第19卷 第1期 中 国 岩 溶 Vol. 19 No. 1
2000年3月 CARSOLOGICA SINICA Mar. 2000

文章编号:1001-4810(2000)01-0081-09

岩溶矿井煤层底板突水的非线性动力学模型①

王延福,庞西岐,靳德武,曾艳京,王晓明
(煤炭科学研究总院西安分院,西安 710054)

摘 要:根据多年来的科研生产实践,应用非线性科学理论建立了非线性动力学模型,并考察了模型的动力学行为,发现煤层底板隔水层力学失稳(突水)早期阶段有明显的应力失调现象。利用煤层底板应力、应变监测资料,通过非线性动力学模型计算,可预测煤层底板突水问题是否发生。

关键词:岩溶矿井;突水;非线性动力学;混沌;应力失调
中图分类号:X45 文献标识码:A

0 前 言

岩溶煤矿在采煤过程中,通过监测煤层底板隔水层中应力、应变随时间的变化来了解隔水岩层的力学状态,并预测煤层底板突水失稳是否发生,这是目前煤层底板突水预测方法之一。虽然这种监测只能获得少数几个点处的应力、应变曲线,但应该说通过这种应力、应变曲线,对于了解煤层底板隔水岩层的结构及其局部力学状态是有很大作用的。

实际监测到的煤层底板隔水层中应力、应变是带有随机涨落的变化曲线,十分复杂,难于完整地理解。一般来说,应力、应变曲线由平均部分和涨落部分组成,平均部分揭示岩层力学状态随采动进行的主要变化,与普通力学模型计算结果对应;涨落部分起因复杂且具有随机特性,往往使得数据分析变得困难。当然,原则上这种处理方法仅对小涨落正确,当随机涨落的幅度与平均量差不多时,甚至难于将涨落从监测曲线中区分出来。尽管如此,人们总可以通过曲线的几何特征,或者说光滑程度判断涨落分量,通过力学分析、结构讨论识别平均量。

然而到目前为止还缺乏一个与此相应的动力学模型,这不仅妨碍人们对观测数据的认识和分析,也妨碍了人们对相关现象本质的深入理解。当然,岩溶矿井煤层底板隔水层突水失稳现象是一个十分复杂的问题,特别是动力学问题的研究更有待于逐渐深入。本文根据作者们多年来在肥城矿区、淮北矿区、韩城矿区的实际工作成果,提出岩溶矿井煤层底板突水动力学模

① 国家自然科学基金资助项目(编号:49672160)
第一作者简介:王延福,男,1939年生,研究员,1962年南京大学地质系水文地质工程地质专业毕业,一直从事煤矿防治水研究工作。
收稿日期:1999-08-25

型，用以研究、讨论此类突水的一些基本动力学问题及探索突水预测的新途径。

1　模　型

图 1 是岩溶矿井采掘模型示意剖面图，其中部分煤层已被回采，引起应力场的调整。假定采掘匀速推进，就局部而言，应力、应变随时间变化等价于所考虑的区域到回采工作面距离的

图 1　矿坑开采模型示意剖面图

Fig. 1　The sketch section of the mining pattern in pits

变化。考虑煤层底板隔水岩层处于导高带之上，且回采面将从其顶部经过的一小单元岩层区域，在内应力和外驱动力的作用下，该小单元岩层区域一方面在其平衡位置附近振动，另一方面其平衡位置也会出现一定的漂移。当然，这时岩层的形状也将随时间发生变化。设定煤层底板隔水岩层的应力变化主要发生在竖直方向和沿矿坑的水平方向，与矿坑采掘方向垂直的水平横截面上应力基本保持不变化，也就是说小单元岩层区域的运动主要发生在竖直方向和水平采掘方向。另外，在垂直方向上主要是挤压应力，而岩石破坏变形来自于拉伸或切变。为了简便，这里忽略竖直方向的挤压形变，只考虑拉伸形变，用由弹簧相连的两个小球模拟煤层底板隔水层中小单元岩层区域近邻隔水层的代表层 E，层 E 的形变由弹簧的伸缩来模拟，漂移运动由两个小球的质心运动表示，小球的外面两侧用与端点固定的弹簧相连，用以模拟环境的作用。这样，我们就由小球和弹簧组成的简单系统作为层 E 形变与漂移的简化动力学模型（图 2），其运动方程为：

$$m(\frac{d^2x_1}{dt^2}) = f_{1x} - \Gamma\frac{dx_1}{dt} + F_{1x}$$

$$m(\frac{d^2y_1}{dt^2}) = f_{1y} - \Gamma\frac{dy_1}{dt} + F_{1y}$$

$$m(\frac{d^2x_2}{dt^2}) = f_{2x} - \Gamma\frac{dx_2}{dt} + F_{2x}$$

$$m(\frac{d^2y_2}{dt^2}) = f_{2y} - \Gamma\frac{dy_2}{dt} + F_{2y}$$

其中(x_1, y_1)和(x_2, y_2)分别为端点坐标,f_{1x}、f_{2x}、f_{1y}、f_{2y}为由结构等确定的结构作用力,Γ 为代表耗散的有效阻尼参数,m 为等效质量,以与时间相关的外力 F_{1x}、F_{1y}、F_{2x}、F_{2y}描述煤层回采过程的基本驱动作用及其它有关的影响。

图 2　简化模型示意剖面图

Fig. 2　The sketch section of simplified model

上述方程组是一组存在外源驱动作用的非线性方程,动力学模型具有复杂的混沌动力学行为。一般来说,回采前系统处于一定的稳定平衡位形,随着开采驱动作用的出现和加强,系统的位形开始变化,逐渐向新的平衡位形过渡。原则上来说,仅当采动完全结束,系统才最终稳定在新的平稳位形上。不过,由于采动作用的影响主要集中在采面附近,所以,可以根据距离采面的远近,确定采动作用的影响强弱。也就是说,尽管采动过程持续进行,但对所考虑的小单元岩层区域来说,真正起作用的过程是回采工作面由前向后的跨越过程。当回采工作面到小岩层区域的距离足够远时,采动作用影响可以忽略,平衡位形过渡过程就已完成。

设定弹簧的弹性力 f 与相对长度变化 ε 的关系为:

$$f(\varepsilon) = -Y\varepsilon\exp\left(\frac{-\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)$$

式中　Y——常数(等效扬氏模量)

ε_0——临界相对长度

当 $\varepsilon > \varepsilon_0$ 时,弹性力随着弹簧的继续伸长反而下降,我们依此来表示弹簧的破坏。由模型示意图 2 可得方程中的结构力为:

$$f_{1x} = f(\varepsilon_1)\frac{(x+l)}{r_1} + f(\varepsilon_{12})\frac{(x_1 - x_2)}{r_{12}}$$

$$f_{1y} = f(\varepsilon_1)\frac{(y)}{r_1} + f(\varepsilon_{12})\frac{(y_1 - y_2)}{r_{12}}$$

$$f_{2x} = f(\varepsilon_2)\frac{(x_2+l)}{r_2} + f(\varepsilon_{12})\frac{(x_2 - x_1)}{r_{12}}$$

$$f_{2y} = f(\varepsilon_2)\frac{(y_2)}{r_2} + f(\varepsilon_{12})\frac{(y_1 - y_2)}{r_{12}}$$

式中，$\varepsilon_1=\frac{(r_1-L_1)}{L_1}$，$\varepsilon_2=\frac{(r_2-L_1)}{L_1}$，$\varepsilon_{12}=\frac{(r_{12}-l)}{l}$，分别是相应弹簧的相对伸长，也就是应变。$2L$ 是两侧弹簧的端点之间的距离。l 是两小球之间弹簧的自由长度，$L_1=L-\frac{l}{2}$ 是两侧弹簧的自由长度。

描述与采掘过程相应的外驱动作用和其它影响的作用力 $F(t)$

$$F(t)=F_0(t)+F_r(t)$$

可以按照时间尺度分为两部分，一部分是与开采过程时间相联系的缓慢变化力 $F_0(t)$，另一部分是快变化的扰动力 $F_r(t)$，对于 $F_0(t)$，在开采前应有 $F_0(t=-\infty)=0$。随着开采的进行，地下水压、矿压平衡被破坏，垂直分量力 $F_{0y}(t)$ 逐渐增大，单调上升到其最大值，水平分量力 $F_{0x}(t)$ 经过一段上升后，在一定时刻达到极大，随后将衰减为零，取 $F_0(t)$ 为下面形式：

$$F_{0x}(t)=\frac{\alpha F_m}{conhx(\frac{t}{t_m})}$$

$$F_{0y}(t)=\frac{F_m}{[1+\exp(\frac{-t}{t_m})]}$$

其中 F_m 相应于采空区煤层底板隔水层平均体积力，由矿压 $f_{矿}$、地下水水压 P、煤层底板隔水层厚度 H、岩石密度 ρ、重力加速度 g 确定：

$$F_m=(\frac{P}{H}+f_{矿}-\rho g)\frac{l}{2}$$

上式中，括号内是作用在单位体积的力，作用在长度 l，宽度和厚度均为一个单位的小单元区域上的力需乘以 l，此力平均分配给两个小球，出现因子 $\frac{l}{2}$。

t_m 为采动过程的特征时间，对所考虑的小单元区域来说，经过 t_m 时间后，回采面由前方到达后方，动态影响逐渐消失，应力调整基本完成。

α 为描述水平横向力分量大小的常数因子。

扰动力可以包括随机噪声等，为方便讨论暂被略去。

2 静态平衡及失稳分析

考虑煤层开挖后底板隔水层中的静态平衡，即当回采工作面远离所考虑的岩层区域后，应力分布重新建立稳定平衡。根据模型，地下水压和矿压导致的竖直方向的作用力为仅有的外源驱动力。这时有 $r_1=r_2=r$，$y_1=y_2=y$，静态平衡方程化为：

$$f(\varepsilon)\cos(\theta)=f(\varepsilon_{12})$$

$$-f(\varepsilon)\sin(\theta)=F_m$$

其中 $\varepsilon=\frac{2r}{2L-l}-1$，$\varepsilon_{12}=\frac{2(L-r\cos\theta)}{l}-1$，$\sin\theta=\frac{y}{r}$，整理后得

$$(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0})\exp(\frac{-\varepsilon}{\varepsilon_0})\cos\theta=(\frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_0})\exp(\frac{-\varepsilon_{12}}{\varepsilon_0})$$

$$(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0})\exp(\frac{-\varepsilon}{\varepsilon_0})\sin\theta=\frac{F_m}{(Y\varepsilon_0)}$$

我们关心的是失稳问题。显然,失稳是由弹簧超过位伸极限引起的,所以静态失稳条件为

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \geqslant 1 \quad \text{或} \frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_0} \geqslant 1$$

其中等号意指失稳临界。$\frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_0} \geqslant 1$ 对应连接两小球的弹簧被破坏。$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \geqslant 1$ 对应两侧的弹簧被破坏。

由平衡方程易知,总有$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \geqslant \frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_0}$,这样失稳临界点就由$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}=1$ 给定,也即对称平衡时两小球间的连接弹簧受力小于侧面弹簧的受力,总是两侧的连接弹簧首先被拉坏出现失稳。记 $\mu=\frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_0}$,$\mu_c$、$\theta_c$、$F_{mc}$为临界点的取值,则有下列关系:

$$\sin\theta_c = F_{mc} \frac{l}{Y\varepsilon_0}$$

$$\cos\theta_c = \mu_c \exp(1 - \mu_c)$$

$$\varepsilon_0 \mu_c / (\frac{2L}{l} - 1) + (1 + \varepsilon_0) \mu_c \exp(1 - \mu_c) = 1$$

由此可见,临界行为只依赖于长度比$\frac{2L}{l}$。图 3 给出 F_m 与$\frac{2L}{l}$平面的失稳相图。当比值$\frac{2L}{l}$较小时,临界线与此比值关系密切,随着$\frac{2L}{l}$的增加,临界线迅速下降。当比值$\frac{2L}{l}$较大时,临界线缓慢变化,逐渐趋向其渐近线。也就是说,当比值$\frac{2L}{l}$较大时,临界值主要由驱动力幅度 F_m 决定。这一点使模型具有较好的普适性。

3 动态行为

为了讨论方便,引入特征时间尺度 T

$$\frac{2\pi}{T} = (\frac{Y}{ml})^{\frac{1}{2}}$$

以及特征阻尼时间 $t_d=\frac{m}{\Gamma}$,T 是中间弹簧的固有周期,用特征时间尺度 T 为单位度量时间,对时间量做变换$\frac{2\pi t}{T} \to t$。

用特征空间尺度 l 为单位度量距离,对空间长度量做变换

$$\frac{x}{l\varepsilon_0} \to x$$

上式意味着进一步用 ε_0 将长度量重新标度。这样,动力学方程可以改写为:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d^2x_1}{dt^2} + (\frac{1}{t_d}) \frac{dx_1}{dt} &= f_r(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}) \frac{x_1 + L}{r_1} + f_r(\frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_0}) \frac{x_1 - x_2}{r_{12}} + \frac{F_x}{Y\varepsilon_0} \\
\frac{d^2y_1}{dt^2} + (\frac{1}{t_d}) \frac{dy_1}{dt} &= f_r(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}) \frac{y_1}{r_1} + f_r(\frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_0}) \frac{y_1 - y_2}{r_{12}} + \frac{F_y}{Y\varepsilon_0} \\
\frac{d^2x_2}{dt^2} + (\frac{1}{t_d}) \frac{dx_2}{dt} &= f_r(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}) \frac{x_2 - L}{r_1} + f_r(\frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_0}) \frac{x_2 - x_1}{r_{12}} + \frac{F_x}{Y\varepsilon_0} \\
\frac{d^2y_2}{dt^2} + (\frac{1}{t_d}) \frac{dy_2}{dt} &= f_r(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0}) \frac{y_2}{r_2} + f_r(\frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_0}) \frac{y_2 - y_1}{r_{12}} + \frac{F_y}{Y\varepsilon_0}
\end{aligned}\right\} \quad (A)$$

图 3　静态平衡相图

Fig. 3　Static equilibrium diagram

式中 $f_r(x)=-x\exp(-x)$

我们用数值方法求解了方程(A),考察模型的动力学行为,主要考察在驱动力作用下的过渡行为,特别是驱动作用幅度 F_m 在临界值 F_{mc}附近时的过渡行为。这样做的目的是通过对动态过渡动力学行为的了解分析,从中萃取系统将达到新平衡终态的信息。如果较早期的动态过渡行为已经被监测到,则可以预言系统随后的终态:终态将是失稳后建立的新位形态,或将是不经突变失稳,只通过连续变化的稳定位形态。换言之,通过对失稳前的早期动态过渡行为的了解,能够确定系统是否将要发生力学失稳(突水)。

模型选取的参数见表 1。由平衡方程可计算得到静态临界点相应的驱动力幅度为 $F_{mc}=0.158$。

表 1　模型参数表

Tab. 1　The parameters of the model

时间单位	$T/2\pi$
长度单位	1
力单位	$Y\varepsilon_0$
临界相对伸长	$\varepsilon_0=0.1$
阻　尼	$t_d=33=5T$
大弹簧自由长度	$L=5$
采动过程时间	$t_m=10\pi$

我们选取三种情况来考察模型的动态过渡行为：

(1)$F_m=0.1$，驱动力幅度远小于临界值，$F_m<F_{mc}$

(2)$F_m=0.14$，驱动力幅度接近临界值，$F_m\leqslant F_{mc}$

(3)$F_m=0.16$，驱动力幅度稍大于临界值，$F_m\geqslant F_{mc}$

前两种情况系统不会出现失稳，最后一种情况系统将发生力学失稳。图 4 分别给出了不同情况下，左右两侧和中间弹簧应变的动态过渡行为。由图可见，虽然外加驱动力的特征时间大约是 5 个相当平稳周期，而且考虑了阻尼耗散，但是应变响应却非常复杂。

图 4　左侧、右侧和中间弹簧应变的动态过渡行为

Fig. 4　Dynamic transition behavoirs of left，right and intermediate spring strain

当 $F_m=0.1$ 时，虽然水平分量因子 $\alpha=0.5$ 较大，左右两侧和中间弹簧的应变变化较为规则，基本上同步振荡上升，随后趋向稳定平衡状态，应变（或应力）较为均匀地分布在三个弹簧上。

当 $F_m=0.14$，$\alpha=0.5$ 时，应变变化变得复杂，中间弹簧激发出大幅度倍频分量，不过，趋近终态时，应变基本上仍保持均匀的分布。

当 $F_m=0.16$，$\alpha=0.5$ 时，在过渡过程中出现明显的应变集中现象，应变曲线出现明显的分离，中间和右侧弹簧应变变化不大，基本上在定值附近近乎于无规则地振荡，应变主要集中在左侧。在失稳前应变与应力相对应，应变的集中反映了应力的集中，这种失稳前应力反常分布的现象，可以称为应力失调现象，它是失稳将要发生的前兆。为了确证这一现象，我们还考察了 $F=0.16$，$\alpha=0.1$ 和 $\alpha=0.3$ 两种情况，发现应力失调现象同样存在。基于这些数值结果，我们认为：失稳前首先会出现的应力失调现象具有普遍性。从动态过程来看，应力失调属于失稳过程的早期阶段。如果驱动力幅度 F_m 远大于临界值，这一失调阶段持续时间短，但在临界点附近，这一阶段持续较长的时间。

这样我们可以通过煤层底板隔水层应力、应变时间序列的分析，辨认出应力失调现象的出现，从而为正确预测煤层底板隔水层力学失稳（突水）的发生提供新途径。

图 5 给出了左侧小球相空间轨迹在(x,u_x)平面的投影（其中 u_x 代表速度），从中可以看到小球运动具有明显的混沌特征，十分复杂。这些曲线与实际监测到的应力、应变时间序列构造

的相空间曲线之间，存在一定的拓扑相似性。图 6 还给出了小球在实空间的运动轨迹，它们同样表现出复杂的混沌特性。

图 5　左侧小球相空间轨迹在 (x, u_x) 平面的投影

Fig. 5　Phase space locus projection of the left globule at (x, u_x) plane

图 6　小球在实空间的运动轨迹

Fig. 6　Globule motion locus in real space

4　结　论

（1）通过对模型动力学行为的考察，从动态过程来看，煤层底板隔水层发生突水失稳的前期，存在着应力失调的阶段。在这个阶段应力分量不再随驱动力作用的增加而同步增大，而逐渐出现应力的反常集中，这种应力开始出现反常分布的现象称之为应力失调现象。

（2）煤层底板隔水层中应力失调现象是失稳（突水）的前兆。利用煤层底板隔水层应力、应变监测资料，通过非线性动力学模型计算，可以确定应力失稳（突水）是否将发生。

参考文献:

[1] 龙运佳,梁以德. 近代工程动力学—随机、混沌[M]. 科学出版社,1998. 6:13～26,104～107.

[2] 刘式适,刘式达 ,谭本旭. 非线性大气动力学[M]. 国防工业出版社,1996. 7:3～54.

[3] 刘秉正. 非线性动力学与混沌基础[M]. 东北师范大学出版社,1995. 9:1～52.

[4] 张伟年,张卫东. 非线性动力系统的无穷维性态分析[A]. 非线性科学的理论、方法和应用文集[C]. 科学出版社,1997. 5:21～24.

[5] S. H. strogatz Chaos-with Applications to physics,Biology,Chemistry and Engineering[]. Addison—Wesley,1994:3～51.

THE NONLINEAR DYNAMIC MODEL OF WATER INVASION THROUGH COAL SEAM FLOOR

WANG Yan-fu, PANG Xi-qi, JIN De-wu, ZENG Yan-jing, WANG Xiao-ming

(Xi'an Branch of Central Coal Research Institute, Xi'an 710054, *China)*

Abstract: Based on their researches and practice, the authors applied nonlinear theory to set up an nonlinear dynamic model, and investigated the dynamic behaviors of the model. It is discovered that there is obvious stress dislocation phenomenon in the early stage of the destabilization (or water invasion) of coal seam floor. Accordingly, on the basis of the monitoring data to the changes of the stress and strain of seam floor, and by applying the nonlinear dynamic model, it is possible to forecast the water invasion.

Key words: Karst mine wells; Water invasion; Nonlinear dynamics; Chaos; Stress dislocation