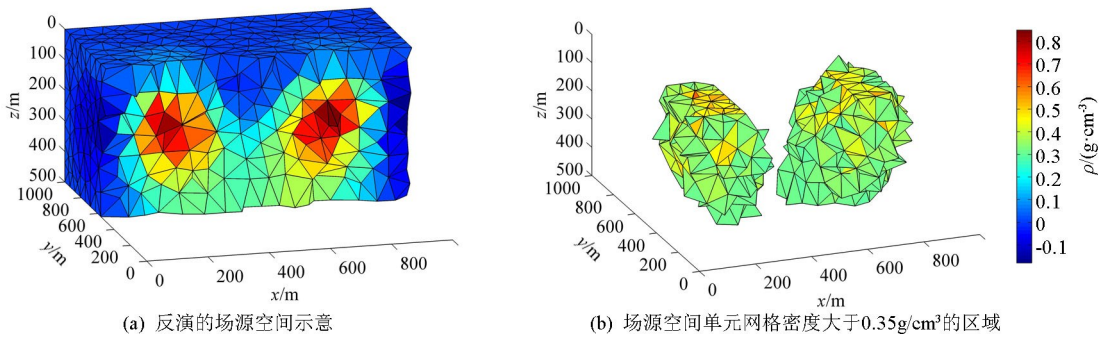


图 8 Y 型岩脉模型多分量联合反演结果

Fig.8 Multi-component joint inversion results of the Y model

结果分别进行了单分量反演;其次,为了充分利用重力梯度张量各分量数据使得反演结果更加准确,将 5 个相互独立的重力梯度张量分量进行了联合反演;最后,用长方体模型验证了算法的正确性,与长方体网格下的反演结果作对比说明非结构化网格下反演的优势,并通过 Y 型岩脉模型来说明方法的适应性。得出以下结论: 1) 对重力梯度张量各个分量的正演结果进行吉洪诺夫正则化反演,反演过程引入了深度加权函数,反演结果能够较好地确定地下异常体的水平、深度位置,反演剩余密度值也与理论值比较接近,验证了方法的正确性。

2) 与单分量的重力梯度张量反演相比,多分量的联合反演更加充分地利用了各个分量的信息,使得反演结果能够更加吻合初始模型。

3) 通过 Y 型模型说明了基于非结构化网格重力梯度张量反演算法具有较强的适应能力,能够较好地反演复杂模型。

参考文献 (References):

[1] 王灿,朱自强,鲁光银,等.重力梯度张量解析信号的正演模拟[J].中国有色金属学报,2013,23(9):2479-2497.
Wang C, Zhu Z Q, Lu G Y, et al. Forward simulation of analytic signals of gravity gradient tensor[J]. The Chinese Journal of Non-ferrous Metals, 2013, 23(9): 2479-2497.

[2] 舒晴,张文志,周坚鑫,等.重力梯度张量分量转换处理误差研究[J].物探与化探,2016, 40(1): 111-116.
Shu Q, Zhang W Z, Zhou J X, et al. Error Study on gravity gradient tensor components transformation[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2016, 40(1): 111-116.

[3] 舒晴,朱晓颖,周坚鑫,等.矩形棱柱体重力梯度张量异常正演计算公式[J].物探与化探,2015,39(6):1217-1222.
Shu Q, Zhu X Y, Zhou J X, et al. Forward modeling expressions for right rectangular prism with constant density[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2015, 39(6): 1217-1222.

[4] 董亮.非结构化网格生成技术研究及应用[D].镇江:江苏大学,2016.

Dong L. The study and application of unstruced mesh generation technique [D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2010.

[5] 赵晓博.基于非结构化网格的中心回线瞬变电磁法 2.5 维有限元正演[D].长沙:中南大学, 2011.
Zhao X B. Finite element modeling of 2.5D TEM with a central loop using unstructured meshes [D]. Changsha: Central South University, 2011.

[6] 汤井田,王飞燕.基于非结构化网格的 2.5D 直流电阻率模拟[J].物探化探计算技术,2008, 30(5): 413-418.
Tang J T, Wang F Y. 2.5D direct current resistivity simulation based on the unstructured mesh [J]. Computing techniques for geophysical and geochemical exploration, 2008, 30(5): 413-418.

[7] 任政勇.基于非结构化网格的直流电阻率自适应有限元数值模拟[D].长沙:中南大学, 2007.
Ren Z Y. DC resistivity modeling by adaptive finite-element method with unstructured triangulation [D]. Changsha: Central South University, 2007.

[8] 孙丽影.起伏地形条件下大地电磁二维自适应有限元数值模拟[D].长沙:中南大学,2013.
Sun L Y. Adaptive finite element numerical simulation of 2D MT with the topography [D]. Changsha: Central South University, 2013.

[9] 刘长生.基于非结构化网格的三维大地电磁自适应矢量有限元数值模拟[D].长沙:中南大学,2009.
Liu C S. Three-dimension magnetotellurics adaptive edge finite-element numerical simulation based on unstructured meshes [D]. Changsha: Central South University, 2009.

[10] 童孝忠.大地电磁测深有限元法正演与混合遗传算法正则化反演研究[D].长沙:中南大学,2008.
Tong X Z. Research of forward using finite element method and regularized inversion using hybrid genetic algorithm in magnetotelluric sounding [D]. Changsha: Central South University, 2013.

[11] 曾思红.重力梯度张量正演研究及边界提取[D].长沙:中南大学,2010.
Zeng S H. Gravity gradient tensor forward modeling and boundary extraction [D]. Changsha: Central South University, 2010.

[12] 曹书锦,朱自强,鲁光银,等.基于单元细分 H-自适应有限元全张量重力梯度正演[J].地球物理学进展,2010,25(3): 1015-1023.
Cao S J, Zhu Z Q, Lu G Y, et al. Forward modeling of full gravity

gradient tensors based H-adaptive mesh refinement[J].Progress in Geophysics, 2010,25(3): 1015 – 1023.

[13] Jahandari H, Farquharson C G. Forward modeling of gravity data using finite-volume and finite-element methods on unstructured grids[J].Geophysics, 2012,78(3):G69 – G80.

[14] Okabe M. Analytical expressions for gravity anomalies due to homogeneous polyhedral bodies and translations into magnetic anomalies[J]. Geophysics,1979, 44(4):730 – 741.

[15] Lelièvre P G, Farquharson C G, Hurich C A. Inversion of first-arrival seismic traveltimes without rays, implemented on unstructured grids [J]. Geophysical Journal International, 2011, 185(2): 749 – 763.

[16] 吉日嘎拉图. 基于非结构化网格的重震联合反演[D].长沙:中南大学,2014.

Ji R G L T. Joint inversion of gravity data and seismic traveltimes on unstructured grids [D]. Changsha: Central South University, 2014.

[17] Okabe M. Finite element analysis of metal cutting mechanism [D]. Tokyo: University of Tokyo,1974.

[18] Guo L H, Meng X H, Shi L. 3D correlation imaging of the vertical gradient of gravity data[J].Journal of Geophysics and Engineering,2011(8):6 – 12.

[19] Li Y G, Oldenburg D W. 3-D inversion of gravity data[J].Geophysics, 1998,63(1): 109 – 119.

Inversion of gravity gradient tensor based on unstructured grids

HUANG Tian-Tong, PENG Xin-Fa, ZHU Zi-Qiang

(Changsha Uranium Geology Research Institute, Changsha 410007, China)

Abstract: Gravity gradient tensor is the second derivatives of gravitational field. Compared with the traditional gravitational exploration, gravity gradient tensor can reach a better resolution. Gravity gradient tensor has 5 independent components, so they can contain more geological information. Therefore, gravity gradient tensor can be used to recover the causative bodies in the subsurface with high accuracy. Due to strong adaptability and flexibility of the unstructured grid, it can smoothly approximate the irregular and complex boundaries of anomalous source. Compared with the structured grid, the unstructured grid can provide researchers with more accurate discretization and calculation with less computation time. In order to reduce the ambiguity of the inversion, the authors chose to jointly and simultaneously invert all gravity gradient components based on tetrahedron grids with the help of the so called generalized objective function which is widely used in geophysical inverse problems. The authors applied the algorithm to each gravity tensor component at the beginning to ensure that the depth weighting function makes a difference in the inversion. It turns out that the depth weighting function works well. To explore all components of the gravity gradient tensor as much as possible, the authors described the joint-inversion in detail in this paper. The inversion results show that 3D inversion of gravity gradient tensor based on unstructured grids can obtain the position of causative bodies in the subsurface and the density distribution. Based on a comparison with rectangular grid inversion results, the authors highlighted the advantages of unstructured grid inversion. And the practicability of the method was verified through two synthetic models.

Key words: unstructured grids; gravity gradient tensor; inversion

(本文编辑:王萌)