

doi: 10.11720/wtyht.2023.1222

邢文军, 曹思远, 陈思远, 等. 基于谱反演方法的叠后纵波阻抗反演 [J]. 物探与化探, 2023, 47(2): 429–437. http://doi.org/10.11720/wtyht.2023.1222

Xing W J, Cao S Y, Chen S Y, et al. Post-stack P-wave impedance inversion based on spectral inversion [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2023, 47(2): 429–437. http://doi.org/10.11720/wtyht.2023.1222

基于谱反演方法的叠后纵波阻抗反演

邢文军, 曹思远, 陈思远, 孙耀光

(中国石油大学(北京) 地球物理学院, 北京 102249)

摘要: 提出一种基于谱反演方法的叠后地震数据纵波阻抗反演算法, 用于提高地震反演精度。谱反演在地震高分辨率和反射系数反演中应用广泛, 其基于反射系数的奇偶分解, 能降低薄层之间的调谐效应, 使反演数据体的分辨率得以提高, 而由反射系数计算纵波阻抗的过程不适当, 分步进行纵波阻抗反演会引入较大的累积误差。本研究提出基于谱反演方法的叠后纵波阻抗反演算法, 引入 TV 正则化约束目标方程, 通过迭代求解, 可直接得到相对阻抗, 然后同预先建立的低频模型进行频率域融合得到绝对阻抗。模型和实际数据说明, 相比基于稀疏脉冲反褶积的阻抗反演, 本文提出的方法反演分辨率较高, 更有利于后续储层预测等研究的开展。

关键词: 谱反演; 阻抗反演; 奇偶分解; TV 正则化; 相对阻抗

中图分类号: P631.4

文献标识码: A

文章编号: 1000-8918(2023)02-0429-09

0 引言

叠后地震数据纵波阻抗反演是地震储层预测的基础, 可将地震剖面转化为反映岩性信息的数据体, 继而完成岩性识别、含油气预测等工作。按反演方法划分, 阻抗反演可以分为随机反演和确定性反演两类^[1]。随机反演以马尔科夫链—蒙特卡罗 (MC-MC)^[2-3]、模拟退火^[4]等方法生成一系列阻抗, 然后从中选择最合适的阻抗作为最终反演结果, 该类方法通常会获得概率解。随机反演同样包括地质统计学反演^[5]、基于傅里叶谱模拟 (FFT-MA) 的随机反演^[6-7]等, 这些方法的优势在于反演分辨率高, 缺点为计算时间长, 反演数据体随机性高。确定性反演通常利用线性化的反演公式, 可直接求解, 如包含 TV 约束和低频约束的稀疏脉冲反褶积^[8], 可直接得到绝对纵波阻抗; 该类方法仍包括基于初始模型的广义线性反演^[9]、有色反演^[10]等算法。同样, 也可以通过某种算法得到反射系数, 然后通过递推的方式获得纵波阻抗, 如稀疏脉冲反褶积^[11]、谱反演

等^[12]。除这些算法之外, 深度学习近几年也被应用到阻抗反演中, 取得了较好的应用效果^[13-14]。

谱反演的基础是奇偶分解和频谱白化, 奇偶分解可以减弱薄层之间的调谐效应^[15], 频谱白化的优势在于可以灵活选择参与计算的频带^[16], 这两种算法的结合, 使得谱反演的分辨率高于稀疏脉冲反褶积^[17]。谱反演的研究仍处于探索阶段, 和所有反演方法一样, 谱反演也是由部分频带的地震记录反演全频带的反射系数, 需要加入先验信息, 以减少反演误差, 目前主要集中于改进其对反射系数约束项, 包括平滑约束 (L2-norm)^[18]、以压缩感知理论^[19]为基础的 L1-norm^[12]等, 考虑到地层存在吸收衰减, 叠后地震数据通常具有非稳态特征^[20], 进而提出了非稳态地震数据的谱反演^[21]。而由于递推反演可以基于反射系数获得阻抗^[22], 已有学者将谱反演和递推反演相结合获得阻抗数据体^[23]。

综上所述, 本文提出基于谱反演的叠后纵波阻抗反演方法, 通过施加 TV 约束, 直接反演相对阻抗, 然后基于频率域的能量匹配的方法进行高低频的融合, 得到绝对阻抗数据。由于谱反演的分辨率

收稿日期: 2022-05-18; 修回日期: 2023-02-13

基金项目: 国家重点研发计划项目(2017YFB0202900)

第一作者: 邢文军(1978-), 男, 河北唐山人, 高级工程师, 在读博士, 硕士毕业于中国石油大学(华东), 主要从事地震反演等地震地质综合研究工作。Email: 274072292@qq.com

高于稀疏脉冲反褶积,直接反演相对阻抗可避免递推反演导致的横向不连续性,因此,本文方法的横向分辨率均高于传统的递推反演。模型和实际数据表明,本文提出的方法在叠后地震阻抗反演中具有一定的应用价值。

1 理论

1.1 基于 L1 范数的地震数据谱反演

地震记录 s 可写为是反射系数 r 和子波 w 的褶积,并添加高斯分布的随机噪声 n ,即:

$$s = w * r + n, \quad (1)$$

公式两边进行傅里叶变换,即

$$S = WR + N, \quad (2)$$

式中: W 、 R 、 S 分别代表着子波 w ,反射系数 r 和地震数据 s 的傅里叶变换。公式两侧同时除以子波的振幅谱,即:

$$R + \frac{N}{W} = \frac{S}{W}. \quad (3)$$

频率域反射系数 R 可以通过时间域反射系数的傅里叶变换得到,同时考虑到除法的不稳定性,引入预白化因子 $\varepsilon > 0$ 改善不稳定性,即:

$$F(r) + \frac{N}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}} = \frac{S}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}}, \quad (4)$$

式中: r 是反射系数 r 的向量形式; F 表示傅里叶变换矩阵; $i = \sqrt{-1}$; θ 为子波的相位谱。令 \bar{r} 为 r 的倒序排列,考虑反射系数的奇偶分解,存在 $r_e = \frac{r + \bar{r}}{2}, r_o = \frac{r - \bar{r}}{2}$, 修改式(4)为:

$$\operatorname{argmin}_r \{J(r)\} = \operatorname{argmin}_r \left\{ \frac{1}{2} \left\| \begin{bmatrix} a_e F_{\cos} & 0 \\ 0 & a_o F_{\sin} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_e \\ r_o \end{bmatrix} \right\|^2 - \left[\begin{array}{c} \operatorname{Re} \left[\frac{S}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}} \right] \\ \operatorname{Im} \left[\frac{S}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}} \right] \end{array} \right]_2^2 + \lambda \|r\|_1 \right\}, \quad (8)$$

式中: λ 为正则化参数, λ 越大,反射系数越稀疏。式(8)可以通过交替方向乘子法(ADMM)^[24]等有效求解。

1.2 基于谱反演方法的叠后纵波阻抗反演

常规纵波阻抗可由反射系数进行递推得到,但是这种方式易造成误差累积,且横向连续性差,因此,本研究中,将阻抗的求解直接写入式(8)中,获得直接优化相对阻抗的目标方程,然后将所求解的相对阻抗和预先建立的低频模型进行频率域的融合,得到绝对阻抗。

$$F(r_e + r_o) + \frac{N}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}} = \frac{S}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}}, \quad (5)$$

由于实偶函数的傅里叶变换是实偶函数,实奇函数的傅里叶变换是虚偶函数。式(5)可写为:

$$\operatorname{Re}[F]r_e + \operatorname{Re}\left[\frac{N}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}}\right] = \operatorname{Re}\left[\frac{S}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}}\right]$$

$$\operatorname{Im}[F]r_o + \operatorname{Im}\left[\frac{N}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}}\right] = \operatorname{Im}\left[\frac{S}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}}\right] \quad (6)$$

式中: $\operatorname{Re}[\cdot]$ 和 $\operatorname{Im}[\cdot]$ 表示实部和虚部,令 $F_{\cos} = \operatorname{Re}[F], F_{\sin} = \operatorname{Im}[F]$, 合并式(6)并化简为:

$$\begin{bmatrix} a_e F_{\cos} & 0 \\ 0 & a_o F_{\sin} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_e \\ r_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \left[\frac{N}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}} \right] \\ \operatorname{Im} \left[\frac{N}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}} \right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \left[\frac{S}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}} \right] \\ \operatorname{Im} \left[\frac{S}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}} \right] \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: a_e 是偶分量权重, a_o 是奇分量权重, $r_e + r_o = r$ 。由于地震频带有限,取有效频带内 m_c 个点(假设地震记录采样点数为 m)用于全频带反演,截断后的傅里叶矩阵为 $F_{\sin} \in \mathbb{R}^{m_c \times m}, F_{\cos} \in \mathbb{R}^{m_c \times m}, S \in \mathbb{C}^{m_c \times 1}, W \in \mathbb{C}^{m_c \times 1}$, 进而得到 $\begin{bmatrix} a_e F_{\cos} & 0 \\ 0 & a_o F_{\sin} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2m_c \times 2m}$ 。由于 $m_c < m$, 系数矩阵非满秩,需添加约束项求解式(7)。假设反射系数稀疏、 $N/(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}$ 呈高斯分布,同时奇偶分解不会改变随机噪声的性质。使用 L1 范数作为正则化项,基于谱反演的反射系数反演方程如下:

$$\operatorname{argmin}_r \{J(r)\} = \operatorname{argmin}_r \left\{ \frac{1}{2} \left\| \begin{bmatrix} a_e F_{\cos} & 0 \\ 0 & a_o F_{\sin} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_e \\ r_o \end{bmatrix} \right\|^2 - \left[\begin{array}{c} \operatorname{Re} \left[\frac{S}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}} \right] \\ \operatorname{Im} \left[\frac{S}{(|W| + \varepsilon)e^{i\theta}} \right] \end{array} \right]_2^2 + \lambda \|r\|_1 \right\}, \quad (8)$$

在反射系数 $\|r\|_\infty < 0.3$ 时,反射系数 r 可以被表示为地震相对纵波阻抗 z 的对数差分形式,即

$$r = \frac{1}{2} L \ln(z) = \hat{L} z \quad (9)$$

式中: $r \in \mathbb{R}^{m \times 1}; z \in \mathbb{R}^{(m+1) \times 1}; \hat{L} \in \mathbb{R}^{(m+1) \times 1}$; L 为如式(10)所示的一阶差分矩阵:

$$L = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & 1 \end{bmatrix}_{m \times (m+1)} \quad (10)$$

事实上,由于差分矩阵(10)的行数小于列数,又因为谱反演自主选择频带,故而在不包含零频率和极低频率的情况下,已知反射系数通过式(9)可求得的对数纵波阻抗 \hat{z} 为相对阻抗。那么,将式(9)的阻抗同样进行奇偶分解,易得:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_e \\ \mathbf{r}_o \end{bmatrix} = \mathbf{T}\hat{\mathbf{L}}\begin{bmatrix} \hat{z}_e \\ \hat{z}_o \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\operatorname{argmin}_{\hat{z}} \{J(\hat{z})\} = \operatorname{argmin}_{\hat{z}} \left\{ \frac{1}{2} \left\| \begin{bmatrix} a_e \mathbf{F}_{\cos} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & a_o \mathbf{F}_{\sin} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{z}_e \\ \hat{z}_o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \left[\frac{\mathbf{S}}{(|\mathbf{W}| + \varepsilon) e^{i\theta}} \right] \\ \operatorname{Im} \left[\frac{\mathbf{S}}{(|\mathbf{W}| + \varepsilon) e^{i\theta}} \right] \end{bmatrix} \right\|_2^2 + \lambda \|\hat{z}\|_{\text{TV}} \right\}$$

式中, $\|\hat{z}\|_{\text{TV}} = \|\mathbf{L}\hat{z}\|_1$ 表示 TV 约束, 可以使纵波阻抗的边界更清晰。通过求解式(13)可获得对数相对纵波阻抗, 求解过程见附录 A。为了得到绝对阻抗, 需要基于预先建立的低频模型和反演的对数相对阻抗进行频率融合, 融合过程表示为:

$$z_{\text{true}} = \exp \left[\ln \left(\underbrace{\hat{z}_{\text{model}}}_{\text{Low Freq}} \right) + 2c \cdot \underbrace{\hat{z}}_{\text{Middle and High Freq}} \right]. \quad (14)$$

式中: z_{true} 为绝对纵波阻抗; \hat{z}_{model} 由所建立的低频模型提供; c 表示常数, 可由测井数据的中高频 \hat{z}_{well} 的 L2 范数和相对阻抗 \hat{z} 的 L2 范数的比值求得, 即 $c = \|\ln(\hat{z}_{\text{well}})\|_2 / \|\hat{z}\|_2$, 同样, 也可以基于无穷范数求得, 即 $c = \|\ln(\hat{z}_{\text{well}})\|_\infty / \|\hat{z}\|_\infty$, 本研究基于前者进行频率融合。

2 数值试验

2.1 参数测试

本部分测试算法关键参数的作用, 包括正则化参数 λ 、有效频带的上限频率和预白化因子 ε 。基于测井真实阻抗合成反射系数, 同 40 Hz 的 Ricker 褶积后的单道地震数据如图 1a 所示, 其振幅谱如图

其中, \hat{z}_e 和 \hat{z}_o 为对数相对阻抗 \hat{z} 的奇偶分解, 同样满足 $\hat{z}_e + \hat{z}_o = \hat{z}$, 而 \mathbf{T} 表示换位矩阵, 由两个单位阵 \mathbf{I} 组成, $\hat{\mathbf{L}}$ 为大型差分矩阵, 由两个式(10)拼成, \mathbf{T} 和 $\hat{\mathbf{L}}$ 的形式如下:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}_{2m \times 2m}, \hat{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ \mathbf{L} \end{bmatrix}_{2m \times (2m+2)}, \quad (12)$$

根据式(8), 所求解的相对阻抗可写为

$$\operatorname{argmin}_{\hat{z}} \{J(\hat{z})\} = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{z}_e \\ \hat{z}_o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \left[\frac{\mathbf{S}}{(|\mathbf{W}| + \varepsilon) e^{i\theta}} \right] \\ \operatorname{Im} \left[\frac{\mathbf{S}}{(|\mathbf{W}| + \varepsilon) e^{i\theta}} \right] \end{bmatrix} \right\|_2^2 + \lambda \|\hat{z}\|_{\text{TV}} \quad (13)$$

1b 所示, 考虑普适性, 在单道地震数据中添加了一定量的高斯随机噪声。

图 2 为正则化参数 λ 的测试, 真实阻抗为黑色线条, 反演的纵波阻抗为红色线条。图 2a~e 中, λ 分别为 $5e^{-5}$ 、 $1e^{-4}$ 、 $5e^{-4}$ 、 $1e^{-3}$ 、 $5e^{-3}$, 其中图 2a₁~e₁ 为真实阻抗和反演阻抗的时间域曲线, 图 2a₂~e₂ 为图 2a₁~e₁ 的振幅谱。测试表明, 随着正则化参数 λ 的增大, 反演的纵波阻抗(红线)和真实阻抗(黑线)之间形态更为接近, 说明反演的阻抗由不稳定逐渐变得稳定, 且如图 2a₂~e₂ 所示, 相应的频带宽度有所减小。可得出结论: 正则化参数通过控制振幅谱频带范围控制反演的稳定性, 增大正则化系数, 反演稳定性提高, 相应的反演分辨率有所降低。本测试中, 建议正则化参数为 $5e^{-4}$ 。

图 3 为上限频率的测试, 真实阻抗为黑色线条, 反演的纵波阻抗为红色线条。图 3a~e 中, 上限频率分别为 120、135、150、165、180 Hz, 本测试基于 40 Hz 的 Ricker 子波合成地震数据, 由图 1b 可知, 上限频率约为 100 Hz, 100 Hz 以上部分频率越高, 信噪比越低。测试结果表明, 如图 3a~e 所示, 随上限频率的提高, 分辨率有所增加, 但算法的不稳定性也有所提高, 需结合正则化参数进行综合选择频带范围。此次测试中, 建议上限频带为 165 Hz。

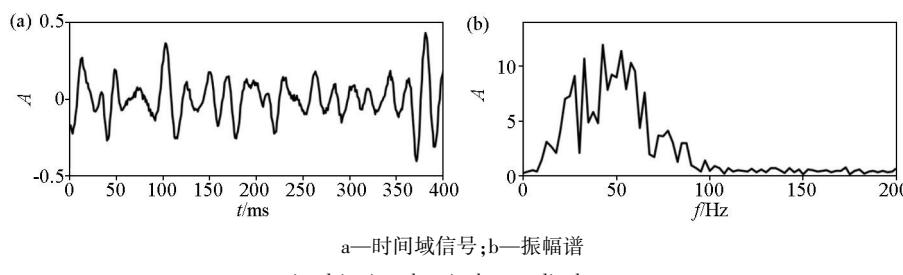
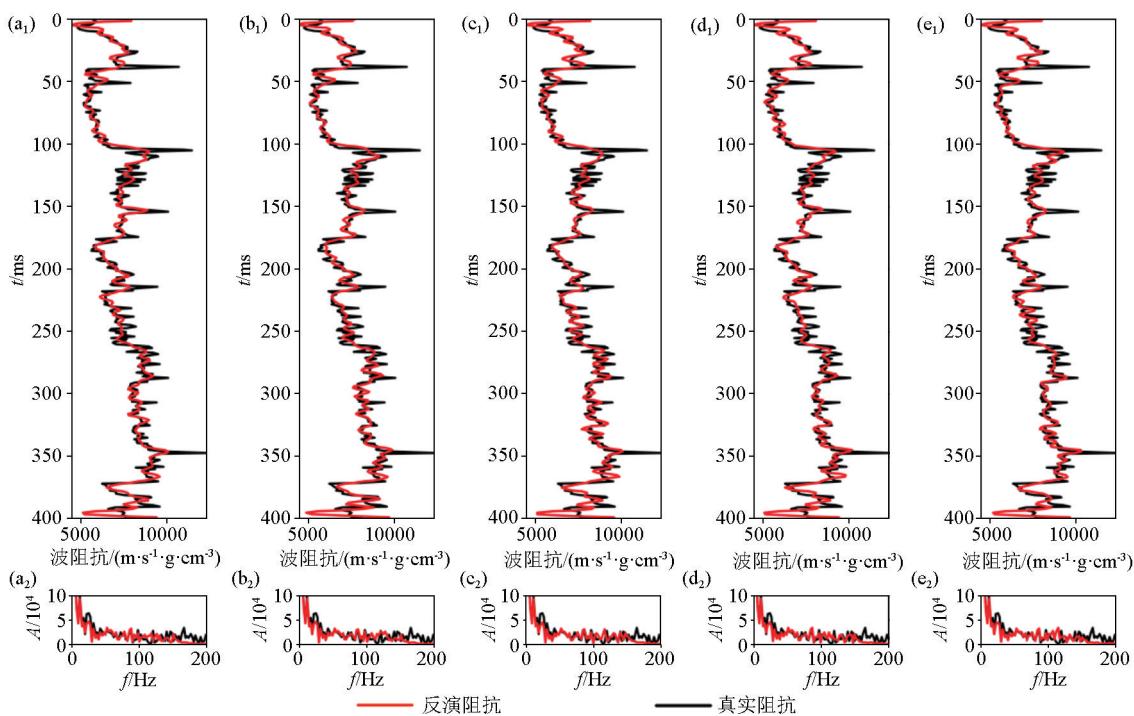


图 1 合成的时间域信号及其振幅谱

Fig. 1 Synthetic signal in time domain and its amplitude spectrum

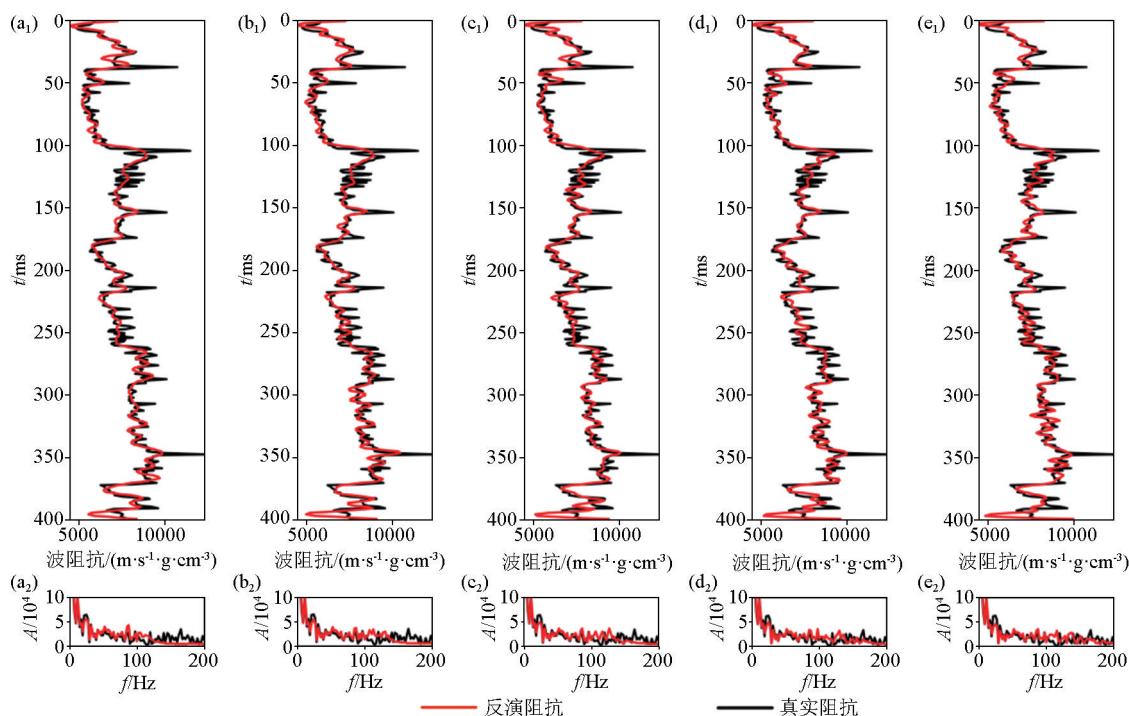


a—正则化参数; $5e^{-5}$; b—正则化参数; $1e^{-4}$; c—正则化参数; $5e^{-4}$; d—正则化参数; $1e^{-3}$; e—正则化参数; $5e^{-3}$

a—regularization parameter; $5e^{-5}$; b—regularization parameter; $1e^{-4}$; c—regularization parameter; $5e^{-4}$; d—regularization parameter; $1e^{-3}$; e—regularization parameter; $5e^{-3}$

图 2 正则化参数测试

Fig. 2 Regularization parameter tests



a—上限频率;120 Hz;b—上限频率;135 Hz;c—上限频率;150 Hz;d—上限频率;165 Hz;e—上限频率;180 Hz

a—upper limit frequency;120 Hz;b—upper limit frequency;135 Hz;c—upper limit frequency;150 Hz;d—upper limit frequency;165 Hz;e—upper limit frequency;180 Hz

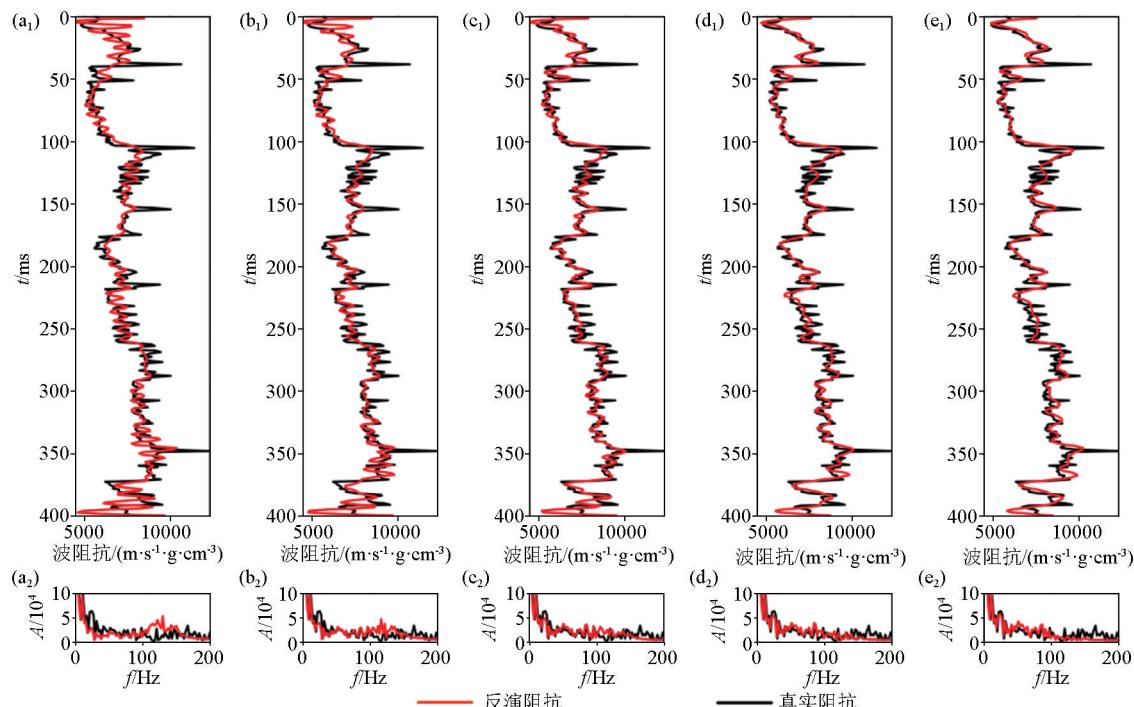
图 3 上限频率测试

Fig. 3 Upper limit frequency tests

图4为预白化因子 ε 的测试。图4a~e中,预白化因子分别设置为0.005、0.01、0.02、0.04、0.08,由理论部分推导可知,预白化因子作用于地震子波的振幅谱上,提高了除法的稳定性。与上述正则化参数和上限频率的测试结果类似,预白化因子也是通过控制振幅谱形态改变反演精度。如图4a~e所示,随预白化因子的增加,反演稳定性提高,反演分辨率下降。此次测试中,建议预白化因子为0.02。

虽然上述3个参数的效果类似,但存在差异:正

则化参数主要表征TV约束的强弱,其值范围同地震数据和地震子波的最大振幅比有关,在这个范围内参数越大,反演阻抗方波化越明显,当信噪比足够高时,一般取0.1倍的最大振幅比;上限频带只通过调整频带范围控制反演精度,可通过地震分频剖面确定,即选取最后一个信噪比高的频段所对应的主频;而预白化因子用于提高反演稳定性,除作用于能量较弱的高频部分外,也作用于子波振幅谱能量较弱的其他部分,视选取的上限频带范围和振幅谱确定。



a—预白化因子:0.005;b—预白化因子:0.01;c—预白化因子:0.02;d—预白化因子:0.04;e—预白化因子:0.08

a—pre-whiten factor:0.005;b—pre-whiten factor:0.01;c—pre-whiten factor:0.02;d—pre-whiten factor:0.04;e—pre-whiten factor:0.08

图4 预白化因子参数测试

Fig. 4 Pre-whiten factor parameter tests

2.2 二维模型测试

本文中,我们选取部分Marmousi2模型^[25](图5a)进行纵波阻抗反演测试,采样率1 ms,基于主频为40 Hz的Ricker子波合成地震数据如图5b所示,其中添加了最大振幅10%的高斯随机噪声。本文方法中,上限频带设置为100 Hz,预白化因子为0.01,正则化系数为0.01,迭代次数80次。对比方法采用稀疏脉冲反褶积后的递推反演,为了减小递推反演导致的横向不稳定性,同样基于式(14)进行频率融合。

图6a为本模型通过10~15 Hz的低通滤波得到的低频模型,该模型参与后续的频率融合,图6b和6c为纵波阻抗反演结果:本文方法反演的纵波阻抗剖面信噪比较差(图6b),但如黑色方框所示,其分

辨率要高于传统的递推反演(图6c),能分辨较薄层,这是由于谱反演的分辨率高于脉冲反褶积的原因;且传统的递推方法在反演数据上存在纵向的条带状噪声(图6c),这是由于递推方法的不稳定性造成,属于多步反演产生的累积误差,本文方法在一定程度上消除了单道递推造成的横向不连续性(图6b)。

3 实例应用

本部分进行实际数据的反演测试,实际数据如图7a所示,利用井曲线和地震层位建立的纵波阻抗低频模型如图7b所示,剖面中黑线为所在位置的纵波阻抗井曲线,通过密度测井曲线和声波测井曲

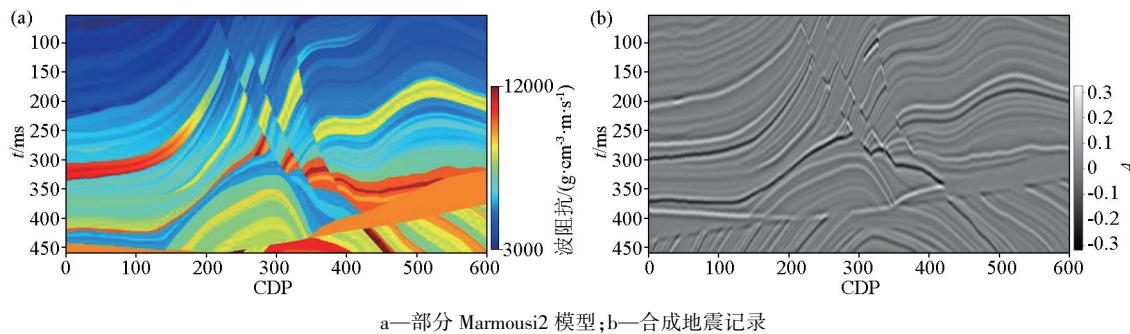


图 5 部分 Marmousi2 模型及合成地震记录

Fig. 5 Partial Marmousi2 model and corresponding synthetic record

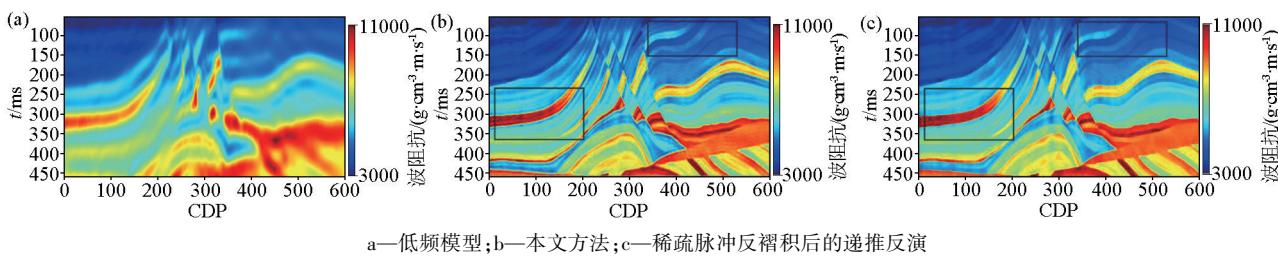


图 6 低频模型及纵波阻抗反演数据

Fig. 6 Low-frequency model and acoustic impedance inversion results

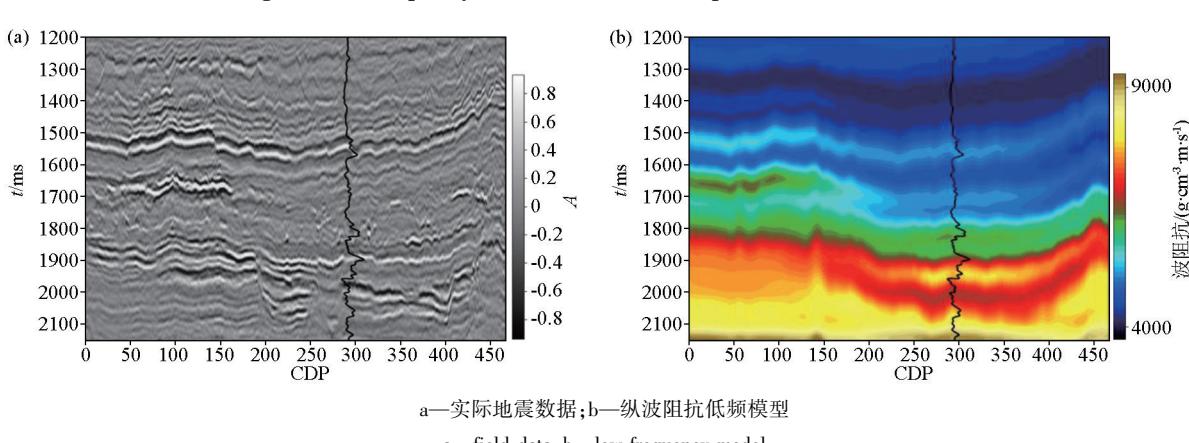


图 7 实际地震数据及纵波阻抗低频模型

Fig. 7 Field data and low-frequency model

线乘积得到。如图 8 所示为本实例所使用的地震子波，通过标定后的井数据和地震数据相关获得。

基于本文方法和上述的递推反演对该数据进行纵波阻抗反演。本文方法中，上限频带设置为 120 Hz，预白化因子为 0.1，正则化系数为 2，迭代次数 120 次。图 9 为两种方法的反演数据，在反演的剖面上，均有噪声的影响，但如黑色框中所示，递推反演产生了条带状噪声，这将极大的影响剖面的质量。为此，本文同时对图 9 的反演剖面进行基于 *fx-decon* 的噪声压制，处理后的剖面如图 10 所示，如黑色虚线框所示，递推反演仍存在部分条带状噪声。且在图 10a 中的黄色虚线框中，观测到本文方法反

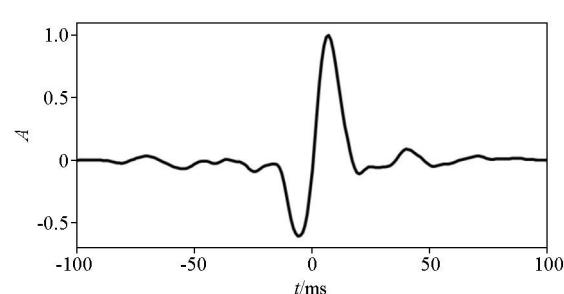
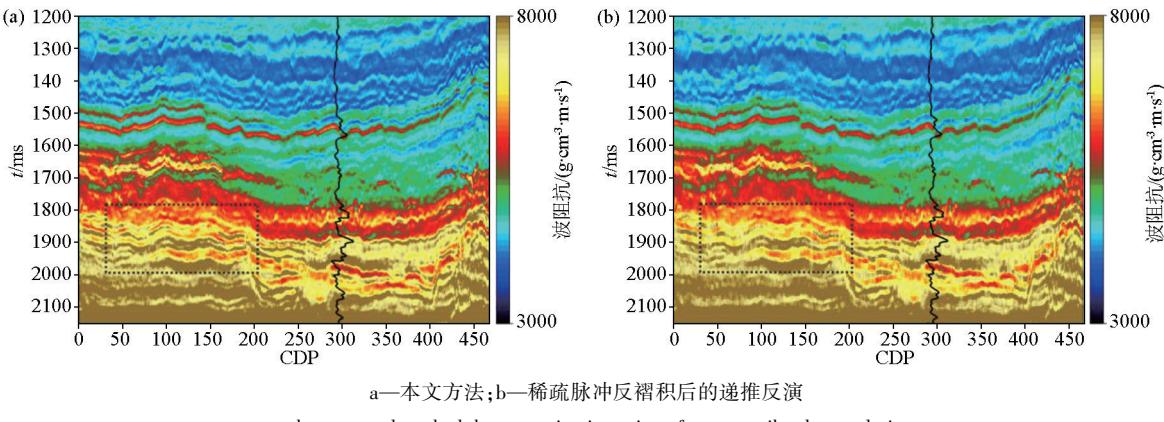
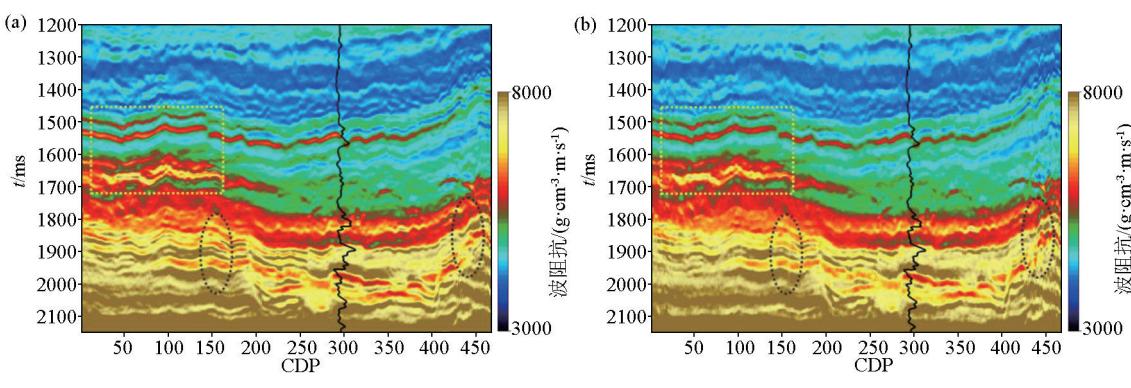


图 8 地震子波

Fig. 8 Wavelet

演的纵波阻抗横向连续性较好，这同时使得横纵向的分辨率得到改善，而递推反演(图 10b)破坏横向连续性，降低了反演的分辨率。

图 9 *fx*-Decon 前纵波阻抗反演结果Fig. 9 Acoustic impedance inversion results before *fx*-Decon图 10 *fx*-Decon 后纵波阻抗反演结果Fig. 10 Acoustic impedance inversion results after *fx*-Decon

4 结论及讨论

本文提出一种基于谱反演的叠后纵波阻抗反演方法,其结合了谱反演的高分辨率和直接得到相对阻抗的优点,且算法参数意义明确,易于测试和应用,相比于稀疏脉冲反褶积后的递推反演,本文方法分辨率高,反演的剖面横向连续性好,具有一定应用价值。可基于本文算法开展如下研究:

1) 叠前反演可以通过反演弹性阻抗得到弹性参数,基于 Zoeppritz 近似方程,本文方法可以很容易地推至叠前反演,进而提高叠前反演的精度。

2) 本算法中,可以通过给定非稳态子波以完成非稳态地震数据的反演。

同时,基于谱反演的叠后纵波阻抗反演方法也存在如下问题:

1) 该方法的绝对阻抗是由相对阻抗和低频模型频率融合获得,对拼接部分具有相位一致性要求,在后续研究中将考虑解决该问题。

2) 算法所使用的 TV 约束是阻抗差分的 L1 范数,会压制弱反射系数地层,后续研究将基于柯西约束等构造全新的“TV 约束”以获得更精细的反演结果。

参考文献(References):

- [1] 刘喜武,年静波,吴海波.几种地震波阻抗反演方法的比较分析与综合应用[J].世界地质,2005,24(3):270-275.
Liu X W, Nian J B, Wu H B. Comparison of seismic impedance inversion methods and an application case [J]. Global Geology, 2005, 24(3): 270-275.
- [2] Geyer C J. Practical Markov chain Monte Carlo[J]. Statistical Science, 1992;473-483.
- [3] 张广智,王丹阳,印兴耀,等.基于 MCMC 的叠前地震反演方法研究[J].地球物理学报,2011,54(11):2926-2932.
Zhang G Z, Wang D Y, Yin X Y, et al. Study on prestack seismic inversion using Markov Chain Monte Carlo[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2011, 54(11): 2926-2932.
- [4] Vestergaard P D, Mosegaard K. Inversion of post-stack seismic data using simulated annealing[J]. Geophysical Prospecting, 1991, 39(5):613-624.
- [5] Haas A, Dubrule O. Geostatistical inversion:a sequential method of

- stochastic reservoir modeling constrained by seismic data [J]. First Break, 1994, 12(11): 561–569.
- [6] Le Ravalec M, Noetinger B, Hu L Y. The FFT moving average (FFT-MA) generator: An efficient numerical method for generating and conditioning Gaussian simulations [J]. Mathematical Geology, 2000, 32(6): 701–723.
- [7] 王保丽, 印兴耀, 丁龙翔, 等. 基于 FFT-MA 谱模拟的快速随机反演方法研究. 地球物理学报, 2015, 58(2): 664–673.
Wang B L, Yin X Y, Ding L X, et al. Study of fast stochastic inversion based on FFT-MA spectrum simulation [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58(2): 664–673.
- [8] 王治强, 曹思远, 陈红灵, 等. 基于 TV 约束和 Toeplitz 矩阵分解的波阻抗反演 [J]. 石油地球物理勘探, 2017, 52(6): 1193–1199.
Wang Z Q, Cao S Y, Chen H L, et al. Wave impedance inversion based on TV regularization and Toeplitz-sparse matrix factorization [J]. Oil Geophysical Prospecting, 2017, 52(6): 1193–1199.
- [9] Cooke D A, Schneider W A. Generalized linear inversion of reflection seismic data [J]. Geophysics, 1983, 48(6): 665–676.
- [10] Lancaster S, Whitcombe D. Fast-track “colored” inversion [C]// SEG Technical Program Expanded Abstracts, 2000: 1572–1575.
- [11] Taylor H L, Banks S C, Mocoy J F. Deconvolution with the L1-norm [J]. Geophysics, 1979, 44(1): 39–52.
- [12] 夏红敏, 刘兰锋, 张显辉, 等. 地震数据谱反演压缩感知算法实现及应用 [J]. 石油地球物理勘探, 2021, 56(2): 295–301.
Xia H M, Liu L F, Zhang X H, et al. Implementation and application of compressed sensing algorithm for seismic spectrum inversion [J]. Oil Geophysical Prospecting, 2021, 56(2): 295–301.
- [13] 宋磊, 印兴耀, 宗兆云, 等. 基于先验约束的深度学习地震波阻抗反演方法 [J]. 石油地球物理勘探, 2021, 56(4): 716–727.
Song L, Yin X Y, Zong Z Y, et al. Deep learning seismic impedance inversion based on prior constraints [J]. Oil Geophysical Prospecting, 2021, 56(4): 716–727.
- [14] 王泽峰, 许辉群, 杨梦琼, 等. 时域卷积神经网络地震波阻抗反演因素影响的研究 [J]. 地球物理学进展, 2022, 37(5): 280–289.
Wang Z F, Xu H Q, Yang M Q, et al. Study on the influence of pre-processing and hyperparameters on Temporal convolutional network seismic impedance inversion [J]. Progress in Geophysics, 2022, 37(5): 280–289.
- [15] 印兴耀, 刘晓晶, 吴国忱, 等. 模型约束基追踪反演方法 [J]. 石油物探, 2016, 55(1): 115–122.
Yin X Y, Liu X J, Wu G C, et al. Basis pursuit inversion method under model constraint [J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2016, 55(1): 115–122.
- [16] 边国柱, 张立群. 地震数据的谱白化处理 [J]. 石油物探, 1986, 25(2): 26–33.
Bian G Z, Zhang L Q. Spectral whitening of seismic data [J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 1986, 25(2): 26–33.
- [17] 孙雷鸣, 曾维辉, 方中于. 地震薄层反射系数谱反演算法研究及应用 [J]. 物探化探计算技术, 2014, 36(4): 462–470.
Sun L M, Zeng W H, Fang Z Y. Thin-bed reflectivity inversion and seismic application [J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 2014, 36(4): 462–470.
- [18] 迟昭喻, 刘财, 单玄龙, 等. 谱反演方法在致密薄层砂体预测中的应用研究 [J]. 石油物探, 2015, 54(3): 337–344.
Chi H Z, Liu C, Shan X L, et al. Application of spectral inversion for tight thin-bed sand body prediction [J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2015, 54(3): 337–344.
- [19] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [20] Wang Y H. Inverse Q-filter for seismic resolution enhancement [J]. Geophysics, 2006, 71(3): V51–V60.
- [21] Chen S Y, Cao S Y, Sun Y G, et al. Nonstationary spectral inversion of seismic data [C]// SEG Technical Program Expanded Abstracts, 2021: 2934–2938.
- [22] Wang L Q, Zhou H, Wang Y F, et al. Three-parameter prestack seismic inversion based on L1-2 minimization [J]. Geophysics, 2019, 84(5): R753–R766.
- [23] Liu J, Zhang J, Huang Z. Accurate estimation of acoustic impedance based on spectral inversion [J]. Geophysical Prospecting, 2018, 66(1): 169–181.
- [24] Boyd S, Parikh N, Chu E. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers [J]. Foundations and Trends in Machine Learning, 2010, 3(1): 1–122.
- [25] Martin G S, Wiley R, Marfurt K J. Marmousi2: An elastic upgrade for Marmousi [J]. Lead. Edge, 2006, 25(2): 156–166.

Post-stack P-wave impedance inversion based on spectral inversion

XING Wen-Jun, CAO Si-Yuan, CHEN Si-Yuan, SUN Yao-Guang

(College of Geosciences, China University of Petroleum, Beijing 102249, China)

Abstract: Based on spectral inversion, this study proposed a p-wave impedance inversion algorithm for post-stack seismic data to improve inversion accuracy. Spectral inversion is widely used in high-resolution seismic inversion and the reflection coefficient inversion. Based on the odd-even decomposition of reflection coefficients, spectral inversion can reduce the tuning effect between thin layers and enhance the resolution of inverted data volumes. However, the calculation of p-wave impedance using reflection coefficients is ill-posed, and the step-by-step inversion of p-wave impedance tends to introduce a large cumulative error. Therefore, this study proposed a post-

stack p-wave impedance inversion method based on spectral inversion. This method introduced the objective equation constrained by TV regularization and calculated the relative p-wave impedance using the iterative method. Then, the absolute p-wave impedance was determined through the frequency-domain fusion of the relative p-wave impedance and the pre-built low-frequency model. As demonstrated by the model and actual data, the method proposed in this study has a higher inversion resolution than the impedance inversion based on sparse-spike deconvolution and is more conducive to subsequent research such as reservoir prediction.

Key words: spectral inversion; impedance inversion; odd-even decomposition; TV regularization; relative impedance

附录 A:交替方向乘子法(ADMM)

基于交替方向乘子法求解式(13),即求解:

$$\operatorname{argmin}_{\hat{z}} \{J(\hat{z})\} = \operatorname{argmin}_{\hat{z}} \left\{ \frac{1}{2} \left\| \begin{bmatrix} a_e \mathbf{F}_{\cos} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & a_o \mathbf{F}_{\sin} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{L} \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_e \\ \hat{\mathbf{z}}_o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \left[\frac{\mathbf{S}}{(|\mathbf{W}| + \varepsilon) e^{i\theta}} \right] \\ \operatorname{Im} \left[\frac{\mathbf{S}}{(|\mathbf{W}| + \varepsilon) e^{i\theta}} \right] \end{bmatrix}_2^2 + \lambda \|\hat{z}\|_{\text{TV}} \right\|_2^2 \right\}$$

将上式简化为:

$$\operatorname{argmin}_{\hat{z}} \{J(\hat{z})\} = \operatorname{argmin}_{\hat{z}} \left\{ \frac{1}{2} \left\| \mathbf{A} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_e \\ \hat{\mathbf{z}}_o \end{bmatrix} - \mathbf{Y} \right\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{L}\hat{z}\|_1 \right\}, \text{with } \hat{z} = \hat{z}_e + \hat{z}_o, \quad (\text{A-1})$$

$$\text{其中, } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_e \mathbf{F}_{\cos} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & a_o \mathbf{F}_{\sin} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{L} \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} \end{bmatrix}, \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \left[\frac{\mathbf{S}}{(|\mathbf{W}| + \varepsilon) e^{i\theta}} \right] \\ \operatorname{Im} \left[\frac{\mathbf{S}}{(|\mathbf{W}| + \varepsilon) e^{i\theta}} \right] \end{bmatrix}^T;$$

分裂变量 $[\hat{\mathbf{z}}_e, \hat{\mathbf{z}}_o]^T = [\mathbf{w}_e, \mathbf{w}_o]^T$, 预定义迭代步长 ρ , 引入二次惩罚项, 修改目标函数(A-1)为:

$$\operatorname{argmin}_{\hat{z}} \{J(\hat{z})\} = \operatorname{argmin}_{\hat{z}} \left\{ \frac{1}{2} \left\| \mathbf{A} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_e \\ \hat{\mathbf{z}}_o \end{bmatrix} - \mathbf{Y} \right\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{L}\hat{z}\|_1 + \frac{\rho}{2} \left\| \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_e \\ \hat{\mathbf{z}}_o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{w}_e \\ \mathbf{w}_o \end{bmatrix} \right\|_2^2 \right\} \quad (\text{A-2})$$

其中,与 \hat{z} 类似, $\hat{\omega} = \mathbf{w}_e + \mathbf{w}_o$, 优化方程(A-2)需要两个变量交替进行求解,则 $[\hat{\mathbf{z}}_e, \hat{\mathbf{z}}_o]^T$ 更新为:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_e \\ \hat{\mathbf{z}}_o \end{bmatrix}^{(k+1)} = \operatorname{argmin}_{[\hat{\mathbf{z}}_e, \hat{\mathbf{z}}_o]^T(k)} \left\{ \frac{1}{2} \left\| \mathbf{A} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_e \\ \hat{\mathbf{z}}_o \end{bmatrix}^{(k)} - \mathbf{Y} \right\|_2^2 + \frac{\rho}{2} \left\| \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_e \\ \hat{\mathbf{z}}_o \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} \mathbf{w}_e \\ \mathbf{w}_o \end{bmatrix}^{(k)} + \mathbf{u}^{(k)} \right\|_2^2 \right\} \quad (\text{A-3})$$

其中, \mathbf{u} 表示对偶变量, 方程(A-3)只涉及 L2-norm 可直接求解:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_e \\ \hat{\mathbf{z}}_o \end{bmatrix}^{(k+1)} = (\rho \mathbf{I} + \mathbf{I})^{-1} \left[\rho \left(\begin{bmatrix} \mathbf{w}_e \\ \mathbf{w}_o \end{bmatrix}^{(k)} - \mathbf{u}^{(k)} \right) + \mathbf{A}^T \left(\mathbf{Y} - \mathbf{A} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_e \\ \hat{\mathbf{z}}_o \end{bmatrix}^{(k)} \right) \right] \quad (\text{A-4})$$

$[\mathbf{w}_e, \mathbf{w}_o]^T$ 更新为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_e \\ \mathbf{w}_o \end{bmatrix}^{(k)} = \operatorname{argmin}_{[\mathbf{w}_e, \mathbf{w}_o]^T(k)} \left\{ \lambda \|\mathbf{L}\hat{\omega}^{(k)}\|_1 + \frac{\rho}{2} \left\| \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_e \\ \hat{\mathbf{z}}_o \end{bmatrix}^{(k+1)} - \begin{bmatrix} \mathbf{w}_e \\ \mathbf{w}_o \end{bmatrix}^{(k)} + \mathbf{u}^{(k)} \right\|_2^2 \right\} \quad (\text{A-5})$$

因为 \mathbf{L} 呈病态, 基于投影次梯度法, 设置子循环迭代次数变量 i , 式(A-5)可解为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_e \\ \mathbf{w}_o \end{bmatrix}^{(i+1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_e \\ \mathbf{w}_o \end{bmatrix}^{(i)} - \alpha \left\{ \mathbf{L}^T \operatorname{sign}(\mathbf{L}\hat{\omega}) + \rho \left(\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_e \\ \hat{\mathbf{z}}_o \end{bmatrix}^{(k+1)} + \mathbf{u}^{(k)} - \begin{bmatrix} \mathbf{w}_e \\ \mathbf{w}_o \end{bmatrix}^{(i)} \right) \right\} \quad (\text{A-6})$$

其中, $\operatorname{sign}(\cdot)$ 表示符号函数, α 为迭代步长; 当(A-5)相邻两次迭代的 $[\mathbf{w}_e, \mathbf{w}_o]^T(i+1)$ 和 $[\mathbf{w}_e, \mathbf{w}_o]^T(i)$ 基本一致时, 子循环达到收敛, 此时 $[\mathbf{w}_e, \mathbf{w}_o]^T(k+1) : [\mathbf{w}_e, \mathbf{w}_o]^T(i+1)$ 。

最后, 对偶变量 \mathbf{u} 使用对偶上升法进行更新, 相应的更新迭代方程为:

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = \mathbf{u}^{(k)} + \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_e \\ \hat{\mathbf{z}}_o \end{bmatrix}^{(k+1)} - \begin{bmatrix} \mathbf{w}_e \\ \mathbf{w}_o \end{bmatrix}^{(k+1)} \quad (\text{A-7})$$

重复上述迭代,当满足相邻两次迭代的阻抗基本一致时视为算法收敛,可输出反演的阻抗 $\hat{\omega}$ 。